

# Simultane Optimierung von Managementregeln im Asset-Liability-Management deutscher Lebensversicherer

Oliver Horn und Hans-Joachim Zwiesler

Preprint Series: 2006-04



Fakultät für Mathematik und Wirtschaftswissenschaften  
UNIVERSITÄT ULM

# **Simultane Optimierung von Managementregeln im Asset-Liability-Management deutscher Lebensversicherer**

Horn, Oliver \*

Universität Ulm

Helmholtzstraße 18, 89081 Ulm, Germany

Phone: +49 (0) 731 50 23557, Fax: +49 (0) 731 50 23585

Email: [oliver.horn@uni-ulm.de](mailto:oliver.horn@uni-ulm.de)

Zwiesler, Hans-Joachim

Universität Ulm

Helmholtzstraße 18, 89081 Ulm, Germany

Email: [hans-joachim.zwiesler@uni-ulm.de](mailto:hans-joachim.zwiesler@uni-ulm.de)

April 2006

\* contact author

# Simultane Optimierung von Managementregeln im Asset-Liability-Management deutscher Lebensversicherer

Oliver Horn und Hans-Joachim Zwiesler

## **Kurzfassung:**

Der vorliegende Aufsatz untersucht die Effekte unterschiedlicher Managementregeln auf das Asset-Liability-Management (ALM) bei deutschen Lebensversicherungen unter besonderer Berücksichtigung der Optimierung von Managementregeln. Dabei wurde ein Simulationsmodell aus dem Bereich des dynamischen simultanen ALM verwendet.

Dabei zeigt sich, dass Managementregeln die Ergebnisse im dynamischen ALM signifikant im Vergleich zu statischen (nicht pfadabhängigen) ALM-Projektionen verändern. Neben der Steigerung der Realitätsnähe des ALM-Modells bieten Managementregeln dabei vielseitige Analysemöglichkeiten und zeigen dem Management Auswirkungen unterschiedlicher Handlungsalternativen auf.

Bei der Anwendung und Optimierung von Managementregeln sind die Wechselwirkungen von Aktiv- und Passivseite der Bilanz unbedingt zu beachten, da bei dem Verzicht auf eine simultane Betrachtung von Aktiv- und Passivregeln im Allgemeinen lediglich suboptimale Lösungen gefunden werden können.

**Schlagwörter:** Asset-Liability-Management, ALM-Modell, Managementregel, Lebensversicherung

## **Abstract:**

In this article, we discuss the effects of different management decision rules on asset liability management of German Life Insurance companies and the optimization of these rules. We use a simulation based model according to dynamic simultaneous ALM.

It turns out that management decision rules have a strong influence on the outcome of dynamic ALM in comparison to static projections. Choosing suitable management decision rules can make an asset liability model significantly more realistic and adaptable to the individual situations of different insurers. Furthermore, it can dramatically reduce an insurance company's risk by determining, which behavior makes sense from a risk management point of view.

Moreover, the simultaneous optimization of management decision rules within dynamic asset liability management improves the achievements even more, since it leads to advanced parameter values that yield enhanced results.

**Keywords:** asset liability management, simulation based model, management decision rule

## 1. Einleitung

Asset-Liability-Management (ALM) bezeichnet Verfahren zur Steuerung von Versicherungsunternehmen anhand der zukünftigen Entwicklung von Aktiva und Passiva. Bei diesem Prozess ist es von wesentlicher Bedeutung, die wechselseitige Abstimmung des versicherungstechnischen Portfolios und des Kapitalanlagen-Portfolios mit dem Ziel einer integrierten Gesamtsteuerung zu betrachten. Dabei unterscheidet man zwischen Mikro- und Makro-ALM (Vgl. [Smink 95] oder [Albrecht 01]). Während Mikro-ALM Teile eines Unternehmens oder sogar einzelne Produkte untersucht, steuert Makro-ALM das gesamte Unternehmen auf Basis seiner Aktiva und Passiva und deren Interaktionen. Diese Veröffentlichung konzentriert sich auf Makro-ALM, allerdings können alle Ergebnisse auf Mikro-ALM übertragen werden.

Die Entwicklung des ALM in Deutschland begann mit dem so genannten impliziten ALM, welches im Wesentlichen nur die Kapitalanlage-Vorschriften berücksichtigte (vgl. [Albrecht 98]). Das implizite ALM wurde später von dem expliziten ALM (auch sequentielles ALM genannt) abgelöst, bei dem die Aktiva den Passiva „folgen“, d.h. die Aktivseite der Bilanz wird unter expliziter Berücksichtigung der versicherungstechnischen Verpflichtungen gesteuert (strategische Asset Allocation). Diese Entwicklung entstand aus der Deregulierung des europäischen Versicherungsmarktes 1995 und führte schließlich zum *simultanen ALM*, bei dem insbesondere das Zusammenspiel von Aktiva und Passiva in den Betrachtungsmittelpunkt gerückt ist.

Typischerweise enthält ein ALM-Modell viele Parameter und Annahmen. Während *externe Parameter* (wie z.B. die Rendite bzw. die Volatilität der Aktien oder die rechtlichen Rahmenbedingungen) vom Management der Versicherung nicht beeinflusst werden können, bestimmt die Unternehmensleitung sehr wohl die *internen Parameter* wie die strategische Asset Allocation oder die Überschussbeteiligung der Versicherungsnehmer. Im simultanen ALM wird zwischen deterministischen und stochastischen Modellen unterschieden. Bei deterministischen Modellen werden einzelne Szenarien für die Entwicklung des Unternehmensumfeldes vorgegeben und die Auswirkungen dieser speziellen Szenarien auf das Unternehmen werden analysiert. Im Gegensatz dazu werden bei stochastischen Modellen Annahmen über die Wahrscheinlichkeitsverteilung einzelner Modellkomponenten getroffen, um der Zufälligkeit dieser Komponenten ausreichend Rechnung zu tragen (z.B. wird die Entwicklung der Kapitalmärkte oft stochastisch modelliert).<sup>1</sup> Die gängige Vorgehensweise bei stochastischen Modellen ist die Simulationstechnik, bei der eine große Anzahl an Szenarien (einzelne Realisierungen dieser Wahrscheinlichkeitsverteilungen) dann gemeinsam untersucht werden. Nun hängt die Bestimmung der internen Parameter (z.B. der Überschussbeteiligung) zu einem bestimmten Zeitpunkt von der bis dahin eingetretenen Entwicklung (z.B. auf dem Kapitalmarkt)

---

<sup>1</sup> Vgl. [Zwiesler 04]

ab. Deshalb muss sie *pfadabhängig*, d.h. abhängig vom jeweiligen Szenario, festgelegt werden, um realistische Modellrechnungen zu ermöglichen. Da die Szenarien in großer Zahl automatisch erzeugt werden, erfordert dies die Festlegung der internen Parameter mit Hilfe geeigneter Formeln, so genannter *Managementregeln*.

Unter einer Managementregel versteht man deswegen eine Entscheidungsregel, welche die Veränderung interner Parameter in Abhängigkeit der gegebenen aktuellen Informationen zu einem bestimmten Zeitpunkt beschreibt. Ein Beispiel für eine Managementregel ist eine Entscheidungsregel, welche eine konservativere Anlagestrategie umsetzt, je geringer die Reserven des Versicherungsunternehmens sind. Die Anwendung von Managementregeln ist unerlässlich, um die Realitätsnähe von stochastischen ALM-Modellen zu gewährleisten. ALM-Modelle, die derartige situationsabhängige Managementregeln berücksichtigen, erweitern das ALM zu *dynamischem ALM*.

Bis heute wurden die Auswirkungen von Managementregeln auf komplexe Simulationsmodelle für deutsche Lebensversicherer und die Möglichkeit ihrer Optimierung nur ansatzweise in der wissenschaftlichen Literatur analysiert. Einen Überblick über die bisherigen Ansätze enthält [Jaquemod 05].<sup>2</sup> Die meisten wissenschaftlichen Arbeiten befassen sich in diesem Zusammenhang hauptsächlich mit Modellen, welche mehrstufige stochastische Programmierung oder stochastische Kontrolltheorie verwenden, aber die Auswirkungen der dynamischen Managementregeln werden dabei nicht betrachtet.

Zum Beispiel verwenden [Schmidli 01] oder [Hipp 03] stochastische Kontrolltheorie, um optimale Kapitalanlagestrategien für Versicherer zu finden – unter der Voraussetzung, dass alle Ziele und Parameter der Modelle vollständig spezifiziert sind. Sie versuchen, analytische Lösungen mit Hilfe der Hamilton-Jacobi-Bellman Gleichung zu finden, jedoch ist die Anzahl analysierbarer Kontroll-Variablen bei der Bestimmung von analytische Lösungen sehr beschränkt, da das Problem exponentiell mit der Anzahl der Kontroll-Variablen wächst.<sup>3</sup> Weiterhin ist das betrachtete Modell ein sehr stark vereinfachtes Abbild der Realität, um analytisch lösbar zu bleiben. Deswegen ist in der Realität in vielen Fällen die Strategie, welche von der stochastischen Kontrolltheorie vorgeschlagen wird, nur eine Näherung für eine tatsächlich optimale Strategie, die der Anwender dann nutzen kann, um sie weiter zu verbessern (vgl. [Hipp 04]).

Eine Studie von [Brennan et al. 97] betrachtet das Problem der optimalen Kapitalanlage für einen Investor, der in Aktien, Rententitel und Bargeld investieren kann. Dieses Modell der stochastischen Kontrolltheorie lässt nur drei Kontroll-Variablen zu und berücksichtigt keine Verpflichtungsseite – ist also für einen typischen Lebensversicherer, der hier betrachtet werden soll, nicht ausreichend.

---

<sup>2</sup> Vgl. [Jaquemod 05], Kapitel 8.

<sup>3</sup> Vgl. [Rachev & Tokat 00], S.878.

Andererseits gibt es eine Vielzahl an Literatur, die sich mit dem Ansatz der (mehrstufigen) stochastischen Programmierung befasst, um eine optimale Entscheidungsregel für das Management zu finden. [Dert 98] hat ein dynamisches Modell für einen defined benefit pension funds (vergleichbar mit einer leistungsorientierten Zusage) erstellt, das dem Anwender die Möglichkeit gibt, eine Politik zu bestimmen, welche die Kosten für die Finanzierung minimiert und welche gleichzeitig garantiert, dass alle zugesagten Leistungen fristgerecht bezahlt werden können – ohne jemals unterkapitalisiert zu sein.

Das *Russel-Yasuda Kasai* Modell<sup>4</sup> (für einen japanischen Schaden-/Unfallversicherer) ermittelt Entscheidungsregeln, welche einen hohen Ertrag aus den Kapitalanlagen liefern, um hohe Überschussbeteiligungen gewähren zu können, ohne gleichzeitig das Ziel eines langfristig hohen Unternehmenswertes zu gefährden. Dabei werden die Kapitalanlagen in mehrere Klassen unterteilt und den jeweiligen Klassen werden Modelle der Verpflichtungen zugeordnet, welche die zukünftigen Cash Flows in und aus diesen Klassen projizieren. Das Ziel dieses Modells ist es, den erwarteten Unternehmenswert zu einem bestimmten zukünftigen Zeitpunkt T zu maximieren, wobei Strafen für unterschiedliche Arten von ungewollten Unternehmensentwicklungen abgezogen werden. Dieses Modell basiert auf mehreren Vorläufer-Modellen, wie z.B. den Modellen von [Kusy & Ziemba 86], von [Shapiro 88], von [Zenios 91] oder von [Hiller & Eckstein 93].

Bei der stochastischen Programmierung müssen Szenariobäume generiert werden. Ein Szenariobaum weist jedem Zustand (z.B. dem Kapitalmarktumfeld zum Zeitpunkt t) Übergangswahrscheinlichkeiten für die möglichen Folgezustände (z.B. dem Kapitalmarktumfeld zum Zeitpunkt t+1) zu. Dabei ist die Festlegung dieser Übergangswahrscheinlichkeiten problematisch, da sich diese häufig nur schwer begründen lassen und damit unplausibel wirken. Weiterhin lassen sich oft nur unzureichend viele Szenario-Knoten untersuchen, da der Rechenaufwand des Optimierungsproblems exponentiell in der Anzahl der Szenario-Knoten wächst. Somit kann die vielschichtige Realität eines Versicherungsunternehmens mit der stochastischen Programmierung nur stark vereinfacht abgebildet werden und derartige Modelle erzeugen Lösungen, die wegen ihrer mathematischen Komplexität den Entscheidungsträgern nur schwer zu vermitteln sind. Aus diesen Gründen verwenden wir für die Analyse von Managementregeln ein Simulations-Modell, dessen Ergebnisse vom Anwender leichter nachvollziehbar sind.

[Boender et al. 01] verwenden - ähnlich wie unser Ansatz - eine gemischte Simulations- und Optimierungsmethode, allerdings für niederländische Pensionspläne. Ihr Modell besteht aus drei Komponenten: Einem Simulationsmodell für die zukünftigen ökonomischen Szenarien, einem Modell, das die entsprechende Verpflichtungsseite liefert und einem Managementmodell, welches die Entscheidungen des Managements abbildet. Dann wird versucht Effizienzlinien für die Kapitalanlage bei Projektionsbeginn zu finden, welche die Höhe der erwarteten

---

<sup>4</sup> Veröffentlicht von [Cariño et al. 94]

Rentenzahlungen gegen das Insolvenzrisiko im Sinne von Risiko-Rendite-Modellen optimieren.

Der Schwerpunkt dieses Aufsatzes liegt darin, die Auswirkungen von Managementregeln im Asset-Liability-Management von Lebensversicherungsunternehmen (LVU) aufzuzeigen. Insbesondere untersuchen wir dabei die folgenden Fragen: Wie stark ist der Einfluss von Managementregeln auf die Ergebnisse des ALM-Modells? Können durch Managementregeln die Ziele eines LVU besser verwirklicht werden? Ist die Art bzw. der Typ von Managementregeln bei der Anwendung im ALM wichtig? Und wie ausschlaggebend ist die Berücksichtigung von Wechselwirkungen zwischen Aktiva und Passiva beim Einsatz von Managementregeln?

Dazu werden wir ein Simulations-Modell vorstellen, das es erlaubt, verschiedene Managementregeln einzubinden und deren Effekte auf die Ergebnisse der Projektion zu untersuchen. Um die Komplexität des Modells in Grenzen zu halten, haben wir uns bewusst für etliche Vereinfachungen entschieden. Dies beeinträchtigt die Aussagefähigkeit allerdings nicht, da unser Ziel nicht ist, ein möglichst realistisches Modell zu präsentieren, sondern vielmehr darin besteht, in einem gut nachvollziehbaren Modell (das die wesentlichen Wirkungsmechanismen eines LVU beschreibt) zu analysieren, wie stark die Ergebnisse von Managementregeln beeinflusst werden. Obwohl sich das Modell auf ein deutsches Lebensversicherungsunternehmen und dessen rechtliche Rahmenbedingungen bezieht, können auch Besonderheiten anderer Länder in das Modell integriert werden.

Die Grundstruktur des Aufsatzes ist wie folgt: In Kapitel 2 werden wir das Modell vorstellen und insbesondere die Modellierung der Aktivseite und der Verpflichtungen sowie die Interaktion dazwischen erläutern. Anschließend werden wir in Kapitel 3 einige Managementregeln einführen, deren Auswirkungen später in Kapitel 4 untersucht werden sollen. Außerdem stellen wir in Kapitel 3 das Optimierungsproblem vor, mit dem wir die Managementregeln in Kapitel 4 analysieren. In Kapitel 5 werden umfangreiche Sensitivitätsanalysen durchgeführt, um die getroffenen Aussagen weiter zu untermauern. Kapitel 6 rundet diese Arbeit mit einer Zusammenfassung und einem weiterführenden Ausblick ab.

## **2. Das ALM-Modell**

Dieses Kapitel erläutert das verwendete ALM-Modell. Um der Einfachheit Willen wird ein Überblick über die wichtigsten Modell-Annahmen und Interaktionen zwischen Aktiv- und Passivseite der Bilanz gegeben. Eine detaillierte Modellbeschreibung kann in [Rechtsteiner 03], [Horn 04] und [Brandt 05] nachgelesen werden.

Die Projektion setzt auf einem künstlich generierten Ausgangsbestand auf. Im Wesentlichen werden dann für jede Periode neue Marktwerte für die Aktiva ermittelt und die Verträge um eine Periode fortgeschrieben. Dabei werden Zahlungsströme aus Kapitalanlagen (z.B. Zinszahlungen oder Tilgung fälliger Papiere) mit denen der Passivseite (z.B. Prämien und Leistungen) verrechnet und wieder am Kapitalmarkt angelegt (bzw. werden Titel entsprechend der Anlagestruktur verkauft). Daraufhin werden die Erträge des LVU bestimmt und zwischen LVU, Eigenkapitalgebern und Versicherungsnehmern aufgeteilt. Dieser schematische Ablauf wiederholt sich dann in jeder Periode. Diesen Prozess erklären wir in den folgenden Abschnitten genauer.

Im ersten Abschnitt geht es um die wesentlichen externen Annahmen des Modells und den betrachteten (Ausgangs-)Bestand. Der zweite Abschnitt befasst sich mit den verwendeten Aktiv- und Passivmodellen und der dritte Abschnitt erläutert die Interaktionen zwischen diesen beiden Modellen. Die Modellbildung beruht auf den Gegebenheiten des deutschen Versicherungsmarktes. Alle Annahmen und Parameter wurden so festgelegt, dass sie bei einem typischen deutschen Lebensversicherungsunternehmen in dieser Form aufgefunden werden könnten (auf Ausnahmen wird gesondert hingewiesen).

### **2.1 Das betrachtete Versicherungsunternehmen**

Das verwendete ALM-Modell beschreibt ein Lebensversicherungsunternehmen mit homogenem Altbestand, um bei der Projektion Sondereffekte zu vermeiden, die z.B. durch besonders junge Unternehmen oder auslaufende Bestände erzeugt werden könnten. Für die verwendete Vorgehensweise zur Generierung des fiktiven Ausgangsbestandes und der fiktiven Ausgangsbilanz sei auf [Rechtsteiner 03] verwiesen.

Das Modell erzeugt folgende verdichtete Bilanz und Gewinn- und Verlustrechnung (GuV) auf jährlicher Basis über einen Zeitraum von 5 Jahren (Vgl. Tabelle 1 und Tabelle 2, wobei hier  $t$  für das betrachtete Jahr steht). Um die späteren Analysen übersichtlicher zu gestalten, wird auf Rückversicherungsschutz verzichtet:



<b>Aktiva</b>	<b>Passiva</b>
Aktien <sub>t</sub>	Eigenkapital <sub>t</sub>
Renten <sub>t</sub>	Bilanzgewinn <sub>t</sub>
Forderungen an Versicherungsnehmer <sub>t</sub>	Deckungsrückstellungen <sub>t</sub>
	Rückstellung für Beitragsrückerstattung <sub>t</sub> (RfB <sub>t</sub> ):
	gebundene RfB <sub>t</sub>
	Schlussüberschussanteilfonds <sub>t</sub>
	freie RfB <sub>t</sub>
	Verbindlichkeiten gegen Versicherungsnehmer <sub>t</sub>

**Tabelle 1: Struktur der verdichteten Bilanz**

Dabei werden die Aktien und Renten zur Vereinfachung alle nach dem strengen Niederstwertprinzip bilanziert, wodurch die Bildung stiller Lasten ausgeschlossen ist (stille Reserven sind jedoch sehr wohl möglich). Die GuV enthält die folgenden Positionen:

<b>Soll</b>	<b>Haben</b>
Leistungen <sub>t</sub>	Beiträge <sub>t</sub>
Veränderung der vt. Rückstellungen <sub>t</sub>	Beiträge aus RfB <sub>t</sub>
Aufwendungen für RfB <sub>t</sub>	Erträge aus Kapitalanlagen <sub>t</sub>
Abschlusskosten <sub>t</sub>	Erträge aus Zuschreibungen <sub>t</sub>
Verwaltungskosten <sub>t</sub>	Erträge aus dem Abgang von Kapitalanlagen <sub>t</sub>
Abschreibungen auf Kapitalanlagen <sub>t</sub>	Sonstige vt. Erträge <sub>t</sub>
Verluste aus dem Abgang von Kapitalanlagen <sub>t</sub>	
Sonstige vt. Aufwendungen <sub>t</sub>	

**Tabelle 2: Struktur der vereinfachten GuV**

Bei dem betrachteten Vertragstyp handelt es sich um eine typische Kapitallebensversicherung mit dem Überschusssystem der verzinslichen Ansammlung. Die Prämie wird nach dem Äquivalenzprinzip berechnet und basiert auf einem Rechnungszins von 3,25%<sup>5</sup> und der Sterbetafel DAV 1994 TM. Es werden für ein deutsches LVU typische  $\alpha$ -,  $\beta$ -,  $\gamma$ - und  $\alpha^\gamma$ -Kosten eingerechnet. Die Berechnung der Deckungsrückstellungen erfolgt prospektiv. Abbildung 1 zeigt beispielhaft den Vertragsverlauf eines einzelnen Vertrages.

<sup>5</sup> Dieser Rechnungszins ist angepasst an die Situation Ende des Jahres 2003.

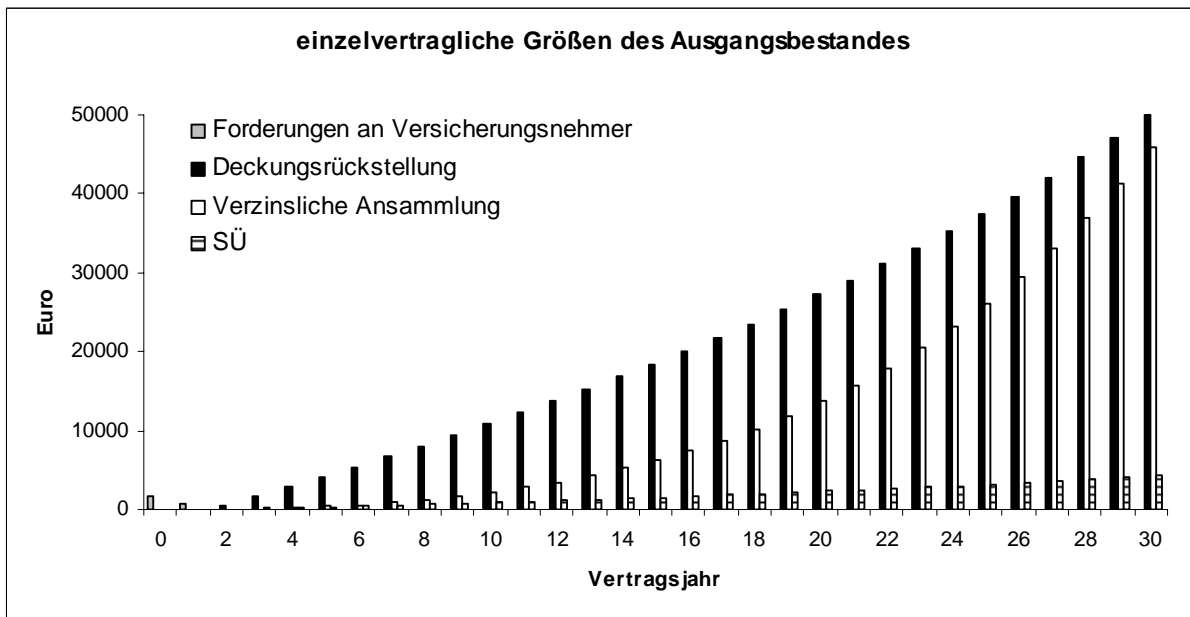


Abbildung 1: Vertragsverlauf

Wir gehen von einem Altbestand<sup>6</sup> von derartigen Verträgen aus, der relativ hohe Passivreserven beinhaltet, damit der Handlungsspielraum des betrachteten Unternehmens nicht von vornherein zu sehr eingeschränkt ist. Bei einer anfänglichen Aktienquote von 10%<sup>7</sup> (bezogen auf Buchwerte) ergibt sich die folgende Ausgangsbilanz in Millionen Euro (vgl. Tabelle 3). Die stillen Reserven auf der Aktivseite der Bilanz betragen 15% der Buchwerte der Aktien und 5,9% der Buchwerte der Renten.

Aktiva		Passiva	
Aktien <sub>t=0</sub>	949,6	Eigenkapital <sub>t=0</sub>	114,1
Renten <sub>t=0</sub>	8.546,0	Bilanzgewinn <sub>t=0</sub>	11,4
Forderung an VN <sub>t=0</sub>	24,0	Deckungsrückstellungen <sub>t=0</sub>	5.359,6
		gebundene RfB <sub>t=0</sub>	150,8
		Schlussüberschussanteilfonds <sub>t=0</sub>	455,6
		freie RfB <sub>t=0</sub>	496,2
		Verbindlichkeiten gegen VN <sub>t=0</sub>	2.931,9
Bilanzsumme <sub>t=0</sub>	9.519,6		9.519,6

Tabelle 3: Ausgangsbilanz

<sup>6</sup> Dabei betrachten wir einen Bestand aus 285.386 Verträgen mit Restlaufzeiten von 1 bis 30 Jahren.

<sup>7</sup> Die durchschnittliche Aktienquote der deutschen Lebensversicherer lag im Jahr 2004 bezogen auf Buchwerte bei 9,00% der Bilanzsumme (siehe [Zielke 04]).

## 2.2 Das Aktiv- und Passivmodell und deren Interaktionen

Die Projektion setzt auf obigen Ausgangsdaten auf und schreibt Aktiva und Passiva gemäß den nachfolgenden Modellbeschreibungen über fünf Jahre fort.

### Aktivmodell

Die Aktivseite der Bilanz wird im Wesentlichen auf einen Aktienfonds für die risikoreicheren Anlagen (ohne Ausschüttung von Dividenden) und auf Rentenpapiere mit zehnjähriger Laufzeit verdichtet. Da die Entwicklung der Kapitalanlagen zufälligen Schwankungen unterliegt, werden für die Projektion dieser beiden Anlagearten einfache stochastische Modelle verwendet, die im Folgenden näher beschrieben werden.

Die Entwicklung des Aktienkurses wird mit einer diskretisierten geometrischen Brownschen Bewegung simuliert:<sup>8</sup>

$$S_t = S_{t-1} + \Delta S_t$$

mit

$S_t$  = Aktienkurs zum Zeitpunkt  $t$

$\Delta S_t$  = Veränderung des Aktienkurses während des Zeitraumes  $\Delta t$

$t$  = Zeitpunkt mit  $t \in \{1, 2, \dots, T\}$

$S_0$  = aktueller Aktienkurs zum Zeitpunkt 0

Dabei erhält man  $\Delta S_t$  durch

$$\Delta S_t = S_{t-1} \cdot (\mu \cdot \Delta t + \sigma \cdot \varepsilon_t \cdot \sqrt{\Delta t})$$

mit

$\mu$  = Erwartungswert der Aktienrendite pro Jahr

$\Delta t$  = Zeitraum zwischen  $t-1$  und  $t$  (konstant)

$\sigma$  = Volatilität der Aktienrendite (annualisiert)

$\varepsilon_t$  = standardnormalverteilte Zufallsvariable

Die Simulation der Short Rate (dem Zinssatz für einen infinitesimal kurzen Zeitraum zum Zeitpunkt  $t$ ) ist nach dem Modell von *Cox, Ingersoll* und *Ross* implementiert.<sup>9</sup> Dabei handelt es sich um ein Mean-Reversion-Modell, bei dem die Short Rate mit Intensität  $\kappa$  auf das langfristige Zinsniveau  $M$  zustrebt. Dieses lautet in diskretisierter Form:

---

<sup>8</sup> Vgl. [Hull 93], S.196 ff.

<sup>9</sup> Vgl. [Cox, Ingersoll & Ross 85]

$$R_t = R_{t-1} + \kappa \cdot (M - R_{t-1}) \cdot \Delta t + \sigma \cdot \sqrt{R_{t-1}} \cdot \varepsilon_t \cdot \sqrt{\Delta t}$$

mit

$R_t$  = Short Rate zum Zeitpunkt t

$\kappa$  = Driftrate

M = langfristiger Durchschnittswert der Short Rate

$\Delta t$  = Zeitraum zwischen t - 1 und t (konstant)

$\sigma$  = Standardabweichung der Veränderung der Short Rate

$\varepsilon_t$  = standardnormalverteilte Zufallsvariable

Die Zinsstrukturkurve lässt sich dann mit den üblichen Formeln<sup>10</sup> aus der Short Rate  $R_t$  für jedes Jahr ermitteln.

Als Parameter für diese Modelle wurden die folgenden Kapitalmarktparameter verwendet (siehe Tabelle 4):

Kapitalmarktparameter	Return $\mu$ bzw. M	Volatilität $\sigma$	Kappa
Aktien	7,5 %	20 %	-
Short Rate	3 %	1 %	20 %

**Tabelle 4: Kapitalmarktparameter**

Um das Kapitalmarktmodell einfach zu halten, wird auf Korrelation zwischen Aktien und Rententiteln verzichtet.<sup>11</sup> Für die Asset-Klasse der Aktien wurde ein Fondsansatz gewählt, während die Renten in einem Einzelansatz mit Restlaufzeiten von 10, 9, 8, ..., 1 Jahren abgebildet werden.<sup>12</sup> Das Modell berechnet in der Projektion sowohl Markt- als auch Buchwerte<sup>13</sup>. Somit sind auf der Aktivseite stille Reserven möglich, die vom Unternehmen jederzeit aufgelöst werden können. Transaktionskosten sollen dabei keine Rolle spielen.

### **Fortschreiben des Bestandes**

Für Sterblichkeit und Storno wird ein deterministischer Ansatz gewählt, da diese im Vergleich zu den Aktiva nur sehr geringen Schwankungen unterliegen. Die Grundlage der versicherungstechnischen Verpflichtungen ist der Bestand an Vesicherungsverträgen. Im Folgenden sei  $\text{bestand}_m$  die Anzahl an Verträgen zu Beginn des m-ten Vertragsjahres. Unter der Annahme vorschüssiger Prämien ergibt sich für das GuV-Konto *Beiträge* für das laufende Geschäftsjahr (VD stehe für die Versicherungsdauer jedes Vertrages):

<sup>10</sup> Vgl. [Hull 93], S. 397

<sup>11</sup> Diese könnte jedoch bei Bedarf problemlos integriert werden.

<sup>12</sup> Zu Projektionsbeginn wurde das Kapital gleichmäßig auf alle Restlaufzeiten verteilt.

<sup>13</sup> Alle Kapitalanlagen werden nach dem strengen Niederstwertprinzip bilanziert.

$$\text{Beiträge} = \sum_{m=1}^{\text{VD}} \text{bestand}_m \cdot \text{Prämie}$$

Die realistischen Abschluss- und Verwaltungskosten (AKO' bzw. VKO') sind als Stückkosten pro Vertrag modelliert und werden auf den gleichnamigen GuV-Konten zu Jahresbeginn verbucht:

$$\text{AKO}'_t = \text{Abschlusskosten in Periode } t = \text{bestand}_1 \cdot \text{AKO}'$$

$$\text{VKO}'_t = \text{Verwaltungskosten in Periode } t = \sum_{m=1}^{\text{VD}} \text{bestand}_m \cdot \text{VKO}'$$

wobei  $\text{AKO}'_t$  bzw.  $\text{VKO}'_t$  jeweils die realistischen Gesamtkosten des Bestandes in Periode  $t$  darstellen.

Anschließend wird der Bestand um Storno und Tod bereinigt – jeweils mit realistischen Storno- bzw. Todesfallwahrscheinlichkeiten, d.h. der Bestand zu Beginn des nächsten Vertragsjahres ( $\text{bestand}_{m+1}^{\text{neu}}$ ) im folgenden Jahr der Projektion lässt sich berechnen durch:

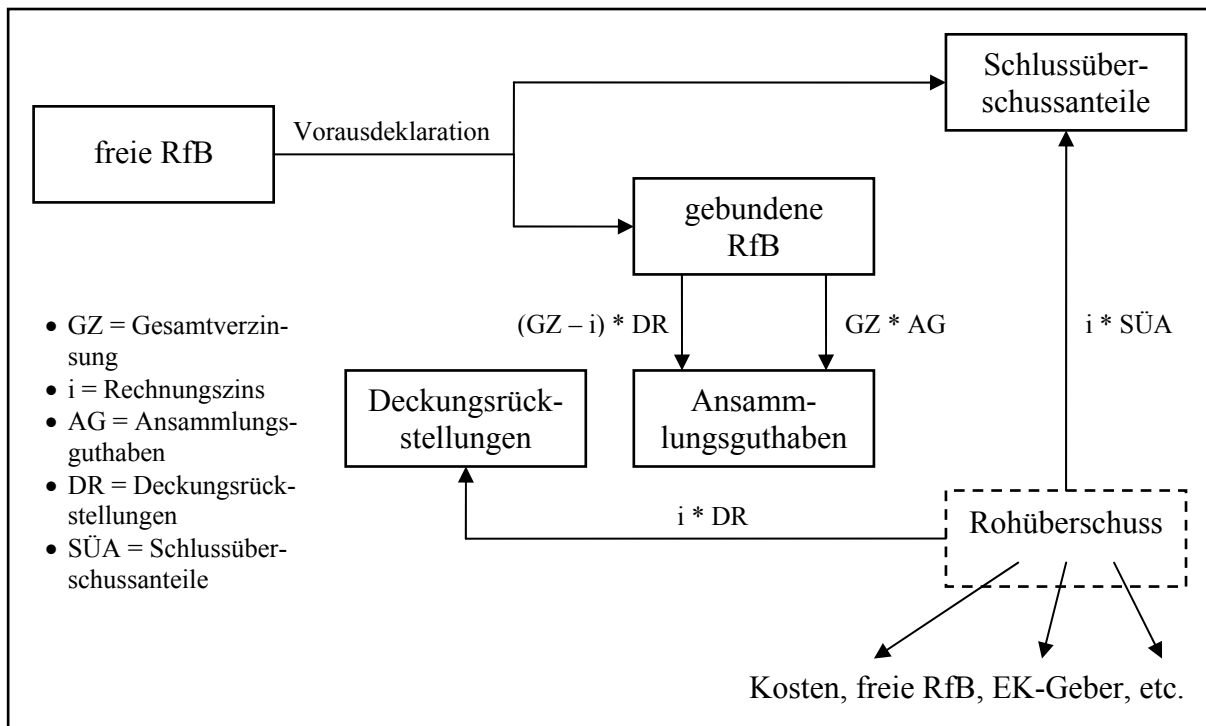
$$\text{bestand}_{m+1}^{\text{neu}} = \text{bestand}_m^{\text{alt}} - \text{storno}_m - \text{tod}_m \quad \text{für } 0 \leq m < \text{VD}$$

und

$$\text{bestand}_0 = \text{Neugeschäft}$$

wobei hier zu Beginn ein Neugeschäft von 10.000 Verträgen angenommen wird, das sich in jedem Jahr um 5% erhöht, und  $\text{bestand}_m^{\text{alt}}$  der Bestand an  $m$ -jährigen Verträgen vor dem Fortschreiben in das nächste Projektionsjahr darstellt.

Die Überschussbeteiligung aller Versicherungsnehmer erfolgt nach dem in Abbildung 2 gezeigten, vereinfachten Schema:



**Abbildung 2: Schema der Überschussbeteiligung**

Einzelvertraglich ergeben sich verzinsliche Ansammlung ( $AG_m$ ) und Schlussüberschüsse ( $SÜ_m$ ) für jedes Vertragsjahr  $m$  und jeden Versicherungsnehmer im Bestand aus:

$$AG_m = AG_{m-1} \cdot (1 + i) + (1 - \text{anteil}_{SÜ}) \cdot \text{gebRfB}_{m-1}$$

$$SÜ_m = SÜ_{m-1} \cdot (1 + i) + \text{anteil}_{SÜ} \cdot \text{gebRfB}_{m-1},$$

mit

$$\text{gebRfB}_{m-1} = DR_{m-1} \cdot (GZ - i) + AG_{m-1} \cdot GZ,$$

wobei  $\text{anteil}_{SÜ}$  den vorgegebene Anteil (hier: 25%) der Schlussüberschüsse an der gebundenen RfB darstellt (der über die Vorausdeklaration in die Schlussüberschussanteile fließt) und  $i$  der Rechnungszins ist (hier: 3,25%<sup>14</sup>).

Die Ermittlung der gebundenen RfB für die Gutschrift im folgenden Jahr (einzelvertraglich) erfolgt über den Zinsträger der Deckungsrückstellungen ( $DR_m + \text{Prämie} - \text{Kosten}$ ), indem der Zinsträger (falls dieser positiv ist) mit der Differenz aus deklarierte Gesamtverzinsung<sup>15</sup> und Rechnungszins multipliziert wird.

Die fällig werdenden Leistungen bestehen aus den Deckungsrückstellungen, dem Ansammlungsguthaben und den Schlussüberschüssen bei Tod oder Ablauf der Versicherung. Im Falle einer vorzeitigen Stornierung wird ein vorgegebener Stornoabschlag von der Leistung (Deckungsrückstellung + Ansammlungsguthaben + Schlussüberschüsse) abgezogen.

<sup>14</sup> Es werden 3,25% Rechnungszins als Näherung an den derzeitigen, bei deutschen Lebensversicherungen durchschnittlichen Rechnungszins von ca. 3,5% verwendet.

<sup>15</sup> Unter der Gesamtverzinsung versteht man die für das kommende Jahr per Vorausdeklaration in Aussicht gestellte Verzinsung der Lebensversicherungsverträge (Rechnungszins + Überschussbeteiligung).

## Die Interaktion zwischen Aktiv- und Passivseite der Bilanz

Der Cashflow des Unternehmens zum Ende des Jahres  $t$  beschreibt den Zugang bzw. den Abgang liquider Mittel:

$$\text{cashflow}_t = \text{Erträge aus Kapitalanlagen}_t + \text{Tilgung}_t + \text{Beiträge}_t - \\ - \text{AKO}'_t - \text{VKO}'_t - \text{Auszahlungen}_t - \text{Dividendenausschüttung}_t$$

Dabei beinhalten die Auszahlungen ( $\text{Auszahlungen}_t$ ) nicht nur die Leistungen, wie sie in der GuV abgebildet werden, sondern zusätzlich noch die fälligen Überschüsse. Die Erträge aus Kapitalanlagen entstehen bei dem Verkauf von Aktiva, die Tilgung durch fällig werdende Rentenpapiere (nach 10 Jahren Laufzeit) und die Dividendenausschüttung durch den im Vorjahr festgelegten Jahresüberschuss.  $\text{AKO}'_t$  bzw.  $\text{VKO}'_t$  werden wie oben beschrieben bestimmt. Ein positiver Cashflow wird entsprechend der aktuellen Anlagestruktur (hier durch die Aktienquote bestimmt) investiert, bei einem negativen Cashflow werden Kapitalanlagen analog veräußert. Es wird nur in Rententitel mit 10jähriger Restlaufzeit investiert.

Zusätzlich wird in jedem Jahr überprüft, ob die Buchwerte der Kapitalanlagen ausreichen, die versicherungstechnischen Rückstellungen zu bedecken oder nicht. Im Falle einer Unterdeckung werden so lange stille Reserven der Aktiva aufgelöst, bis eine vollständige Deckung der versicherungstechnischen Rückstellungen durch die Kapitalanlagen erreicht wird. Sollten die Reserven nicht ausreichen, so gilt das Unternehmen als insolvent.

Am Ende jedes Jahres werden dann zunächst diejenigen Mittel berechnet, welche an die Versicherungsnehmer durch Überschussbeteiligung weitergegeben werden. Sollten diese Mittel für die gewünschte Überschussbeteiligung nicht ausreichen, so werden zunächst Aktivreserven (wenn vorhanden) soweit aufgelöst, dass die Mittel ausreichen. Für den Fall, dass nicht genügend Aktivreserven vorhanden sind, werden die freie RfB und (falls nötig) die Schlussüberschussanteilfonds herangezogen. Als letzte Quelle steht das Eigenkapital zur Verfügung. Sollte nach Verwendung des Eigenkapitals immer noch nicht genügend Mittel für die Überschussbeteiligung vorhanden sein, so gilt das Unternehmen als insolvent. Schon an dieser Stelle wird deutlich, dass eine starre Projektion des Unternehmens in die Zukunft (mit z.B. konstanter Überschussbeteiligung für alle Perioden) zu unrealistischen Situationen führt. Jeder Versicherer würde z.B. seine Überschussbeteiligung reduzieren, bevor er Insolvenz anmelden muss. Wenn aber in dem verwendeten ALM-Modell keine pfadabhängigen Managementregeln implementiert sein sollten, dann weist das Modell zwangsläufig eine Insolvenzwahrscheinlichkeit aus, welche die realistische Insolvenzwahrscheinlichkeit überschätzt.<sup>16</sup>

---

<sup>16</sup> Eine Managementregel, die das verbessert ist beispielsweise die in Kapitel 3 beschriebene Reservenkorridor-Regel.

Analog wird bei der Bestimmung der Dividenden für die Eigenkapitalgeber verfahren: Wenn die zur Verfügung stehenden Mittel ausreichen, so wird im Rahmen der ZR-Quoten-Verordnung versucht, eine Eigenkapitalrendite von 15% zu erzielen. Sollten die Mittel dafür zu klein sein, so werden Aktivreserven aufgelöst bis eine Eigenkapitalrendite von wenigstens 10% erreicht ist. Sind dafür zu wenige Aktivreserven vorhanden, so kann nur eine geringere Dividende (wenn überhaupt) ausgeschüttet werden.<sup>17</sup>

Die Interaktionen zwischen Aktiva und Passiva erfolgen aber nicht nur über den Cashflow oder die Bedeckung der Rückstellungen, sondern werden auch wesentlich durch das Managementmodell beeinflusst.

---

<sup>17</sup> Für das Erlangen der Zieldividende dürfen im Gegensatz zu der Überschussbeteiligung keine Mittel aus der RfB verwendet werden.



### 3. Das Managementmodell

Ein großes Problem des „klassischen“ simultanen ALM besteht in den statischen Annahmen dieses Modells, denn es berücksichtigt keine dynamische Fortentwicklung des Unternehmens in jeder einzelnen Periode der Projektion. Um dieses Manko auszugleichen, empfiehlt sich eine Erweiterung des simultanen ALM zum dynamischen ALM durch die Einführung eines sog. Managementmodells, welches mit Hilfe von Managementregeln das Aktiv- und das Passivmodell in jeder Periode interaktiv beeinflusst.

Eine *Managementregel* ist eine Entscheidungsregel bzw. Handlungsregel, die beschreibt, wie das Unternehmen die internen Parameter je nach aktueller Situation der externen Parameter und der Unternehmensgrößen steuert. Managementregeln kontrollieren somit die zukünftige Entwicklung des Unternehmens dynamisch (pfadabhängig) über mehrere Perioden und setzen abhängig von der eingetretenen Entwicklung Unternehmensstrategien um.

Eine Managementregel wird dabei durch zwei Arten von Parametern und deren funktionalen Zusammenhang eindeutig bestimmt, durch *Kontrollparameter* und durch *Steuerparameter*.

Kontrollparameter sind Kennzahlen eines Unternehmens, wie z.B. Größen aus Bilanz und GuV, oder andere Größen aus der Projektion, welche festlegen, wann eine Managementregel interne Parameter verändert. Die wichtigsten Beispiele für derartige Kontrollparameter sind Größen, welche die Kapitalmarktentwicklung beschreiben, sowie die Nettoverzinsung, die Reserven auf der Aktiv- oder der Passivseite der Bilanz oder auch die Struktur der RfB.

Mit Hilfe der Steuerparameter wird die Reaktion der Managementregel auf eine bestimmte Kontrollgrößenkombination beschrieben. Auch Steuerparameter können beliebige Kenngrößen des Unternehmens sein, soweit diese von dem Management tatsächlich gesteuert bzw. beeinflusst werden können. Einige wichtige Beispiele für Steuergrößen in Lebensversicherungsunternehmen sind die strategische Asset Allocation (d.h. hier die Aufteilung der Assets in Aktien und Renten), die Überschussbeteiligung der Versicherungsnehmer, die Zuführung zu der RfB oder die Gewinnausschüttung an die Eigenkapitalgeber.

Regeln, welche die gleiche Art von Parametern besitzen, bilden eine Klasse von Managementregeln. Wir unterscheiden Regeln, deren Steuerparameter sich auf die Aktivseite auswirken, und Regeln, deren Steuerparameter auf der Passivseite der Bilanz zu finden sind. Erstere werden *Aktivregeln* genannt und letztere *Passivregeln*. Natürlich gibt es auch Managementregeln, die keiner dieser beiden Gruppen eindeutig zugeordnet werden können. Bei diesen Regeln handelt es sich entweder um Mischformen aus Aktiv- und Passivregeln oder um *sonstigen Managementregeln* (die z.B. als Steuerparameter das Neugeschäft betrachten).

Um den nachhaltigen Einfluss und die Wirkungsweise von Managementregeln aufzeigen zu können, betrachten wir bei unseren Analysen die nun folgenden Managementregeln. Dabei

handelt es sich um einfache Regeln (zwei Aktivregeln und zwei Passivregeln), damit die Interpretation der Ergebnisse nicht durch Komplexität der Managementregeln erschwert wird.

## Aktivregeln

Die wohl bekannteste Aktivregel im ALM deutscher Lebensversicherer ist *Fixed Mix Rebalancing*. Diese simple Managementregel schichtet am Ende jeder Periode das Kapitalanlagenportfolio auf eine fest vorgegebene Anlagestruktur um. Da unser Aktivmodell nur Aktien und Renten abbildet, läuft diese Regel darauf hinaus, am Ende jeder Periode Aktien und Renten so umzuschichten, dass eine fest vorgegebene Aktienquote (gemessen in Buchwerten) erreicht wird.

In der Literatur wird auch häufig *Constant Proportion Portfolio Insurance (CPPI)*<sup>18</sup> als Absicherungsstrategie genannt. Diese Regel hat – auf Lebensversicherer angepasst und leicht modifiziert – als Kontrollgröße die (stillen) Reserven der Aktiv- und der Passivseite und als Steuergröße, wie Fixed Mix, die Aktienquote. In unserer vereinfachten Form wird die Aktienquote am Ende jeder Periode wie folgt festgelegt:

$$\text{Aktienquote}_t = \min\{D \cdot \text{Reserven}_t + \text{MinRisk}, \text{MaxRisk}\}$$

Als Minimale Aktienquote (MinRisk) wird hierbei das Minimum-Varianz-Portfolio nach *Markowitz*<sup>19</sup> verwendet. Die Reserven bestehen aus der Summe der stillen Reserven auf der Aktivseite der Bilanz und den freien Reserven<sup>20</sup> der Passivseite in Prozent des Guthabens der Versicherungsnehmer<sup>21</sup> am Ende jeder Periode und die maximale Aktienquote (MaxRisk) wird gemäß der Anlageverordnung mit 35% festgesetzt. Der Parameter D beschreibt die Risikoaversion des Managements und soll bei den späteren Analysen genauer untersucht werden.

## Passivregeln

Da die Überschussbeteiligung der Versicherungsnehmer eine der wichtigsten Steuergrößen von Lebensversicherungsunternehmen ist, sollen hier zwei Passivregeln untersucht werden, welche eben diese steuern. Die erste Passivregel bezeichnen wir als *Reserventreppe-Regel*. Diese Managementregel hat als Kontrollparameter die stillen Reserven der Aktivseite und als Steuerparameter die Überschussbeteiligung: Wenn die Reserven unter 5% des Guthabens der Versicherungsnehmer fallen sollten, dann wird die Überschussbeteiligung für das kommende Jahr um einen bestimmten Prozentsatz  $k$  gesenkt<sup>22</sup>, wenn die Reserven zwischen 5% und 10%

---

<sup>18</sup> Zu der untersuchten Version von CPPI siehe auch [Ziembra & Mulvey 01] oder [Steiner & Bruns 02]

<sup>19</sup> Vgl. [Markowitz 1993].

<sup>20</sup> Unter den freien Reserven der Passivseite verstehen wir die Summe aus Eigenkapital, freier RfB und Schlussüberschussanteilsfonds.

<sup>21</sup> Das Guthaben der Versicherungsnehmer besteht aus Deckungsrückstellungen, Ansammlungsguthaben, gebundener RfB und Schlussüberschussanteilsfonds.

<sup>22</sup> Die Gesamtverzinsung darf dabei allerdings nie unter den Garantiezins fallen.

liegen, dann wird die Überschussbeteiligung für das kommende Jahr konstant gelassen und sollten die Reserven sogar über 10% des Guthabens der Versicherungsnehmer betragen, so wird die Überschussbeteiligung für das kommende Jahr um  $k$  Prozent erhöht. Der Parameter  $k$  soll bei den folgenden Analysen variiert werden, um die verschiedenen Auswirkungen zu untersuchen. Diese Regel stellt eine einfache Möglichkeit dar, die Aktiv-Reserven des Versicherungsunternehmens zu steuern und die Überschussbeteiligung den tatsächlich vorhandenen Reserven anzupassen.

Die zweite untersuchte Passivregel bezeichnen wir als *Reservenkorridor-Regel*. Die Idee dieser Regel ist es, einen „Wohlfühlkorridor“ für die Reserven festzulegen. Solange sich die Reserven des LVU in diesem Korridor bewegen, ist kein Handlungsbedarf vorhanden, aber wenn die Reserven den Korridor verlassen, wird die Überschussbeteiligung angepasst, um dieser Tendenz entgegenzuwirken und mit den Reserven wieder in den Korridor zu gelangen. Die Reservenkorridor-Regel hält die Überschussbeteiligung in unserem Beispiel konstant, wenn sich die stillen Reserven der Aktiv- und die freien Reserven der Passivseite hier in einem 10%-Intervall um eine bestimmte Reservequote  $m$  bewegen<sup>23</sup>. Auch hier werden in den späteren Analysen verschiedene Werte für  $m$  untersucht. Sollten die Reserven unter die Untergrenze des Reservekorridors fallen, so wird die Überschussbeteiligung auf den Garantiezins reduziert, sollten die Reserven über der Obergrenze des Reservekorridors liegen, dann wird die Überschussbeteiligung so festgelegt, dass die Reserven genau auf die Obergrenze des Reservekorridors fallen.

Tabelle 5 gibt noch einmal einen Überblick über alle betrachteten Managementregeln.

	<b>Kontrollparameter</b>	<b>Steuerparameter</b>	<b>Funktionsweise der Regel</b>
<b>Aktivregeln</b>			
Fixed Mix Rebalancing	-	Aktienquote	Am Ende jeder Periode wird die Anlagestruktur auf eine konstante Aktienquote umgeschichtet
Constant Proportion Portfolio Insurance	Reserven	Aktienquote	Am Ende jeder Periode wird die Aktienquote (AQ) wie folgt festgelegt: $AQ_t = \min\{D \cdot \text{Reserven}_t + \text{MinRisk}, \text{MaxRisk}\}$
<b>Passivregeln</b>			
Reserventreppe-Regel	Aktiv-Reserven	Überschussbeteiligung	$\text{Reserven} \leq 5\% \Rightarrow \text{Überschussbet.} - k\%$ $5\% < \text{Reserven} \leq 10\% \Rightarrow \text{Überschussbet.} \pm 0\%$ $10\% < \text{Reserven} \Rightarrow \text{Überschussbet.} + k\%$
Reservenkorridor-Regel	Reserven	Überschussbeteiligung	$\text{Reserven} \leq m - 5\% \Rightarrow \text{Überschuss bet.} = \text{Garantiezins}$ $m - 5\% < \text{Reserven} \leq m + 5\% \Rightarrow \text{Überschussbet.} \pm 0\%$ $m + 5\% < \text{Reserven} \Rightarrow \text{Überschussbet.} = s\%$ , so dass Reserven = $m+5\%$

**Tabelle 5: Die untersuchten Managementregeln im Überblick**

<sup>23</sup> Wieder werden die Reserven in Prozent des Guthabens der Versicherungsnehmer gemessen.

Damit die Wirkungsweise der Managementregeln sichtbar wird, müssen Vergleichskriterien für die Regeln aufgestellt werden. Dies kann mit Hilfe von Ziel- oder Nutzenfunktionen erfolgen. Oft werden bei diesem Vergleich zusätzlich Nebenbedingungen aufgestellt, um unerwünschte Effekte (z.B. das Überschreiten einer bestimmten Risikomarkte, gemessen durch die Höhe der Insolvenzwahrscheinlichkeit) zu vermeiden.

Es handelt sich dabei also um ein Optimierungsproblem (unter Nebenbedingungen), welches erlaubt, die vergleichsweise beste Managementregel (für das gegebene Modell mit seinen konkreten Parametern) aus den betrachteten Regeln zu finden. Bei den vorgestellten vier Klassen von Managementregeln soll jeweils der Steuerparameter „optimiert“ werden. Meist lässt sich aber das Optimierungsproblem nicht analytisch lösen, da der funktionale Zusammenhang zwischen der Zielfunktion und dem Steuerparameter im Allgemeinen sehr komplex ist.<sup>24</sup> Um dennoch die untersuchten Klassen miteinander vergleichen zu können, muss die Menge<sup>25</sup> der zulässigen Werte für die Steuerparameter einer Klasse diskretisiert werden. Dadurch erhält man in jeder Klasse eine endliche Menge von Managementregeln, die sich nur in der Ausprägung des Steuerparameters unterscheiden und deren Auswirkungen dann mit Hilfe von Monte Carlo Simulationsmethoden untersucht werden können. Um bei dieser Diskretisierung nicht aus Versehen relevante Regeln auszuschließen, ist allerdings ein hohes Maß an Erfahrung und Verständnis für das Modell nötig. Wenn wir in diesem Zusammenhang also von „Optimierung“ sprechen, darf man nicht vergessen, dass wir nur auf einer eingeschränkten Menge von Regeln die bestmögliche bestimmen und nicht alle theoretisch möglichen Managementregeln einer Klasse betrachten. Zudem gilt die „Optimierung“ nur für das gegebene Modell und dessen konkrete Parameter und Annahmen. Im Folgenden stellen wir ein Optimierungsproblem vor, wie es sich bei einem deutschen LVU stellen könnte.

### **Das Optimierungsproblem**

Die wichtigsten Ziele des betrachteten Lebensversicherungsunternehmens seien jährlich ausreichend hohe und möglichst konstante Dividenden, um die Eigenkapitalgeber zu befriedigen, eine (möglichst konstante) hohe Überschussbeteiligung, um die Interessen der Versicherungsnehmer zu wahren und gesunde finanzielle Reserven am Ende der Projektion, um nachhaltig zu wirtschaften und den Erhalt des Unternehmens über das Ende der Projektion hinaus zu sichern. Zusätzlich ist es ein elementares Ziel des Unternehmens, das Insolvenzrisiko klein zu halten. Das nun folgende Optimierungsproblem soll diese Ziele möglichst einfach abbilden.

Das Ziel ausreichend hoher Dividenden wird gemessen, indem die durchschnittlich aufgetretenen Dividendenzahlungen jeder Periode  $t$  in Prozent des Eigenkapitals betrachtet werden:

---

<sup>24</sup> Dies liegt an der Vielschichtigkeit der Fragestellung und der Komplexität des Modells.

<sup>25</sup> Die Menge der zulässigen Steuerparameter ist i. Allg. überabzählbar.

$$\frac{1}{n} \sum_{t=1}^n D_t$$

mit

$n$  = Anzahl der betrachteten Perioden (hier  $n = 5$  Jahre)

$D_t$  = Dividendenzahlungen in Periode  $t$  in Prozent des Eigenkapitals

Da wir Prozentwerte betrachten, werden die jährlichen Dividendenzahlungen  $D_t$  mit Hilfe von einem Faktor  $\delta_t^D$  zusätzlich an die jährliche Veränderung des Eigenkapitals angepasst (die Verzinsung des Eigenkapitals bei hohem Eigenkapital wird als wertvoller angesehen, als bei niedrigem Eigenkapital). Des Weiteren soll das Gewicht der Dividenden in der Zielfunktion individuell festgelegt werden können, sodass obiger Term überdies mit einem Präferenzgewicht  $\alpha$  multipliziert wird. Es ergibt sich also für die Dividenden der folgende Term:

$$\frac{1}{n} \sum_{t=1}^n \alpha \cdot \delta_t^D \cdot D_t$$

Mit zusätzlich

$$\delta_t^D = \frac{\text{Eigenkapital zum Zeitpunkt } t}{\text{Eigenkapital zum Zeitpunkt } t-1}$$

Präferenzgewicht  $\alpha$  (hier wählen wir  $\alpha = 0,8$ )<sup>26</sup>

Nun sollen jährlich konstante Dividendenzahlungen besser bewertet werden als Zahlungen, die in jedem Jahr (vor allem nach unten) schwanken. Deswegen sollen Dividendenzahlungen, die (nach unten) von einem vorgegebenen Zielwert  $\bar{D}_t$  abweichen durch die einseitige quadratische Abweichung bestraft werden. Somit wird der Zielerreichungsgrad der Dividendenzahlungen durch folgenden Gesamtausdruck gemessen:

$$\frac{1}{n} \sum_{t=1}^n \alpha \cdot \delta_t^D \cdot D_t - \tilde{\alpha} \cdot \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{t=1}^n (\bar{D}_t - D_t)^2 \cdot 1_{\{D_t \leq \bar{D}_t\}}}$$

mit

$\bar{D}_t$  = Ziel - Dividende in Periode  $t$  (hier  $\bar{D}_t = 15\%$  des Eigenkapitals für  $t = 1, \dots, n$ )

Präferenzgewicht  $\tilde{\alpha}$  (hier wählen wir  $\tilde{\alpha} = 0,2 \cdot \alpha$ )

---

<sup>26</sup> Zur Wahl der Gewichte siehe Anmerkungen am Ende dieses Abschnitts.

Vollständig analog soll das Ziel einer möglichst konstanten, hohen Gesamtverzinsung (in Prozent) gemessen werden, sodass sich für die Gesamtverzinsung der folgende Term ergibt:

$$\frac{1}{n} \sum_{t=1}^n \beta \cdot \delta_t^S \cdot G_t - \tilde{\beta} \cdot \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{t=1}^n (\bar{G}_t - G_t)^2} \cdot 1_{\{G_t \leq \bar{G}_t\}}$$

mit

$G_t$  = Gesamtverzinsung der Versicherungsnehmer in Periode t in %

$\bar{G}_t$  = Ziel - Gesamtverzinsung in Periode t (hier  $\bar{G}_t = 5\%$  für  $t = 1, \dots, n$ )

$$\delta_t^S = \frac{\text{Guthaben der Versicherungsnehmer zum Zeitpunkt } t}{\text{Guthaben der Versicherungsnehmer zum Zeitpunkt } t-1}$$

Präferenzgewichten  $\beta$  und  $\tilde{\beta}$  (hier wählen wir  $\beta = 3,0$  und  $\tilde{\beta} = 0,75 \cdot \beta$ )

Außerdem fließen in die Zielfunktion die Reserven am Ende des Planungshorizontes ein  $\gamma \cdot R_n$  (mit  $R_n$  = Reserven auf der Aktiv- und der Passivseite der Bilanz in Periode n in Prozent des Guthabens der Versicherungsnehmer und Präferenzgewicht  $\gamma = 0,4$ ), damit die Pufferfunktion der Reserven sich nicht negativ auswirkt, aber dennoch nachhaltiges Wirtschaften dem vollständigen Verbrauch der Reserven vorgezogen wird. Als letzte Komponente der Zielfunktion soll die Insolvenzwahrscheinlichkeit berücksichtigt werden. Dazu wird diese von der Zielfunktion abgezogen, mit  $\omega$  als Präferenzgewicht multipliziert:

$$- \omega \cdot P(I)$$

mit

$P(I)$  = kummulierte Insolvenzwahrscheinlichkeit über alle Perioden  $t = 1, \dots, n$

Präferenzgewicht  $\omega$  (hier wählen wir  $\omega = 0,75$ )

Parameterkombinationen der Managementregeln, bei denen die Insolvenzwahrscheinlichkeit mehr als 3% beträgt, sollen nicht zulässig sein, genauso wenig wie negative Dividendenzahlungen (Nachschüsse der Eigenkapitalgeber). Dies wird über Nebenbedingungen berücksichtigt. Außerdem handelt es sich bei den Größen  $D_t$ ,  $G_t$  und  $R_n$  um Realisierungen von Zufallsvariablen. Deswegen verdichten wir den gesamten Term mit Hilfe des Median und erhalten somit das folgende Gesamt-Optimierungsproblem:

Zielfunktion<sup>27</sup>:

$$\text{Median} \left\{ \frac{1}{n} \sum_{t=1}^n (\alpha \cdot \delta_t^D \cdot D_t + \beta \cdot \delta_t^S \cdot G_t) + \gamma \cdot R_n - \text{Straffunktion} \right\} - \omega \cdot P(I) \rightarrow \max$$

mit der Strafffunktion

$$\tilde{\alpha} \cdot \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{t=1}^n (\bar{D}_t - D_t)^2 \cdot 1_{\{D_t \leq \bar{D}_t\}}} + \tilde{\beta} \cdot \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{t=1}^n (\bar{G}_t - G_t)^2 \cdot 1_{\{G_t \leq \bar{G}_t\}}}$$

und den Nebenbedingungen

$$P(I) \leq 3\%$$

$$D_t \geq 0 \text{ für alle } t = 1, \dots, n$$

Die hier verwendeten Präferenzgewichte  $\alpha$ ,  $\tilde{\alpha}$ ,  $\beta$ ,  $\tilde{\beta}$ ,  $\gamma$  und  $\omega$  sind Maße für die Bedeutung, die das LVU den jeweiligen Zielen beimisst. Sie sind deshalb unternehmensindividuell zu wählen. Da eine Veränderung der Eigenkapitalrendite um 1% wesentlich leichter zu bewerkstelligen ist als eine Erhöhung der Gesamtverzinsung um 1%, wurden die Präferenzgewichte  $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $\gamma$  und  $\omega$  hier so festgelegt, dass sie die der Höhe nach unterschiedlichen Größen  $D_t$ ,  $G_t$  und  $R_n$  möglichst gleich gewichten. Unsere Wahl erfolgt beispielhaft, in Abschnitt 5 werden wir ihren Einfluss mittels Sensitivitätsanalysen untersuchen.

Die Nebenbedingungen sollen garantieren, dass die Eigenkapitalgeber keine Mittel nachschießen müssen und die Insolvenzwahrscheinlichkeit auf keinen Fall die Schranke von 3% überschreitet.

---

<sup>27</sup> Da es sich bei den Ergebnissen von Simulationen um Realisierungen von Zufallsvariablen handelt, verwenden wir hier als Kennzahl den Median, da dieser auch die Fälle berücksichtigt, in denen das Unternehmen insolvent geworden ist.

## 4. Analysen

Das Ziel der folgenden Analysen ist, den signifikanten Einfluss von Managementregeln im ALM zu belegen:

Managementregeln verändern essentiell die Ergebnisse der Projektion und sollten somit eine wesentliche Rolle bei der Analyse von ALM-Modellen spielen. Es wird sich zeigen, dass durch Managementregeln der Zielerreichungsgrad der Unternehmung (gemessen an der Höhe der Zielfunktion) erheblich gesteigert werden kann und dass das dynamische ALM durch das Aufzeigen und Analysieren unterschiedlicher Alternativen eine wichtige Hilfe bei der Entscheidungsfindung im LVU darstellt.

Um mit einem ALM-Modell die Realität des Versicherungsumfeldes ausreichend abbilden zu können, müssen pfadabhängige Managementregeln implementiert sein. Unsere Analysen demonstrieren, dass verschiedene Managementregeln massiv die Entwicklung des Unternehmens in der Projektion beeinflussen und deswegen der Anwender von Managementregeln entsprechende Sorgfalt bei deren Einsatz walten lassen sollte. Andererseits bietet die Analyse von Managementregeln gute Steuerungsmöglichkeiten des LVU, da sie die Auswirkungen verschiedener Handlungsalternativen verdeutlicht und somit die Spielräume des Managements greifbar macht.

Außerdem unterstreichen unsere Analysen, dass bei der Anwendung von ALM die Wechselwirkungen von Aktiv- und Passivseite der Bilanz eine wesentliche Rolle für Lebensversicherer spielen - nicht nur im statischen Fall, sondern vor allem auch im dynamischen. Deswegen kann bei jeder Projektion ein Verzicht auf simultanes ALM zu folgenschweren Fehleinschätzungen führen (vgl. Abbildung 4).

Neben der Steigerung der Realitätsnähe haben Managementregeln einen erheblichen Einfluss auf die Ergebnisse des ALM. Um diesen Einfluss sichtbar zu machen, haben wir ein Optimierungsproblem aufgestellt, das die Zielerreichung eines Standard-LVU mit typischen Zielen misst.

Nun untersuchen wir die Auswirkungen von Kombinationen der in Kapitel 3 vorgestellten Aktiv- und Passivregeln auf die Zielfunktion. Dabei haben wir bei jeder Regel den Steuerparameter variabel gelassen, um die Effekte aufzuzeigen, welche unterschiedliche Managementregeln haben, die der gleichen Klasse von Regeln angehören.

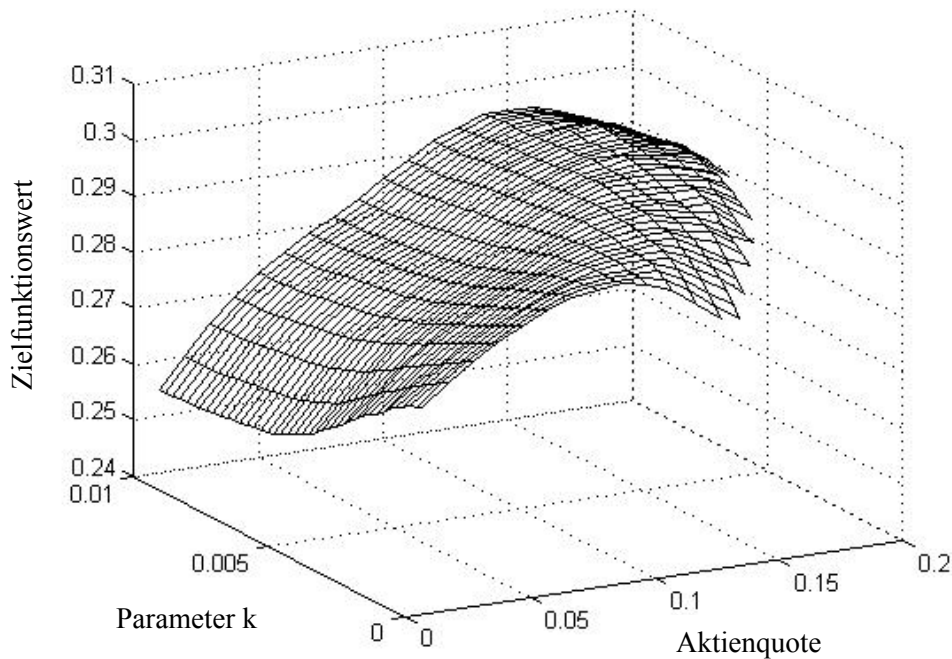
Zunächst betrachten wir die Kombinationen von Fixed-Mix mit der Reserventreppe-Regel. Bei Fixed-Mix lassen wir die Aktienquote (AQ) von 1% bis zu den gesetzlich zugelassenen 35% in 1%-Schritten variieren und bei der Reserventreppe verändern wir den Grad der Senkung  $k$  (bzw. der Erhöhung) der Überschussbeteiligung.<sup>28</sup> Da eine Senkung der Überschuss-

---

<sup>28</sup> Vgl. Tabelle 5: Die untersuchten Managementregeln im Überblick



beteiligung um mehr als 1% pro Jahr aus Wettbewerbsgründen nicht wünschenswert ist, lassen wir  $k$  das Intervall von 0% bis 1% in 0,025%-Schritten durchlaufen. Zu jeder der 1400 möglichen Kombinationen wird nun der Zielfunktionswert bestimmt. Falls eine Kombination wegen der Nebenbedingungen nicht zulässig ist, wird diese in der weiteren Untersuchung nicht berücksichtigt. Abbildung 3 zeigt grafisch das Ergebnis der Berechnungen. Dabei sind auf der x-Achse die Aktienquote von Fixed-Mix, auf der y-Achse der Parameter  $k$  der Reserventreppe-Regel und auf der z-Achse der entsprechende Zielfunktionswert abgetragen.



**Abbildung 3: Kombination Fixed-Mix und Reserventreppe**

Schon bei dieser einfachen Kombination dynamischer Managementregeln kann man sehr deutlich den Einfluss der Regeln auf die Ergebnisse der Projektion erkennen. Schon nach 5 Jahren Betrachtungszeitraum weichen die Zielfunktionswerte in Abhängigkeit von der Aktienquote und dem Parameter  $k$  um mehr als 15% von dem hier maximalen Zielfunktionswert ab (hier gleich 0,302 bei  $k=0,55\%$  und  $AQ=15\%$ ).

**Um also strategische Managemententscheidungen eines LVU mit ALM wirksam unterstützen zu können, kann auf dynamische Managementregeln und deren weit reichende Spielräume bzw. Analysemöglichkeiten nicht verzichtet werden.**

Für festen Parameter  $k$  verläuft hier der Graph der Zielfunktion konkav und besitzt ein eindeutiges Maximum. Das liegt daran, dass die erwarteten Erträge<sup>29</sup> und damit auch die Dividendenausschüttungen, die Reserven und die Überschussbeteiligung mit wachsender Aktienquote auch steigen und somit die Zielfunktionswerte erhöhen. Aber eine erhöhte Aktienquote hat nicht unbedingt gleichzeitig ein signifikant höheres Risiko zur Folge, da Lebensversicherer die Überschussbeteiligung anpassen können und erhebliche Reservespielräume haben. Die Insolvenzwahrscheinlichkeit als Maß für das Risiko steigt bis zu einer Aktienquote von ca. 10% nahezu gar nicht an, aber danach sehr steil. Aus diesem Grund ist die Zielfunktion nicht monoton wachsend in der Aktienquote, sondern fällt ab einer bestimmten AQ wieder, da die dann sehr hohe Insolvenzwahrscheinlichkeit entweder die Kombination nicht zulässt<sup>30</sup> oder die Erträge aus der hohen AQ negativ überlagert (durch den Term  $-\mu \cdot P(I)$  in der Zielfunktion).

Für  $k=0$  ist die Passivregel sozusagen ausgeschaltet und die Überschussbeteiligung wird in der Projektion nicht verändert. Gerade für hohe Aktienquoten (z.B. konstant 15%) liegen die Zielfunktionswerte dann weit von dem globalen Maximum entfernt. Das bedeutet jedoch, dass die betrachtete Passivregel, wenn sie denn tatsächlich angewendet wird (d.h.  $k \neq 0$ ), die Ergebnisse signifikant beeinflusst. Dies verdeutlicht:

**Managementregeln im dynamischen ALM verändern die Ergebnisse im Vergleich zu statischen Betrachtungsweisen wesentlich.**

Auch muss man bei der Optimierung von Managementregeln Aktiv- und Passivseite gemeinsam (simultan) betrachten, da die Interaktion wesentlichen Einfluss auf die Ergebnisse der Projektion hat. Optimiert man die Aktivregeln und Passivregeln nacheinander, so wird die gefundene Lösung im Allgemeinen suboptimal sein. Wenn beispielsweise die Aktienquote zunächst bei 10% fixiert wird, so ergibt sich ein „optimales“  $k$  von 0,15%<sup>31</sup>, was weit von dem global „optimalen“ Wert für  $k$  von 0,55% entfernt liegt. Genauso, wie für feste Aktienquote, sind auch die Lösungen nur suboptimal, wenn danach der Parameter  $k$  fixiert wird und dazu die „beste“ Aktienquote gesucht wird. Das heißt,

**ohne simultane Betrachtung von Aktiv- und Passivregeln lassen sich im Allgemeinen nur suboptimale Ergebnisse erzielen.**

<sup>29</sup> Aktien haben hier eine höhere erwartete Rendite als Renten (vgl. Kapitalmarktparameter in Kapitel 2).

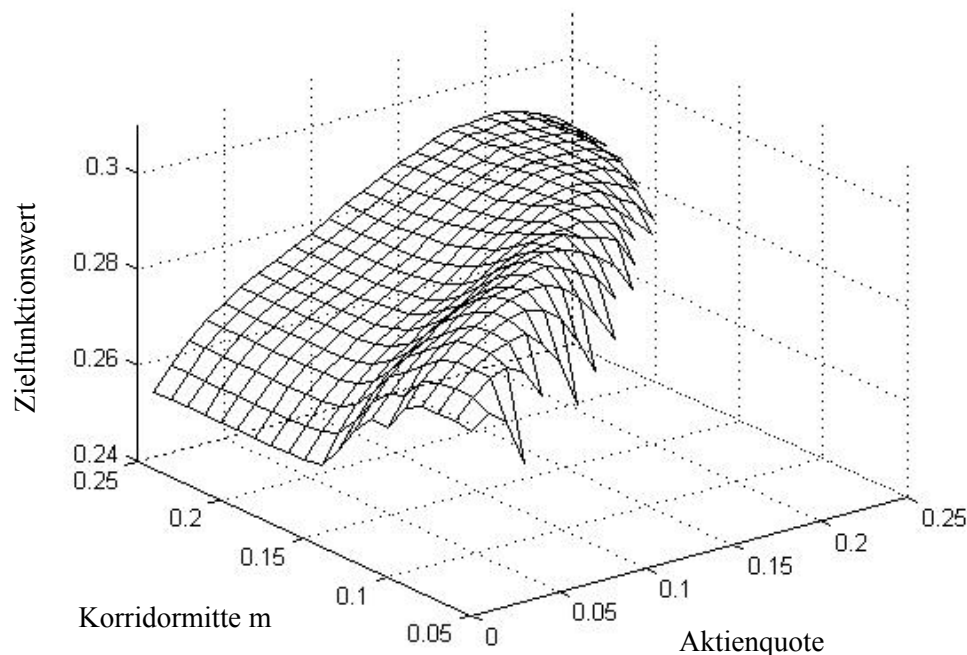
<sup>30</sup> Wegen der Nebenbedingung, dass die Insolvenzwahrscheinlichkeit kleiner 3% sein muss.

<sup>31</sup> Vgl. Abbildung 3: Kombination Fixed-Mix und Reserventreppe

Auch bei einer Kombination von Fixed-Mix mit der Reservenkorridor-Regel erhält man diese Resultate. Abbildung 4 zeigt die Zielfunktionswerte (z-Achse) in Abhängigkeit der Aktienquote (x-Achse) und des Parameters  $m$ , der die Korridormitte darstellt (y-Achse)<sup>32</sup>.

Deutlich zeigt sich wieder die Wirkung der Managementregeln auf die Projektion. Diesmal ist die Abweichung jedoch nicht ganz so stark ausgeprägt wie bei Fixed-Mix und der Reserventreppe, beträgt aber immer noch weit über 10% des Maximalwertes der Zielfunktion (hier gleich 0,294 bei  $m=13\%$  und  $AQ=13\%$ ).

Auch hier würde eine „Optimierung“ von einzelnen Regeln nacheinander nur suboptimal ausfallen (zu sehen an der jeweiligen Steigung des Graphen in Abbildung 4 bei fixiertem Parameter  $m$  oder fixierter Aktienquote) – zumindest für  $m < 15\%$ . Für größere Werte von  $m$  ist der Reservenkorridor so hoch, dass die Managementregel in fast jedem Szenario die Überschussbeteiligung auf Null reduziert und somit die Passivregel für  $m > 15\%$  logischerweise nahezu keinen Einfluss mehr auf die Zielfunktion besitzt. Für sehr kleine  $m$  jedoch ist der Korridor so niedrig gewählt, dass die Überschussbeteiligung beinahe immer erhöht wird und danach nur selten wieder gesenkt, was dazu führt, dass dann viele Kombinationen nicht mehr zulässig sind und das Niveau der Zielfunktion insgesamt kleiner ist als bei der Reserventreppe.



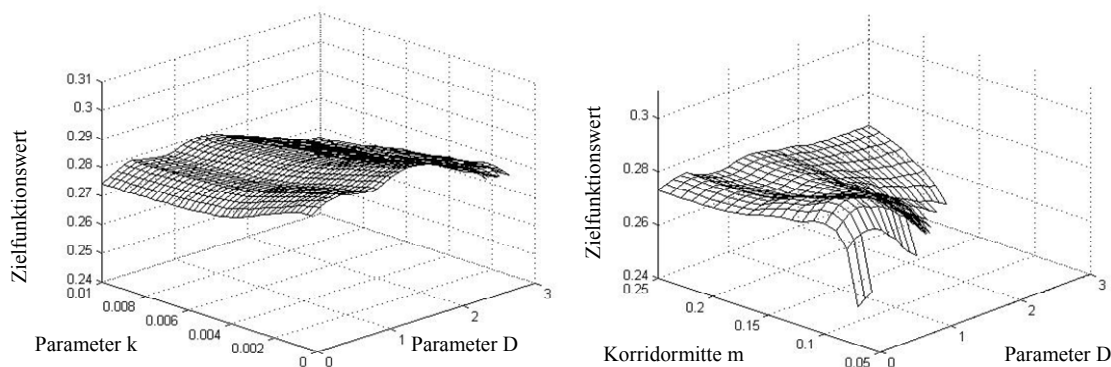
**Abbildung 4: Kombination Fixed-Mix und Reservenkorridor**

Die Zielfunktion bildet hier jedoch eine Art „optimalen“ Grat, der für hohe Aktienquoten auch einen hohen Reservenkorridor favorisiert und bei niedrigen Aktienquoten auch weniger Reserven verlangt. Dieses Ergebnis resultiert im Wesentlichen aus dem Einfluss der Insol-

<sup>32</sup> Wobei hier der Parameter  $m$  Werte von 6% bis 25% durchläuft.

venzwahrscheinlichkeit, da diese (bei dem betrachteten LVU) in der Aktienquote wächst<sup>33</sup> und somit das LVU bei niedriger Aktienquote auch geringere Reserven halten muss, um eine Insolvenz (und die damit verbundenen hohen Abzüge) zu verhindern. Um bei der Optimierung den „optimalen“ Grat nicht zu verlassen, ist wieder eine integrierte Gesamtbetrachtung unumgänglich.

Bis jetzt haben wir nur eine Aktivregel (Fixed-Mix-Regel) mit verschiedenen Passivregeln kombiniert. Aber auch wenn wir eine andere Aktivregel, wie CPPI, mit den beiden Passivregeln verknüpfen, bestätigt das im Wesentlichen die gleichen qualitativen Aussagen, nur dass das Aussehen der Zielfunktion anders ist. Abbildung 5 zeigt die Ergebnisse der Simulation bei CPPI mit der Reserventreppe und mit dem Reservenkorridor, wobei bei CPPI der Risikoaversionfaktor  $D$  das Intervall von 0 bis 3 in 0,1er Schritten durchläuft<sup>34</sup> (auf der x-Achse wird der Parameter  $D$  abgetragen, auf der y-Achse die Parameter  $k$  bzw.  $m$  und auf der z-Achse die Zielfunktion).



**Abbildung 5: Kombination von CPPI mit Reserventreppe (links) und Reservenkorridor (rechts)**

Diesmal ist die Wechselwirkung beim Reservenkorridor (rechts) mehr ausgeprägt, als bei der Reserventreppe (links). Die Zielfunktion bildet für den Reservenkorridor (zusammen mit CPPI) bei  $D=0,4$  einen steilen Gipfel (globales Maximum), was bedeutet, dass lediglich eine Näherung an diesen Punkt ohne simultane Betrachtung nicht sinnvoll ist und zu großen Fehleinschätzungen führen kann (die Zielfunktion weicht in einer nahen Umgebung des Maximums um mehr als 5% ab).

Bei der Reserventreppe (links) ist die Zielfunktion in dem Parameter  $k$  monoton fallend. Dies liegt daran, dass CPPI für kleine  $D$  die Insolvenzwahrscheinlichkeit stark senkt. Die Insolvenzwahrscheinlichkeit spielt also für die Passivregel Reserventreppe (bei kleinen  $D$ ) keine

<sup>33</sup> Die Insolvenzwahrscheinlichkeit ist auf Grund der vorhandenen Reserven des LVU für Aktienquoten bis ca. 5% gleich Null und wächst für größere Aktienquoten monoton. Diese Monotonie ist nur hier bei den gegebenen Voraussetzungen zu beobachten, i.Allg. fällt die Insolvenzwahrscheinlichkeit für Aktienquoten zwischn 0% und 5% aus Diversifikationsgründen.

<sup>34</sup> Es wurde das Intervall von 0 bis 3 gewählt, um sowohl risikofreudige, als auch risikoaverse Anleger zu repräsentieren. Vergleiche hierzu [Ziemba & Mulvey 01], S.20

große Rolle. Auf der anderen Seite können dann starke Reduktionen der Überschussbeteiligung (diese werden über die Straffunktion geahndet) die Insolvenzwahrscheinlichkeit auch nicht weiter verkleinern und überlagern somit die höheren Ertragswerte (bei geringerer Überschussbeteiligung) zu sehr.

Vergleicht man die Zielfunktionen aller vier Regel-Kombinationen, so belegen diese, dass unterschiedliche Managementregeln auch verschiedene Grade der Zielerreichung (gemessen an der Zielfunktion) liefern. So lässt sich mit der Kombination aus Fixed-Mix und der Reserventreppe-Regel insgesamt das „beste“ Ergebnis erzielen, aber kleine Abweichungen von den „optimalen“ Parametern haben sehr große Auswirkungen auf die Zielfunktion (diese ist sehr steil). Im Gegensatz dazu ist die Kombination aus CPPI und der Reserventreppe z.B. insgesamt zwar nicht so gut, aber kleine Abweichungen von den dort „optimalen“ Parametern haben weniger Auswirkungen auf die Zielfunktion als bei Fixed-Mix und der Reserventreppe.

Alle Beispiele haben zudem gezeigt, dass es sich als fundamental für die Anwendung von ALM und die darauf basierende strategische Planung erweist, Managementregeln im ALM-Modell zu berücksichtigen, um Fehleinschätzungen zu vermeiden. Außerdem spielt die Anwendung von wechselseitigem ALM mit den entsprechenden Interaktionen zwischen Aktiva und Passiva bei der Optimierung von Managementregeln eine wesentliche Rolle, da sonst i. Allg. lediglich suboptimale Lösungen gefunden werden.

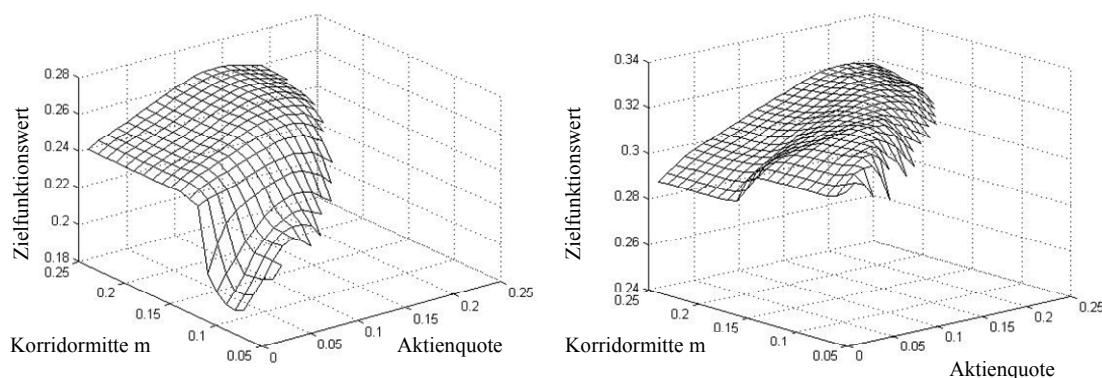
## 5. Sensitivitätsanalysen

Um die oben getroffenen Aussagen zu untermauern, untersucht der nun folgende Abschnitt an Hand von der Regel-Kombination Fixed-Mix und Reservenkorridor, ob die Wirkung von Managementregeln stark von den gewählten Annahmen bzw. den Gewichtungsfaktoren der Zielfunktion abhängt oder ob sie auch bei Veränderung dieser Größen wie oben beobachtbar ist.

### Variation der Kapitalmarktparameter

In einem ersten Schritt analysieren wir den Effekt unterschiedlicher Kapitalmarktparameter auf die Ergebnisse der Zielfunktion unter Anwendung der Aktivregel Fixed-Mix und der Passivregel Reservenkorridor. Bei allen nun folgenden Grafiken werden auf der x-Achse die Aktienquote von Fixed-Mix, auf der y-Achse die Reservenkorridormitte  $m$  und auf der z-Achse die Zielfunktionswerte abgetragen.

Abbildung 6 zeigt die Auswirkungen einer Änderung des langfristigen Mittels der Short Rate auf die Zielfunktion (zu vergleichen mit Abbildung 4).



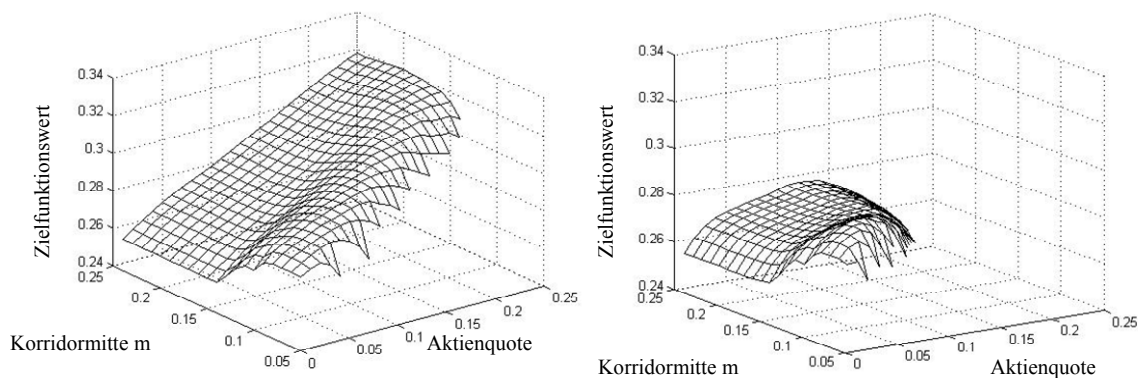
**Abbildung 6: Langfristiges Mittel der Short Rate gleich 2% (links) und gleich 4% (rechts)**

In der rechten Grafik sieht man nahezu eine Parallelverschiebung der Zielfunktion in Richtung höhere Zielfunktionswerte im Vergleich zu den Originalparametern. Lediglich für kleine Aktienquoten erhöht sich die Zielfunktion überproportional, was jedoch zu erwarten ist, wenn der Ertrag der Renten gesteigert wird.

Anders die linke Grafik, in der für niedrige Reservenkorridormitten  $m$  die Zielfunktionswerte wegbrechen. Dieser Effekt wird durch die im Vergleich zu den Originalparametern weit höhere Insolvenzwahrscheinlichkeit (bei einer erwarteten Rendite von lediglich 2% auf Rententitel und einem Garantiezins von 3,25%) erzeugt. Hier kann selbst eine sehr kleine Aktienquote die Insolvenz kaum aufhalten, was sich an der noch größeren Zahl an unzulässigen Parameterkombinationen zeigt (die linke Grafik hat weniger Punkte, da nur die zulässigen Werte darge-

stellt werden). Auch wirkt sich hier die oben bereits erwähnte Eigenschaft der Reservenkorridor-Regel aus, bei kleinem  $m$  die Überschussbeteiligung nahezu nie zu senken, sondern diese eher noch zu erhöhen.

Nun wollen wir den Effekt einer Fehleinschätzung der Volatilität der Aktien auf die Zielfunktion untersuchen: Abbildung 7 stellt die Zielfunktionswerte für eine Aktienvolatilität von 15% (links) und von 25% (rechts) dar (zu vergleichen mit Abbildung 4).



**Abbildung 7: Volatilität der Aktien gleich 15% (links) und gleich 25% (rechts)**

Die rechte Grafik (Volatilität gleich 25%) wird im Wesentlichen von der signifikant höheren Insolvenzwahrscheinlichkeit geprägt. Schon ab einer Aktienquote von 18% übersteigt die Insolvenzwahrscheinlichkeit die 3%-Marke, sodass alle solchen Kombinationen nicht mehr zulässig sind. Die Zielfunktion wird somit in Richtung kleinere Aktienquote gestaucht und in Richtung niedrigere Zielfunktionswerte verschoben, da die durch die größere Volatilität viel höhere Insolvenzwahrscheinlichkeit die Zielfunktionswerte drastisch reduziert.

Bei einer Aktienvolatilität von 15% (linke Grafik) verkleinert sich die Insolvenzwahrscheinlichkeit (weniger Abweichung vom Erwartungswert des Aktien>Returns) und der realisierte Aktienertag ist seltener sehr schlecht, wodurch bei hohen Aktienquoten mehr betrachtete Parameterkombinationen zulässig sind als bei den Originalparametern (vgl. Abbildung 4) und die Zielfunktion dort anwächst. Für kleine Aktienquoten ändert sich die Zielfunktion fast gar nicht, da dort der Einfluss der Volatilitätsänderung sehr klein ist (da das LVU in diesem Fall nur sehr wenige Aktien besitzt).

Insgesamt lässt sich festhalten, dass bei Variation der Kapitalmarktparameter immer noch der beobachtete „optimale“ Grat der Zielfunktion zu finden ist, und die Veränderung der Zielfunktion keine unerwarteten Anomalien aufweist. Lediglich wenn der Return der Short Rate auf 2% reduziert wird, verschwindet der „optimale“ Grat. Bei 2% Return lässt sich jedoch nicht einmal mehr der Garantiezins erwirtschaften, sodass dort unternehmensspezifische negative Einflüsse auftreten, die nicht wesentlich mit den betrachteten Parameterkombinationen der Managementregeln zusammenhängen. Weiterhin zeigt sich bei allen Parametervariationen

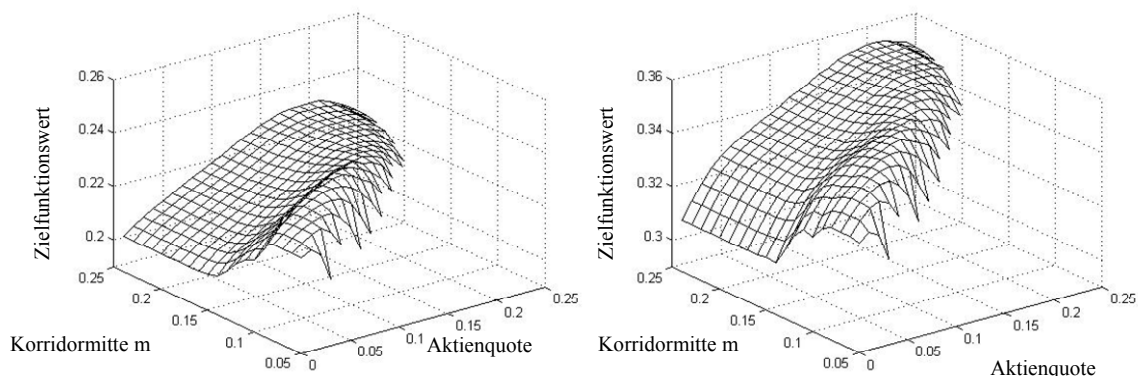
erneut der starke Einfluss der Managementregeln auf die Zielfunktion und das Modell, wie er in Kapitel 4 beschrieben wurde.

Interessant ist auch die Frage, ob die Wirkungsweise der Managementregeln sehr stark von der Wahl der Gewichtungparameter der betrachteten Zielfunktion abhängt, oder ob die gleiche Signifikanz auch bei Veränderung dieser Parameter zu sehen ist.

### Variation der Gewichtungparameter der Zielfunktion

Für die folgenden Analysen ist zu beachten, dass die absolute Höhe der Zielfunktion sich logischerweise ändert, da ja einzelne Zielgrößen stärker bzw. geringer gewichtet werden, und somit keine Rolle spielt. Lediglich das Aussehen bzw. die Form der Zielfunktion ist von Interesse.

Untersucht man den Präferenzparameter  $\alpha$ , der die Dividendenzahlungen an die Aktionäre gewichtet, so zeigt sich, dass die Zielfunktion ihre Form bei Variation von  $\alpha$  kaum ändert. Abbildung 8 gibt die Ergebnisse der Berechnungen für Fixed-Mix und den Reservenkorridor bei  $\alpha$  gleich 0,4 (links) und  $\alpha$  gleich 1,2 (rechts) wieder (zu vergleichen mit Abbildung 4).<sup>35</sup>



**Abbildung 8: Präferenzparameter  $\alpha$  gleich 0,4 (links) und gleich 1,2 (rechts)**

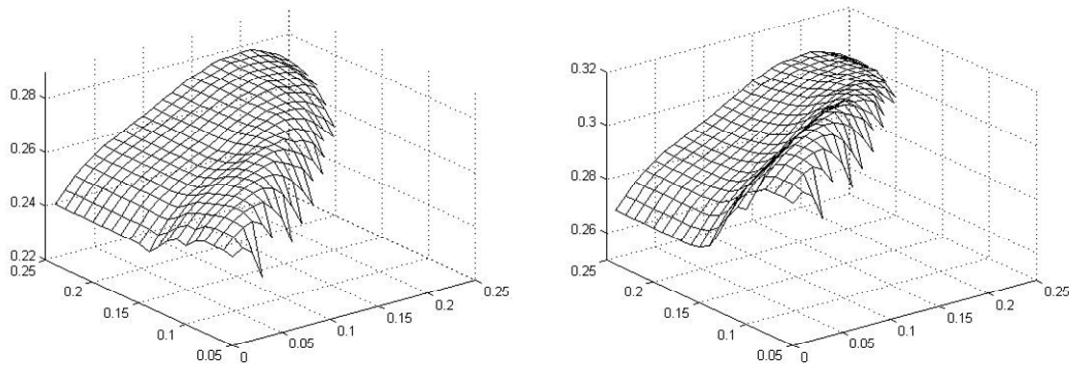
Deutlich zu sehen ist, dass für kleines  $\alpha$  (links) die Managementregeln unverändert auf das ALM wirken und sie die Zielfunktion genauso beeinflussen wie bei den Originalparametern.<sup>36</sup> Aber auch bei einer sehr starken Gewichtung der Dividendenzahlungen an die Eigenkapitalgeber (rechts,  $\alpha$  gleich 1,2) ändert sich das Aussehen der Zielfunktion nur unmerklich und sie wird nur in Richtung höherer Zielfunktionswerte verschoben, was bei stärkerer Gewichtung einer Zielgröße bei sonst gleich bleibender Gewichtung kein Wunder ist.

<sup>35</sup> Der Originalwert für  $\alpha$  ist 0,8.

<sup>36</sup> Lediglich die Höhe der Zielfunktion wird reduziert (was bei geringerer Gewichtung einer Zielgröße nicht verwundert), nicht ihr Aussehen.



Im Prinzip lassen sich dieselben Schlussfolgerungen für eine Variation der Gewichtungsparemeter  $\beta$  und  $\gamma$  ziehen.



**Abbildung 9: Präferenzparameter  $\beta$  gleich 0,4 (links) und gleich 1,2 (rechts)**

Abbildung 9 zeigt die Auswirkungen der Veränderung des Präferenzparameters  $\beta$  von ursprünglich  $\beta=3$  auf  $\beta=2,5$  (links) und  $\beta=3,5$  (rechts). Der Parameter  $\beta$  gibt die Gewichtung der gewährten Überschussbeteiligung an. Wie bei  $\alpha$  ist deutlich die Verschiebung der Zielfunktion nach oben bzw. unten bei größerem bzw. kleinerem  $\beta$  zu sehen. Jedoch wird der „optimale“ Grat für kleineres  $\beta$  abgeschwächt und für größeres  $\beta$  verstärkt. Dieses Phänomen liegt an der Erhöhung der Überschussbeteiligung bei kleiner Reservenkorridormitte  $m$ . Eine Erhöhung der Überschussbeteiligung ist im Sinne der Versicherungsnehmer und wird in der Zielfunktion mit  $\beta$  gewichtet belohnt. Natürlicherweise fällt diese Belohnung dann bei kleinem  $\beta$  geringer aus, als bei großem  $\beta$ . Dieser Effekt wird für größere Reservenkorridormitte  $m$  abgeschwächt, da bei höherem Korridor auch immer öfter Senkungen der Überschussbeteiligung vorkommen, welche in der Zielfunktion bestraft werden.

Beim Präferenzparameter  $\gamma$ , der die Reserven des LVU am Ende der Betrachtung gewichtet, zeigt sich besonders gut der Einfluss der Passivregel auf die Reserven des LVU. Wird  $\gamma$  klein gewählt, so überlagert der positive Effekt einer Erhöhung der Überschussbeteiligung (so bei kleinen Reservenkorridormitte  $m$ ) den negativen Effekt der dadurch geringeren Reserven, was zu dem beobachteten „optimalen“ Grat führt (vgl. Abbildung 10, linke Grafik). Werden jedoch die Reserven stärker gewichtet (vgl. Abbildung 10, rechte Grafik), so ist eine Reduktion der Überschussbeteiligung auf den Garantiezins am besten (so bei großen Reservenkorridormitte  $m$ ), da die dadurch höheren Reserven die Zielfunktion mehr beeinflussen, als die negativen Auswirkungen der geringen Überschussbeteiligung.

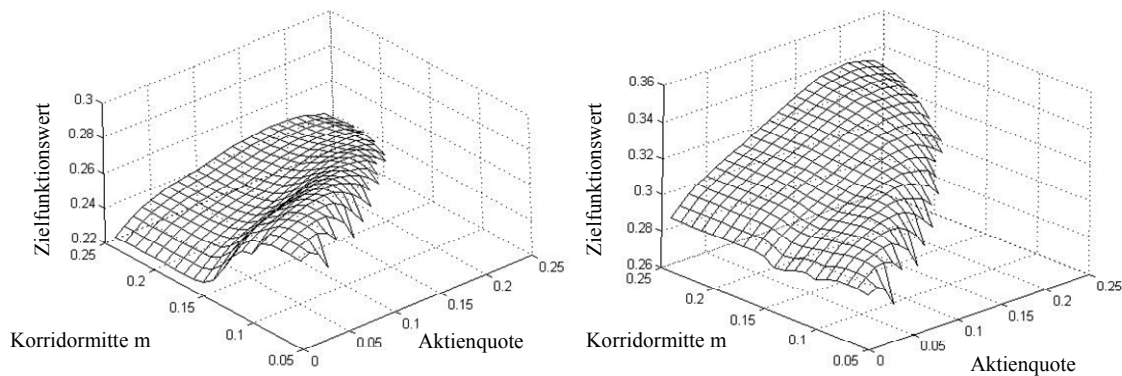


Abbildung 10: Präferenzparameter  $\gamma$  gleich 0,2 (links) und gleich 0,6 (rechts)

Es lässt sich festhalten, dass die Zielfunktion zwar wesentlich die bestmögliche Parameterkombination bestimmt, jedoch die Wirkung der Managementregeln als solche nicht ausschlaggebend von den spezifischen Gewichten der Zielfunktion abhängt. Auch zeigt sich in unserem Beispiel die wechselseitige Interaktion der Regeln unabhängig davon, wie die einzelnen Ziele des LVU gewichtet werden. Etwas anders stellt sich die Situation bei Veränderung der Kapitalmarktparameter dar, bei der die Zielfunktion stärker in den Parametern schwankt und sich nicht so stabil wie in den Präferenzgewichten  $\alpha$ ,  $\beta$  und  $\gamma$  zeigt.

## 6. Zusammenfassung

Die zentralen Ergebnisse der Analysen in dieser Arbeit sind:

- Managementregeln im dynamischen ALM verändern die Ergebnisse im Vergleich zu statischen (nicht pfadabhängigen) ALM-Projektionen signifikant.
- Neben der Steigerung der Realitätsnähe des ALM-Modells bieten Managementregeln vielseitige Analysemöglichkeiten und verdeutlichen dem Management die Auswirkungen unterschiedlicher Handlungsalternativen. Dadurch stellen sie eine wichtige Hilfe bei der Entscheidungsfindung im LVU dar.
- Die Wechselwirkungen von Aktiv- und Passivseite der Bilanz werden durch die Anwendung von Managementregeln deutlich. Bei der Optimierung von Handlungsalternativen kann auf eine simultane Betrachtung der Managementregeln nicht verzichtet werden, da sonst suboptimale Lösungen gefunden werden.

## Literaturverzeichnis

- [Albrecht 98] Albrecht, P.: *Was ein Aktuar über Investmentmathematik wissen sollte: Asset/Liability-Management (ALM)*. In: *Der Aktuar* 4, Heft 3, 1998, S.99 - 103
- [Albrecht 01] Albrecht, P.: *Asset Liability Management bei Versicherungen*. Mannheimer Manuskripte zu Risikotheorie, Portfolio Management und Versicherungswirtschaft, Nr. 134, Mannheim, 2001
- [Brandt 05] Brandt, S.: *Modellierung und wirtschaftsmathematische Analyse der Überschussweitergabe deutscher Lebensversicherer*. Diplomarbeit an der Universität Ulm, Ulm, 2005
- [Boender et al. 01] Boender, G. C. E., van Aalst, P., and Heemskerk, F.: *Modelling and Management of Assets and Liabilities of Pension Plans in The Netherlands*. W. T. Ziemba and J. M. Mulvey (eds.), *Worldwide Asset and Liability Modeling*, Cambridge University Press, Cambridge, UK, S.561 – 580, 2001
- [Brennan et al. 97] Brennan, M. J. und Schwartz, E. S.: *Strategic asset allocation*. *Journal of Economic Dynamics and Control*, 21, S.1377 – 1403, 1997
- [Cariño et al. 94] Cariño, D. R., Kent, T., Myers, D. H., Stacy, C., Sylvanus, M., Turner, A. L., Watanabe, K. und Ziemba, W. T.: *The Russell-Yasuda Kasai Model: An Asset/Liability Model for a Japanese Insurance Company using Multistage Stochastic Programming*. W. T. Ziemba and J. M. Mulvey (eds.), *Worldwide Asset and Liability Modeling*, Cambridge University Press, Cambridge, UK, S.609 – 633, 1994
- [Cox, Ingersoll & Ross 85]
- Cox, J, Ingersoll, E. & Ross, S.: *A Theory of the Term Structure of Interest Rates*. *Econometrica*, Band 53/2, S. 385 – 407, 1985

- [Dert 98] Dert, C. L.: *A dynamic model for asset liability management for defined benefit pension funds*. W. T. Ziemba and J. M. Mulvey (eds.), *Worldwide Asset and Liability Modeling*, Cambridge University Press, Cambridge, UK, S.501 – 536, 1998
- [Hiller & Eckstein 93] Hiller, R. S. und Eckstein, J.: *Stochastic dedication: Designing fixed income portfolios using massively parallel Benders decomposition*. *Management Science* 39, S. 1422 – 1438, 1993
- [Hipp 03] Hipp, C.: *Stochastic Control with Application in Insurance*. Working Paper, Universität Karlsruhe, 2003, Download unter: <http://insurance.fbv.uni-karlsruhe.de/download/HippCIME.pdf>
- [Hipp 04] Hipp, C.: *Optimal Investment for Insurers*. Working Paper, vorgestellt auf dem Austrian Workshop on Asset Liability Management for Insurance Companies and Pension Funds, September 2004, Wien
- [Horn 04] Horn, O.: *Entwicklung und Anwendung von Managementregeln im Asset-Liability-Management deutscher Lebensversicherer*. Diplomarbeit an der Universität Ulm, Ulm, 2004
- [Hull 93] Hull, J.: *Options, Futures and other derivative Securities*. Prentice-Hall Inc. A Simon&Schuster Company, Englewood Cliffs, NJ, USA, 1993
- [Jaquemod 05] Jaquemod, R.: *Stochastisches Unternehmensmodell für deutsche Lebensversicherungen*. Verlag Versicherungswirtschaft, Karlsruhe, 2005
- [Kusy & Ziemba 86] Kusy, M. I. und Ziemba, W. T.: *A bank asset and liability management model*. *Operations Research* 34 (3), S.356 – 376, 1986

- [Markowitz 93] Markowitz, H. M.: *Portfolio Selection*. Blackwell, 2. Auflage, 1993
- [Rachev & Tokat 00] Rachev, S. und Tokat, Y.: *Asset and Liability Management: Recent Advances*. In: Handbook of Analytic-Computational Methods in Applied Mathematics, S.859 – 908, 2000
- [Rechtsteiner 03] Rechtsteiner, S.: *Modellierung und Implementierung eines Tools zum Asset-Liability Management bei Lebensversicherungsunternehmen*. Diplomarbeit an der Universität Ulm, Ulm, 2003
- [Schmidli 01] Schmidli, H.: *Optimal proportional reinsurance policies in a dynamic setting*. Scand. Actuarial Journal, S.55 – 68, 2001
- [Shapiro 88] Shapiro, J. F.: *Stochastic Programming models for dedicated portfolio selection*. In Mathematical Models for Decision Support, B. Mitra (ed.), NATO ASI Series, Vol. F48, Springer-Verlag, S.587 – 611, 1988
- [Smink 95] Smink, M.: *Asset Liability Management in Life Insurance: towards a theory of liability driven investment management*. Labyrinth Publ., 1995
- [Steiner & Bruns 02] Steiner, M. und Bruns, C.: *Wertpapiermanagement*. Schäffer-Poeschel Verlag, Stuttgart, 8. Auflage, 2002
- [Wengert 00] Wengert, H. M.: *Gesamtunternehmensbezogenes Risikomanagement bei Lebensversicherungsunternehmen*. Institut für Finanz- und Aktuarwissenschaften (ifa), Ulm, 2000
- [Zenios 91] Zenios, S.A.: *Massively parallel computations for financial planning under uncertainty*. In Very Large Scale Computing in the 21<sup>st</sup> Century, J. Mesirov (ed.), SIAM, Philadelphia, Pennsylvania, S.273 – 294, 1991

- [Zielke 04] Zielke, C.: *Ohne Risiko kein Gewinn*. Versicherungswirtschaft, Heft 22, 2004
- [Ziemba & Mulvey 01] Ziemba, W. T. und Mulvey, J. M.: *Worldwide Asset and Liability Modeling*. Cambridge University Press, Cambridge, 2001
- [Zwiesler 04] Zwiesler, H.-J.: *Asset-Liability-Management – die Versicherung auf dem Weg von der Planungsrechnung zum Risikomanagement*. Versicherung im Umbruch, Hrsg. K. Spremann, Springer, Heidelberg, 2004