

Das stochastische Re-Reserving - Ein simulationsbasierter Ansatz für die stochastische Modellierung des Reserverisikos in der Kalenderjahressicht

Christian Kraus und Dorothea Diers

Preprint Series: 2009-10



**Fakultät für Mathematik und Wirtschaftswissenschaften
UNIVERSITÄT ULM**

Das stochastische Re-Reserving

Ein simulationsbasierter Ansatz für die stochastische Modellierung des
Reserverisikos in der Kalenderjahressicht

Christian Kraus - Dorothea Diers

Zusammenfassung Das Reserverisiko ist neben dem Prämienrisiko ein wesentlicher Bestandteil des versicherungstechnischen Risikos eines Schaden- und Unfallversicherers. Bisher wurde in der Literatur dem Reserverisiko zumeist eine ultimative Sichtweise zugrunde gelegt, wobei die Unsicherheit der Schadenrückstellung bis zu ihrer endgültigen Abwicklung quantifiziert wird. Sowohl im Rahmen von Solvency II als auch vor dem Hintergrund mehrjähriger interner Risikomodelle findet im Moment jedoch eine verstärkte Auseinandersetzung bzgl. der Abgrenzung des Reserverisikos auf ein Kalenderjahr statt. Hierbei wird die Unsicherheit des Abwicklungsergebnisses im nächsten Kalenderjahr quantifiziert. In dieser Arbeit wollen wir mit dem stochastischen Re-Reserving einen simulationsbasierten Ansatz für die stochastische Modellierung des Reserverisikos in der Kalenderjahressicht vorstellen. Darüber hinaus wollen wir anhand einer Fallstudie die Ergebnisse des stochastischen Re-Reservings mit den Ergebnissen des Claims Development Result Verfahrens (siehe Merz und Wüthrich 2007) vergleichen.

Abstract Next to premium risk, reserve risk is an essential part of underwriting risk for property and casualty insurers. Up to now, the literature on non-life reserve risk for the most part only considered an ultimative point of view, which means that the reserve risk uncertainty would be quantified up to final settlement. In the context of the new Solvency II project, as well as against the background of internal models in a several year context, for now an intensified discussion about a one-year horizon has occurred. Thereby, the reserve risk uncertainty would only be quantified up to a one-year claims development result. In this paper we would like to present a simulation method, called stochastic Re-Reserving for modelling the reserve risk on a yearly basis. In addition to that, we would like to make a paradigmatic comparison between stochastic Re-Reserving and an analytical approach, called claims development result method (see Merz and Wuethrich 2007).

Christian Kraus

Institut für Versicherungswissenschaften, Helmholtzstrasse 22 D-89081 Ulm

Tel.: +49-731-50-31181, Fax: +49-731-50-31188, Mail: christian.kraus@uni-ulm.de

Dr. Dorothea Diers

Provinzial NordWest Holding AG, Provinzial-Allee 1 D-48131 Münster

Tel.: +49-251-219-2994, Fax: +49-251-219-2437, Mail: dorothea.diers@provinzial.de

1 Einleitung

Die momentane internationale Bankenkrise, sowie die damit einhergehende Finanz- und Wirtschaftskrise schlagen sich auch auf die Versicherungswirtschaft in Deutschland nieder. Insbesondere die Fragen nach einem angemessenen Risikomanagement und nach ausreichender Solvabilität, treten mehr denn je in den Fokus des öffentlichen Interesses.

Im Zuge dessen spielt die adäquate Abbildung von versicherungstechnischen Risiken, die gleichzeitig mit genügend Eigenkapital hinterlegt werden müssen, eine wichtige Rolle. Interne Risikomodelle und aufsichtsrechtliche Vorschriften sorgen dabei für das nötige Grundgerüst, um diesen Anforderungen auch gerecht zu werden. Im Bereich der Nicht-Lebensversicherung ist das Reserverisiko ein wesentlicher Bestandteil der versicherungstechnischen Risiken. Die stochastische Modellierung des Reserverisikos bildet dabei einen wichtigen Baustein für das erfolgreiche Risikomanagement eines Schaden- und Unfallversicherers.

In der Literatur gibt es bereits eine große Anzahl an analytischen und simulationsbasierten aktuariellen Reservierungsverfahren mit deren Hilfe das Reserverisiko in einem stochastischen Modell qualifiziert und quantifiziert werden kann (siehe hierzu ausführlich Wüthrich und Merz 2008).

Bei all diesen Verfahren wird dem Reserverisiko allerdings eine ultimative Sichtweise zu Grunde gelegt, d.h. die Unsicherheit bzgl. Auszahlungshöhe und Auszahlungszeitpunkt wird bis zur endgültigen Schadenabwicklung berücksichtigt. Sowohl im Rahmen von Solvency II als auch vor dem Hintergrund mehrjähriger interner Risikomodelle zur Steuerung von Gesamtkonzernen, findet im Moment jedoch eine verstärkte Diskussion bzgl. der Abgrenzung des Reserverisikos auf ein Kalenderjahr statt (siehe hierzu AISAM-ACME 2007, Diers 2007, Diers 2007a, Diers 2008, Merz und Wüthrich 2008 sowie Ohlsson und Lauzenings 2008).

Man ist daran interessiert, neben dem ultimativen Reserverisiko auch das einjährige Reserverisiko abzubilden. Hierdurch soll erreicht werden, dass zum einen das für Solvency II zu stellende Solvenzkapital (SCR) bestimmt werden kann (siehe hierzu AISAM und ACME 2007) und zum anderen eine geeignete Berechnungsgrundlage für den Einsatz mehrjähriger interner Risikomodelle geschaffen wird (siehe hierzu Diers 2008). Demnach ist dieses Thema sowohl aus wissenschaftlicher Sicht als auch aus Sicht der Praxis von hoher Relevanz.

Zur Berechnung des einjährigen Reserverisikos gibt es bisher noch wenige Ansätze in der Literatur. Im Grunde genommen handelt es sich jedoch bei allen Vorgehensweisen um eine Anpassung der in der Literatur bereits ausreichend behandelten stochastischen Reservierungsverfahren zur Bestimmung des ultimativen Reserverisikos. In Abbildung 1 haben wir die verwendeten Verfahren einander gegenübergestellt.

Merz und Wüthrich (2007) präsentieren in Ihren Ausführungen einen analytischen Ansatz zur Berechnung der bedingten mittleren quadratischen Abweichung (Mean Squared Error of Prediction, MSE_P) bei der Prognose des einjährigen Abwicklungsergebnisses (Claims Development Result, CDR). Dieser Ansatz basiert auf dem verteilungsfreien Chain-Ladder Verfahren (siehe Buchwalder et al. 2006) und stellt somit eine Anpassung des Modells von Mack (siehe Mack 1993) auf die Berechnungen in der Kalenderjahressicht dar. Wir bezeichnen dieses Verfahren im Rahmen dieser Abhandlung als **Claims Development Result-Verfahren** (CDR-Verfahren).

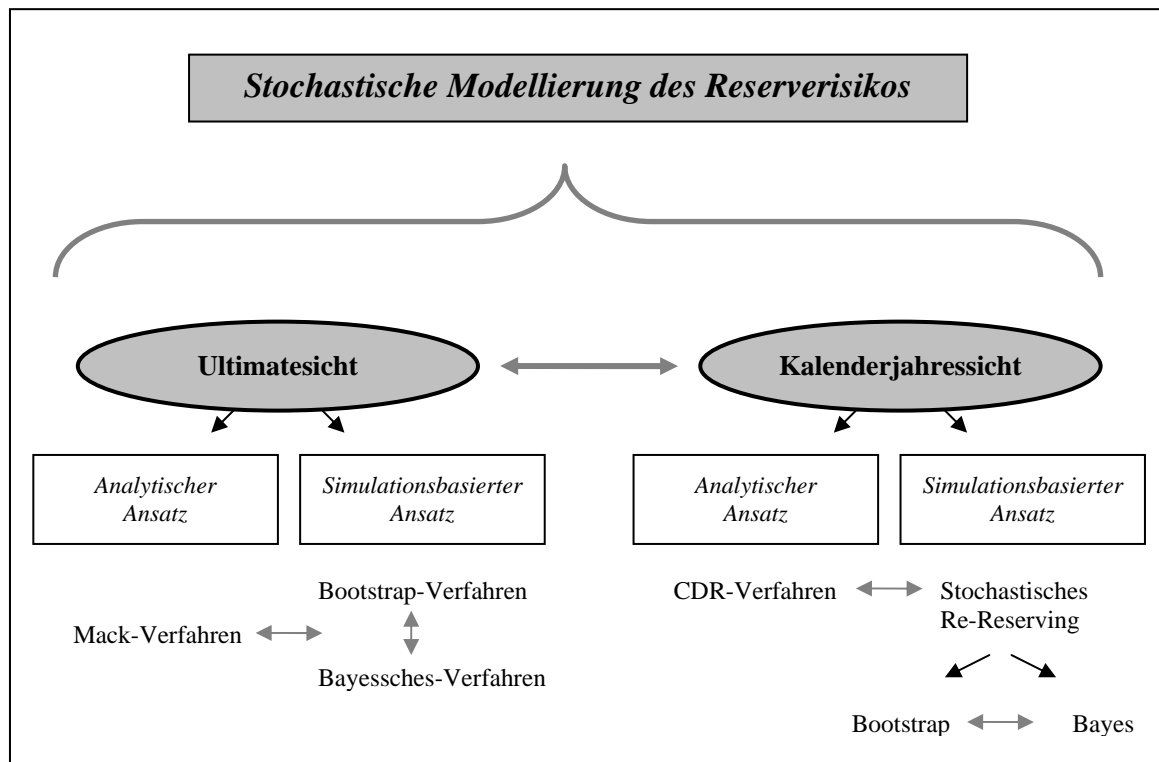


Abbildung 1: Übersicht der verwendeten Reservierungsverfahren

Neben den analytischen Betrachtungen von Merz und Wüthrich, wollen wir im Rahmen dieser Abhandlung mit dem stochastischen Re-Reserving einen simulationsbasierten Ansatz für die Modellierung des Reserverisikos in der Kalenderjahressicht vorstellen. Dabei verwenden wir das Bootstrap-Verfahren und Bayessche Modelle, implementiert durch Markov Chain Monte Carlo Simulation, als mögliche Alternativen für ein zugrunde liegendes stochastisches Reservierungsverfahren (siehe hierzu ausführlich England und Verrall 2006). Erste Überlegungen bzgl. simulationsbasierter Reservierungsverfahren zur Modellierung des einjährigen Reserverisikos sind in Diers (2007), Diers (2008) sowie Ohlsson und Lauzeningks (2008) nachzulesen.

Das Ziel dieser Arbeit ist eine saubere und mathematische Formulierung des stochastischen Re-Reservings sowohl auf Basis von Bootstrap-Verfahren als auch auf Basis von Bayesschen Modellen, sowie ein erstmaliger beispielhafter Vergleich der Ergebnisse des stochastischen Re-Reservings mit den Ergebnissen des analytischen CDR-Verfahrens.

Dazu werden wir in Abschnitt 2 zunächst einmal die allgemeinen Grundlagen bei der Berechnung des einjährigen Reserverisikos im Vergleich zum ultimativen Reserverisiko kennen lernen. In Abschnitt 3 formulieren wir das allgemeine 3-Stufen Modell des stochastischen Re-Reservings und erläutern die Idee sowohl auf Basis von Bootstrap-Verfahren als auch auf Basis von Bayesschen Modellen. Abschließend werden wir in Abschnitt 4 im Rahmen einer Fallstudie die Ergebnisse des CDR-Verfahrens den Ergebnissen des stochastischen Re-Reservings gegenüberstellen und diese miteinander vergleichen. Darüber hinaus findet an dieser Stelle ein quantitativer Vergleich zwischen dem ultimativen und dem einjährigen Reserverisiko statt, das zu unterschiedlichen Ergebnissen im jeweils zu stellenden Risikokapital führt. Bei Anwendung des zu Solvency II konsistenten einjährigen Ansatzes wird demnach in der Regel ein geringerer Risikokapitalbedarf zu stellen sein, als unter Verwendung der ultimativen Sichtweise.

2 Modellrahmen zur Modellierung der Kalenderjahressicht

Im Rahmen von Solvency II wird bei der Modellierung des Reserverisikos und der damit einhergehenden Bestimmung des Solvenzkapitals (SCR) eine einjährige Sichtweise gefordert. Bei dieser einjährigen Sichtweise geht es um die Frage, wie viel Solvenzkapital muss ein Versicherungsunternehmen vorhalten, um einem 200-Jahr Ereignis im kommenden Kalenderjahr standzuhalten (siehe Commission of the european Communities 2007). Man ist dabei an der Veränderung der Marktwerte von Aktiva und Passiva im Zeitraum $t=0$ bis $t=1$ interessiert.

Bedenkt man, dass beinahe alle bisher vorgeschlagenen stochastischen Reservierungsmethoden mit der nach Solvency II verlangten einjährigen Kalenderjahressicht inkonsistent sind, so verwundert es kaum, dass bei einer durch die Association Internationale des Societes d'Assurance Mutuelle (AISAM) und die Association of European Cooperative and Mutual Insurers (ACME) durchgeführten internationalen Studie festgestellt wurde, dass sich die wenigsten Versicherungsunternehmen dieser Tatsache wirklich bewusst sind (siehe hierzu auch Ohlsson und Lauzeningks 2008).

Bei der stochastischen Modellierung des Reserverisikos in ultimativer Sichtweise betrachtet man die Differenz aus Best-Estimate Schätzung der Schadenreserve und projizierten zukünftigen Cashflows, um hieraus anhand von geeigneten Risikomaßen das Risikokapital zu quantifizieren. Wir bezeichnen diese Größe im Folgenden als so genanntes *ultimatives Abwicklungsergebnis*. Das ultimative Abwicklungsergebnis bildet die Basis für alle Berechnungen in ultimativer Betrachtungsweise. Und ist somit auch Berechnungsgrundlage für die in der Literatur vorgestellten stochastischen Reservierungsverfahren, wie z.B. das Modell von Mack oder Bootstrapping Verfahren.

Das ultimative Abwicklungsergebnis AWE_U sei wie folgt definiert:

$$AWE_U := R_o - Z_{\omega}$$

Dabei bezeichnet

- R_o : Die Best-Estimate Reserve zum Zeitpunkt $t=0$.
- Z_{ω} : Die Zahlungen bis zur Endgültigen Abwicklung $t = \omega$.
- ω : Zeitpunkt der endgültigen Abwicklung.

Im Gegensatz hierzu wird bei der Kalenderjahressicht die Volatilität des *einjährigen Abwicklungsergebnisses* gemessen. Das Abwicklungsergebnis in der Kalenderjahressicht AWE_K sei wie folgt definiert:

$$AWE_K := R_o - Z_1 - R_1$$

Dabei bezeichnet

- R_o : Die Best-Estimate Reserve zum Zeitpunkt $t=0$.
- Z_1 : Die Zahlungen im Kalenderjahr $t = 0$ bis $t = 1$.
- R_1 : Die Best-Estimate Reserve zum Zeitpunkt $t = 1$.

Der entscheidende Unterschied bei den Berechnungen in der Kalenderjahressicht spiegelt sich in unterschiedlichen Reservierungszeitpunkten wider. Während beim ultimativen Abwicklungsergebnis keine zwischenzeitliche Bewertung der Rückstellungen stattfindet, wird in der Kalenderjahressicht die Veränderung der Rückstellungen von Jahr zu Jahr neu gemessen (siehe hierzu auch Diers 2008).

3 Das stochastische Re-Reserving

Wie wir in Abschnitt 2 gesehen haben, findet beim einjährigen Abwicklungsergebnis eine zwischenzeitliche Bewertung der Rückstellungen statt, d.h. zum Ende des Kalenderjahres $t = 0$ bis $t = 1$ wird anhand von neuen Informationen über die Zahlungen des aktuellen Jahres eine Reserveschätzung zum Zeitpunkt $t = 1$ durchgeführt. Nachdem wir uns jedoch im Zeitpunkt $t = 0$ befinden, müssen diese Zahlungen auf geeignete Art und Weise geschätzt werden. An dieser Stelle können wir uns den Vorteil simulationsbasierter stochastischer Reservierungsverfahren zu Nutze machen, die neben dem Reservierungsrisiko auch das Auszahlungsrisiko modellieren. Dabei werden anhand dieser Verfahren stochastische Cashflows für die zukünftigen Auszahlungen generiert. Mit Hilfe der simulierten Cashflows sind wir nun in der Lage eine neue Diagonale zu generieren, so dass auf Basis des ursprünglichen Modells eine Neubewertung der Rückstellungen zum Zeitpunkt $t=1$ vorgenommen werden kann. Wir bezeichnen diesen Vorgang als *stochastisches Re-Reserving*.

3.1 Das 3-Stufen Modell

Wir wollen das stochastische Re-Reserving als ein 3-Stufen Modell vorstellen. Die Ideen hierfür basieren im Wesentlichen auf den Überlegungen in Diers (2007) und Ohlsson und Lauzeningks (2008). Als Ausgangspunkt betrachten wir das Abwicklungsdreieck in Abbildung 2.

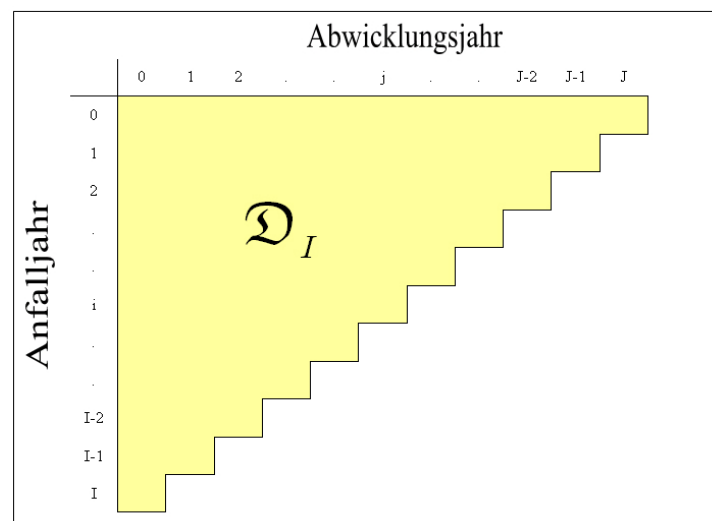


Abbildung 2: Zahlungsdreieck – Ausgangspunkt stochastisches Re-Reserving

Wir befinden uns am Ende des Jahres $t = I$ und wollen nun auf geeignete Art und Weise das einjährige Abwicklungsergebnis N -mal simulieren. Dabei gilt:

$$AWE_K := \underbrace{R^{D_1}}_{\text{Stufe 1}} - \underbrace{Z^{D_1}}_{\text{Stufe 2}} - \underbrace{R^{D_{I+1}}}_{\text{Stufe 3}}$$

N - Simulationen

Anhand von N Simulationen ist es möglich, durch die Anordnung der Ergebnisse der Häufigkeit nach, eine empirische Häufigkeitsverteilung des einjährigen Abwicklungsergebnisses zu bekommen. Werden genügend Simulationen durchgeführt, so erhält man eine stabile empirische Häufigkeitsverteilung, die bei einer wachsenden Anzahl an Simulationen gegen die zugrunde liegende theoretische Wahrscheinlichkeitsverteilung konvergiert.

Zur Ermittlung der jeweiligen Komponenten des einjährigen Abwicklungsergebnisses betrachten wir im Folgenden die einzelnen Schritte des 3-Stufen Modells:

Stufe 1: Ermittlung der Eingangsreserve R^{D_1}

Bei diesem Schritt handelt es sich um die Ermittlung der Best-Estimate Reserve zum Zeitpunkt $t = I$. Dieser Vorgang beruht auf den beobachteten Daten aus der Vergangenheit D_I . Anhand eines beliebigen aktuariellen Reservierungsverfahren A (z.B. dem Chain Ladder Verfahren) wird zum Zeitpunkt $t = I$ eine Best-Estimate Schätzung für die Schadenreserve durchgeführt.

Stufe 2: Ermittlung der Zahlungen Z^{D_1}

Bei diesem Schritt handelt es sich um die Ermittlung der Zahlungen im Kalenderjahr $t = I$ bis $t = I + 1$. Anhand von simulationsbasierten Reservierungsverfahren können stochastische Cashflows generiert werden. Beschränkt man sich bei der Auswahl der ermittelten Cashflows auf die erste Diagonale, so bekommt man die gesuchten Größen. Bei diesen Größen handelt es sich um simulierte und somit stochastische Größen.

Stufe 3: Ermittlung der Ausgangsreserve $R^{D_{I+1}}$

Bei diesem Schritt handelt es sich um die Ermittlung der Reserve zum Zeitpunkt $t = I + 1$. Dieser Vorgang wird unter Berücksichtigung der Zahlungen Z^{D_1} mit dem gleichen aktuariellen Reservierungsverfahren A aus Stufe 1 bestimmt. Das heißt, die simulierten Dreiecke die sich nur in der letzten Diagonale unterscheiden werden ab dem Zeitpunkt $t = I + 1$ deterministisch fortgeschrieben. Dieser Vorgang entspricht dem Eingreifen eines "actuary in the box" und wird mit Re-Reserving bezeichnet. Wir werden hier nicht auf die Einschränkungen des "actuary in the box" eingehen, eine kritische Diskussion ist aber notwendig.

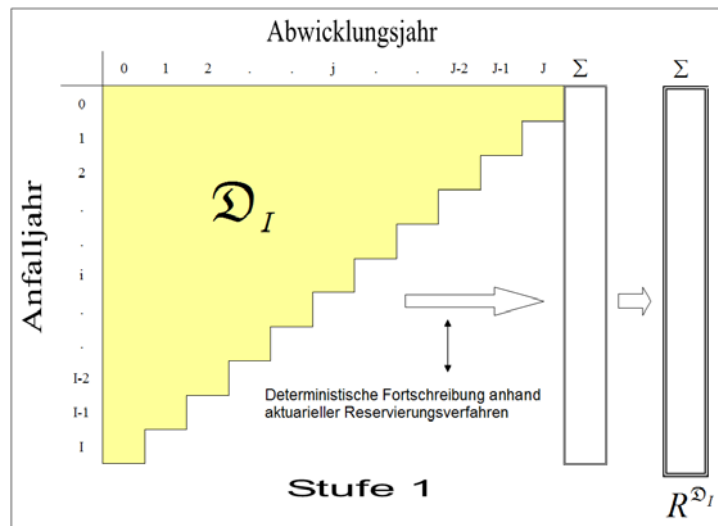


Abbildung 3: Zahlungsdreieck - Stufe 1 des stochastischen Re-Reservings

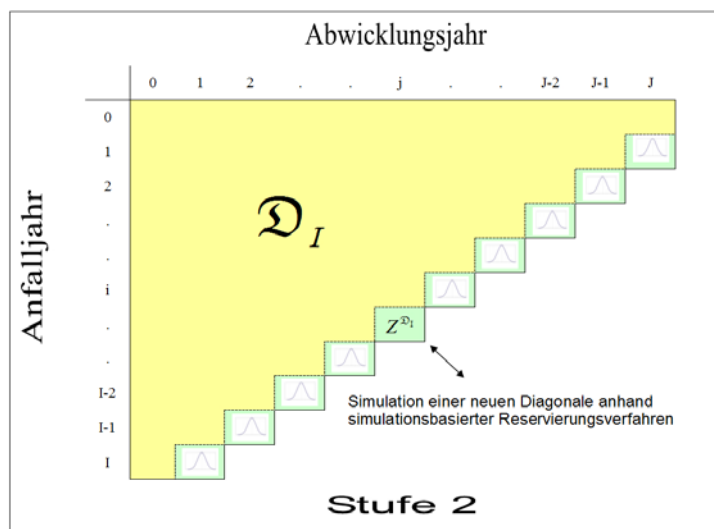


Abbildung 4 : Zahlungsdreieck - Stufe 2 des stochastischen Re-Reservings

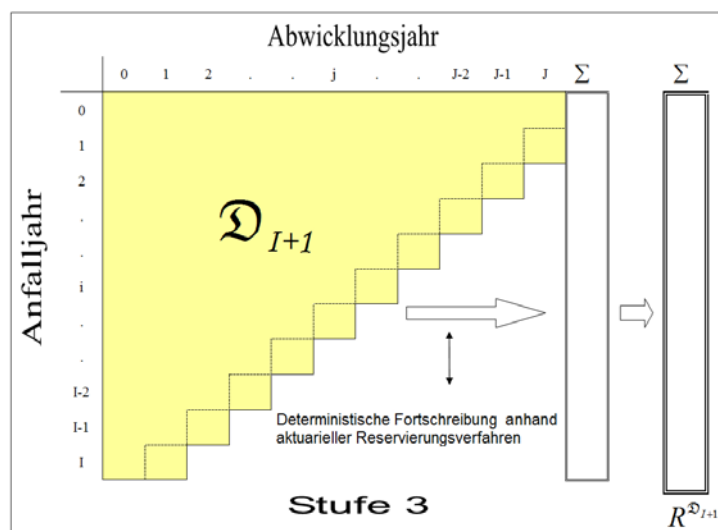


Abbildung 5: Zahlungsdreieck - Stufe 3 des stochastischen Re-Reservings

Die Stufen Zwei und Drei werden N mal wiederholt. Anhand der gewonnenen Simulationsergebnisse können wir im Anschluss daran die gesuchte Häufigkeitsverteilung ableiten. Hieraus kann dann wiederum anhand von geeigneten Risikomaßen das einjährige Reserverisiko quantifiziert werden.

Bei dem hier vorgestellten *stochastischen Re-Reserving* handelt es sich um einen allgemeinen Simulationsansatz der grundsätzlich für alle simulationsbasierten stochastischen Reservierungsverfahren Anwendung finden kann. Wir beschränken uns im Rahmen dieser Abhandlung auf das Bootstrap-Verfahren und Bayessche Modelle, implementiert durch Markov Chain Monte Carlo Simulation.

Da es sich bei dem CDR-Verfahren um eine Abwandlung des Mackschen Modells handelt, haben wir uns zu Zwecken der Vergleichbarkeit dafür entschieden, sowohl dem Bootstrap-Verfahren als auch den Bayesschen Modellen jeweils das Macksche Modell als Verallgemeinertes Lineares Modell zu Grunde zulegen (siehe hierzu England und Verrall 2006).

3.2 *Re-Reserving auf Basis von Bootstrapping*

Wir wollen nun mit Hilfe des Bootstrap-Verfahrens und des in Abschnitt 3.1 beschriebenen Ansatzes des stochastischen Re-Reservings eine empirische Häufigkeitsverteilung des einjährigen Abwicklungsergebnisses AWE_k generieren. Verwendet man hierfür das in England und Verrall (2006) beschriebene Bootstrap-Verfahren, so gilt es zunächst einmal, sich für ein zugrunde liegendes statistisches Modell als Verallgemeinertes Lineares Modell zu entscheiden.

Wir entscheiden uns aus Gründen der Vergleichbarkeit für das in Mack (1993) beschriebene Macksche Modell und verwenden somit das in England und Verrall (2006) beschriebene Bootstrap-Verfahren auf Basis des Mackschen Modells. Nachdem das Macksche Modell jedoch für die Höhe der Schadenreserve die gleiche Best-Estimate Schätzung liefert wie das Chain-Ladder Verfahren, verwenden wir für die Schätzung der Schadenreserve, und somit für das in Stufe 1 geforderte aktuarielle Reservierungsverfahren, den Chain-Ladder Algorithmus.

Im Folgenden wollen wir nun die einzelnen Schritte zur Bestimmung der empirischen Häufigkeitsverteilung des einjährigen Abwicklungsergebnisses auf Basis des stochastischen Re-Reservings konkretisieren.

Stufe 1:

Zunächst soll ein Prädiktor \hat{R}^{D_1} für die gesamte Schadenreserve R zum Zeitpunkt $t = I$ bestimmt werden. Hierfür verwenden wir das deterministische Chain-Ladder Verfahren (siehe hierzu Wüthrich und Merz 2008). Es gilt:

$$\hat{R}^{D_1} = \sum_{i=1}^I \hat{R}_i^{D_1}$$

Dabei werden die Prädiktoren der einzelnen Anfalljahre wie folgt ermittelt:

$$\hat{R}_i^{D_1} = \hat{C}_{i,I}' - C_{i,I-i}, \text{ mit } 1 \leq i \leq I$$

wobei gilt:

$$\hat{C}_{i,J}^I = C_{i,I-i} \cdot \hat{f}_{I-i}^I \cdots \hat{f}_{J-2}^I \cdot \hat{f}_{J-1}^I, \text{ mit } \hat{f}_j^I = \frac{\sum_{i=0}^{I-j-1} C_{i,j+1}}{\sum_{i=0}^{I-j-1} C_{i,j}}$$

Stufe 2:

Im zweiten Schritt wollen wir anhand des Bootstrap-Verfahrens mögliche Zahlungen Z^{D_1} simulieren, die im Kalenderjahr $t = I$ bis $t = I + 1$ zu leisten sind. Hierfür beschränken wir uns jeweils auf die erste Diagonale des in England und Verrall (2006) beschriebenen Bootstrap-Verfahrens auf Basis des Mackschen Modells. Hieraus sind wir nun in der Lage, die simulierten projizierten Cashflows $\tilde{C}_{i,I-i+1}$ mit $1 \leq i \leq I$ zu generieren.

Des Weiteren gilt:

$$Z^{\text{D}_1} = \sum_{i=1}^I \tilde{X}_i^{\text{D}_1}$$

Dabei werden die inkrementellen Zahlungen der einzelnen Anfalljahre wie folgt ermittelt:

$$\tilde{X}_i^{\text{D}_1} = \tilde{C}_{i,I-i+1} - C_{i,I-i}, \text{ mit } 1 \leq i \leq I$$

Stufe 3:

Im dritten Schritt wollen wir einen Prädiktor $\hat{R}^{\text{D}_{I+1}}$ für die gesamte Schadenreserve R zum Zeitpunkt $t = I$ bestimmen. Hierfür verwenden wir erneut das Chain-Ladder Verfahren, diesmal allerdings unter Berücksichtigung der in Stufe Zwei simulierten Zahlungen für das Kalenderjahr $t = I$ bis $t = I + 1$. Es gilt:

$$\hat{R}^{\text{D}_{I+1}} = \sum_{i=2}^I \hat{R}_i^{\text{D}_{I+1}}$$

Dabei werden die Prädiktoren der einzelnen Anfalljahre wie folgt ermittelt

$$\hat{R}_i^{\text{D}_{I+1}} = \hat{C}_{i,J}^I - \tilde{C}_{i,I-i+1}, \text{ mit } 2 \leq i \leq I$$

wobei gilt:

$$\hat{C}_{i,J}^I = \tilde{C}_{i,I-i} \cdot \hat{f}_{I-i}^{I+1} \cdots \hat{f}_{J-2}^{I+1} \cdot \hat{f}_{J-1}^{I+1}, \text{ mit } \hat{f}_j^{I+1} = \frac{\sum_{i=0}^{I-j} C_{i,j+1}}{\sum_{i=0}^{I-j} C_{i,j}} \text{ und } I - i + 1 \leq j \leq J - 1$$

Die Schritte Zwei und Drei werden N-mal wiederholt. Hieraus entstehen N Realisierungen für das einjährige Abwicklungsergebnis AWE_K , woraus im Anschluss die gesuchte empirische Häufigkeitsverteilung abgeleitet werden kann.

3.3 *Re-Reserving auf Basis von Bayesschen Modellen*

Wir wollen in diesem Abschnitt mit Hilfe von Bayesschen Modellen, implementiert durch Markov Chain Monte Carlo (MCMC) Simulation, ebenfalls eine empirische Häufigkeitsverteilung des einjährigen Abwicklungsergebnisses AWE_K generieren.

Aufgrund der Vergleichbarkeit des Bootstrap-Verfahrens und des Bayesschen Modells, implementiert durch MCMC Simulation, das ebenfalls aus England und Verrall (2006) entnommen wurde, ergeben sich für das stochastische Re-Reserving auf Basis von Bayesschen Modellen, im Vergleich zu dem in Abschnitt 3.2 beschriebenen 3-Stufen Modell des stochastischen Re-Reservings auf Basis von Bootstrap-Verfahren, absolut keine Veränderungen.

Lediglich die in Stufe 2 durch das Bootstrap Verfahren erzeugte Diagonale

$$\tilde{C}_{i,I-i+1} \quad \text{mit } 1 \leq i \leq I$$

wird nun in diesem Fall durch das in England und Verrall (2006) beschriebene Bayessche Modell, implementiert durch MCMC Simulation, ebenfalls mit dem Mackschen Modell als zugrunde liegendes Verallgemeinertes Lineares Modell generiert.

4 Fallstudie

Im Rahmen einer Fallstudie wollen wir den simulationsbasierten Ansatz des stochastischen Re-Reservings mit dem analytischen Ansatz des CDR-Verfahrens von Wüthrich und Merz vergleichen, sowie die erzielten Ergebnisse der beiden Ansätze einander gegenüberstellen. Darüber hinaus wollen wir einen quantitativen Vergleich zwischen dem ultimativen und dem einjährigen Reserverisiko, mit jeweils benötigtem Risikokapital, durchführen.¹

Bei allen simulationsbasierten Ansätzen wurden 200.000 Simulationen durchgeführt. Für die Berechnung des jeweils zu stellenden Risikokapitals wurde das Risikomaß des Tail Value at Risks (TVaR) zu einem Konfidenzniveau in Höhe von 99,8% herangezogen. Demnach ist das interne Sicherheitsniveau höher als das im Rahmen von Solvency II diskutierte Sicherheitsniveau des Risikomaßes Value at Risk (VaR) zu einem Konfidenzniveau in Höhe von 99,5%.

Die Ergebnisse des analytischen Ansatzes von Merz und Wüthrich (2008) zur Ermittlung der einjährigen Volatilität wurden den Ausführungen in Wüthrich (2008) entnommen.

4.1 *Datenbasis*

Als Datenbasis verwenden wir die in Wüthrich (2008) dargestellten Beispiele eines kurz und eines lang abwickelnden kumulativen Schadenzahlungsdreiecks. Diese sind in Abbildung 7 und Abbildung 7 dargestellt und bilden in unserer Fallstudie die Basis für einen beispielhaften Vergleich des simulationsbasierten stochastischen Re-Reservings mit dem analytisch basierten CDR-Verfahren.

¹ Die Modellierung der Fallstudie erfolgte in der Simulationssoftware Igloo Professional with ExtrEMB (2008) und der Reservierungssoftware ResQ 3 EMB (2008).

A	Abwicklungsjahr										Chain Ladder Reserve	Mackscher Fehler	Variations- koeffizient
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9			
Anfalljahr													
0	5.946.975	9.668.212	10.563.929	10.771.690	10.978.394	11.040.518	11.106.331	11.121.181	11.132.310	11.148.124	0	0	0,00%
1	6.346.756	9.593.162	10.316.383	10.468.180	10.536.004	10.572.608	10.625.360	10.636.546	10.648.192		15.126	1.003	6,63%
2	6.269.090	9.245.313	10.092.366	10.355.134	10.507.837	10.573.282	10.626.827	10.635.751			26.257	1.331	5,07%
3	5.863.015	8.546.239	9.268.771	9.459.424	9.592.399	9.680.740	9.724.068				34.538	3.190	9,24%
4	5.778.885	8.524.114	9.178.009	9.451.404	9.681.692	9.786.916					85.302	7.683	9,01%
5	6.184.793	9.013.132	9.585.897	9.830.796	9.935.753						156.494	33.354	21,31%
6	5.600.184	8.493.391	9.056.505	9.282.022							286.121	73.472	25,68%
7	5.288.066	7.728.169	8.256.211								449.167	85.402	19,01%
8	5.290.793	7.648.729									1.043.242	134.339	12,88%
9	5.675.568										3.950.815	410.818	10,40%
CL Faktoren	1,4925	1,0778	1,0229	1,0148	1,0070	1,0051	1,0011	1,0010	1,0014		6.047.064	462.998	7,66%

Abbildung 6: Kumulatives Schadenzahlungsdreieck Beispiel A

B	Abwicklungsjahr										Chain Ladder Reserve	Mackscher Fehler	Variations- koeffizient
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9			
Anfalljahr													
0	122.058	183.153	201.673	214.337	227.477	237.968	261.275	276.592	286.337	298.238	0	0	0,00%
1	132.099	193.304	213.733	230.413	243.926	258.877	269.139	284.618	295.745		12.292	1.122	6,53%
2	132.130	186.839	207.919	222.818	237.617	253.623	267.766	284.800			22.869	1.493	4,73%
3	127.767	187.494	207.759	222.644	237.671	256.521	271.515				39.379	1.861	14,97%
4	127.648	179.633	196.260	213.636	229.660	245.968					53.212	7.966	12,81%
5	125.739	181.082	203.281	219.793	237.129						70.083	8.976	11,29%
6	117.470	172.967	190.535	204.086							78.263	8.838	9,87%
7	117.926	172.606	191.108								93.112	9.192	8,56%
8	118.274	171.248									110.561	9.469	6,85%
9	119.932										166.722	11.419	4,88%
CL Faktoren	1,4524	1,1065	1,0750	1,0679	1,0651	1,0623	1,0599	1,0372	1,0416		646.494	31.565	9,12%

Abbildung 7: Kumulatives Schadenzahlungsdreieck Beispiel B

Dabei zeigt das Beispiel A ein relativ schnell abwickelndes kumulatives Zahlungsdreieck, so dass die dargestellten Chain-Ladder Abwicklungskoeffizienten bereits nach wenigen Jahren nahe bei eins angelangt sind und in späteren Abwicklungsjahren wenige Ausreißer zu erkennen sind. Ein Abwicklungsdreieck dieser Art entstammt einer Versicherungsbranche mit Short-Tail Charakter, wie z.B. einer Wohngebäudeversicherung.

Das Beispiel B hingegen zeigt ein relativ langsam abwickelndes kumulatives Zahlungsdreieck. Dies ist sowohl an den Chain-Ladder Abwicklungskoeffizienten, die erst nach mehreren Jahren nahe bei eins angelangt sind, als auch an einzelnen Ausreißern in späteren Anfalljahren zu erkennen. Ein Abwicklungsdreieck dieser Art entstammt einer Versicherungsbranche mit Long-Tail Charakter, wie z.B. einer Haftpflichtversicherung.

Der Einfachheit halber setzen wir voraus, dass bei beiden Beispielen das erste Anfalljahr vollständig abgewickelt ist und kein Tail berücksichtigt werden muss.

Wir haben zu Beginn für beide Datensätze die Chain-Ladder Reserve anhand der Chain-Ladder Abwicklungskoeffizienten berechnet. An dieser Stelle ergeben sich bei der Chain-Ladder Reserve leichte Abweichungen zu den in Wüthrich (2008) dargestellten Ergebnissen. Diese Abweichungen sind auf Rundungsdifferenzen bei den errechneten Chain-Ladder Abwicklungskoeffizienten zurück zu führen.

Zum Vergleich und als Anhaltspunkt haben wir darüber hinaus anhand des Mackschen Modells den Mackschen Vorhersagefehler mit zugehörigem Variationskoeffizienten bestimmt. Auch an dieser Stelle ergeben sich leichte Abweichungen zu den in Wüthrich (2008) dargestellten Ergebnissen. Diese Abweichungen sind auf unterschiedliche Berechnungen von $\hat{\sigma}_7^2$

zurück zu führen. Nachdem nicht genügend Daten zur Verfügung stehen um $\hat{\sigma}_7^2$ schätzen zu können muss auf Extrapolation zurückgegriffen werden. Dabei wurden in Wüthrich (2008) die nach Mack (1993) vorgeschlagene Extrapolationsformel

$$\hat{\sigma}_7^2 = \min\{\hat{\sigma}_6^2, \hat{\sigma}_5^2, \frac{\hat{\sigma}_6^2}{\hat{\sigma}_5^2}\}$$

verwendet. ResQ 3 EMB hingegen verwendet eine etwas einfachere Formel, nämlich

$$\hat{\sigma}_7^2 = \min\{\hat{\sigma}_6^2, \hat{\sigma}_5^2, \hat{\sigma}_4^2\}$$

Diese führt in der Regel zu einem etwas höheren Mackschen Vorhersagefehler.

4.2 Modellierungsergebnisse

In diesem Abschnitt wollen wir nun den in Abschnitt 3 vorgestellten Ansatz des stochastischen Re-Reservings sowohl auf Basis von Bootstrap-Verfahren als auch auf Basis von Bayesschen-Verfahren für die stochastische Modellierung des einjährigen Reserverisikos anwenden.

4.2.1 Re-Reserving auf Basis von Bootstrapping

Für das stochastische Re-Reserving ist es zunächst einmal erforderlich, mit Hilfe des simulationsbasierten Bootstrap-Verfahrens die zukünftigen projizierten Cashflows zu bestimmen. Hierfür verwenden wir das in England und Verrall (2006) beschriebene Bootstrap-Verfahren auf Basis des Mackschen Modells.

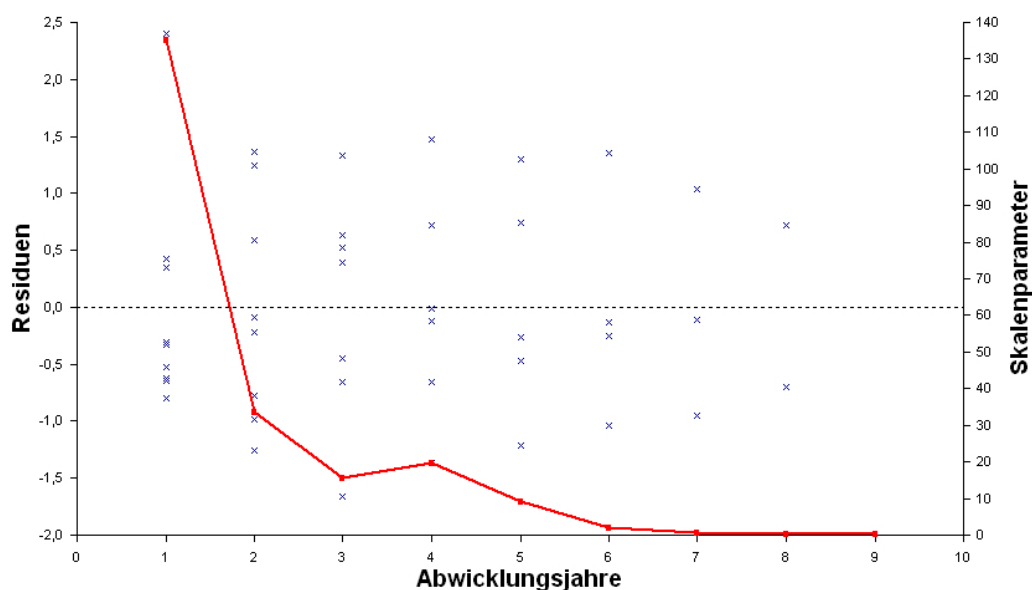


Abbildung 8: Residuenplot und Skalenparameter Beispiel A

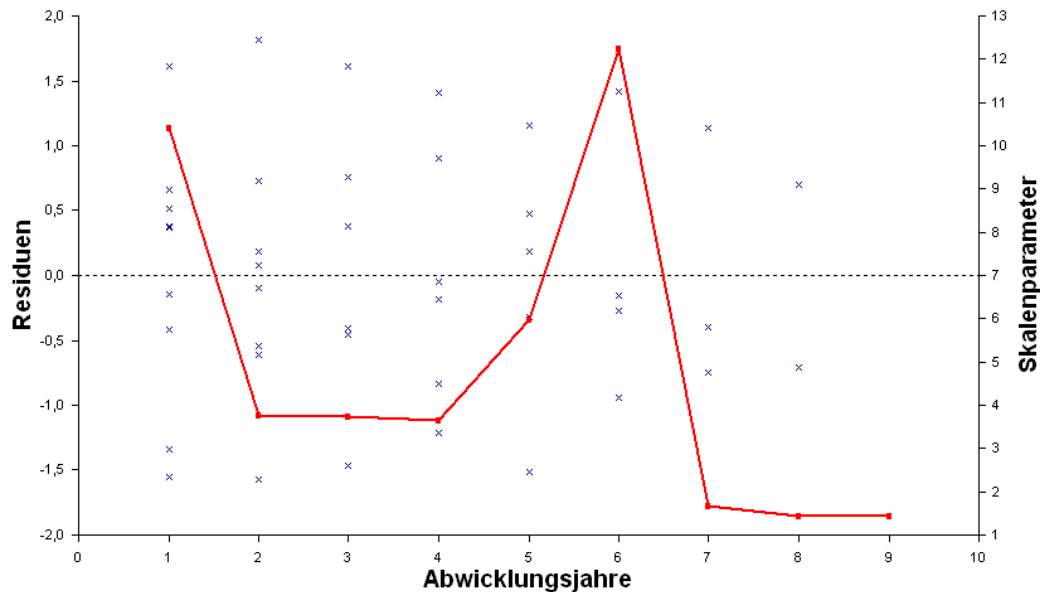


Abbildung 9: Residuenplot und Skalenparameter Beispiel B

Die Skalenparameter von Beispiel A streben in Folge der kurzen Abwicklungsdauer im Ausgangsdreieck relativ schnell gegen Null, wohingegen die Skalenparameter von Beispiel B ein eher volatiles Verhalten aufzeigen. Insbesondere im Abwicklungsjahr sechs ist eine deutliche Schwankung des Skalenparameters zu erkennen, die auf einen Ausreißer im Anfalljahr Null zurückzuführen ist. In der Praxis würde man wohl versuchen diesen Ausreißer zu lokalisieren und ggf. zu eliminieren.

Mit Hilfe der gewählten Pearson-Residuen können wir im Anschluss durch das Resampling die Pseudo-Entwicklungsfaktoren und hieraus einen Pseudodatensatz generieren, wodurch das Parameterrisiko abgebildet wird.

Zur Modellierung des Prozessrisikos ist zusätzlich eine Verteilungsannahme notwendig. Wir haben uns erneut zu Zwecken der Vergleichbarkeit für die Normalverteilung entschieden. Alternativ könnte man an dieser Stelle auch die Lognormal oder die Gamma Verteilung anwenden. Mit Hilfe der Normalverteilung als Prozessverteilung können wir nun pro Simulationsspfad die zukünftigen kumulativen Zahlungen generieren und so das Abwicklungsdreieck zu einem Abwicklungsrechteck vervollständigen.

Wir wiederholen diesen Vorgang 200.000-mal und bekommen auf diese Art und Weise 200.000 verschiedene Schadenabwicklungsrechtecke. Für das stochastische Re-Reserving auf Basis von Bootstrap-Verfahren verwenden wir nun pro Simulationsspfad die aus dem Bootstrap-Verfahren erzeugten Cashflows für das kommende Kalenderjahr² als neue zusätzliche Diagonale im jeweiligen Ausgangsdreieck aus Abbildung 6 und Abbildung 7. Wir erhalten somit 200.000 neue Ausgangsdreiecke, die sich ausschließlich in der letzten, jeweils ergänzten, Diagonale unterscheiden.

Jedes dieser ergänzten Ausgangsdreiecke wird nun anhand des Chain-Ladder Verfahrens deterministisch fortgeschrieben. Somit wird pro Simulationsspfad das Abwicklungsdreieck zu einem Abwicklungsrechteck vervollständigt.

² Diese entsprechen gerade der ersten Diagonale des simulierten Teils der Schadenabwicklungsrechtecke.

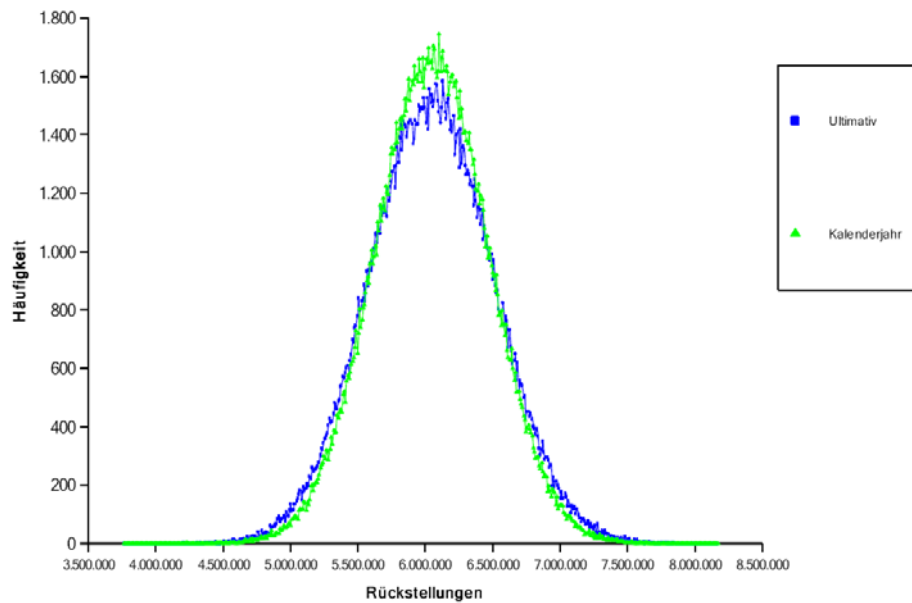


Abbildung 10: Häufigkeitsdichte Bootstrap Beispiel A

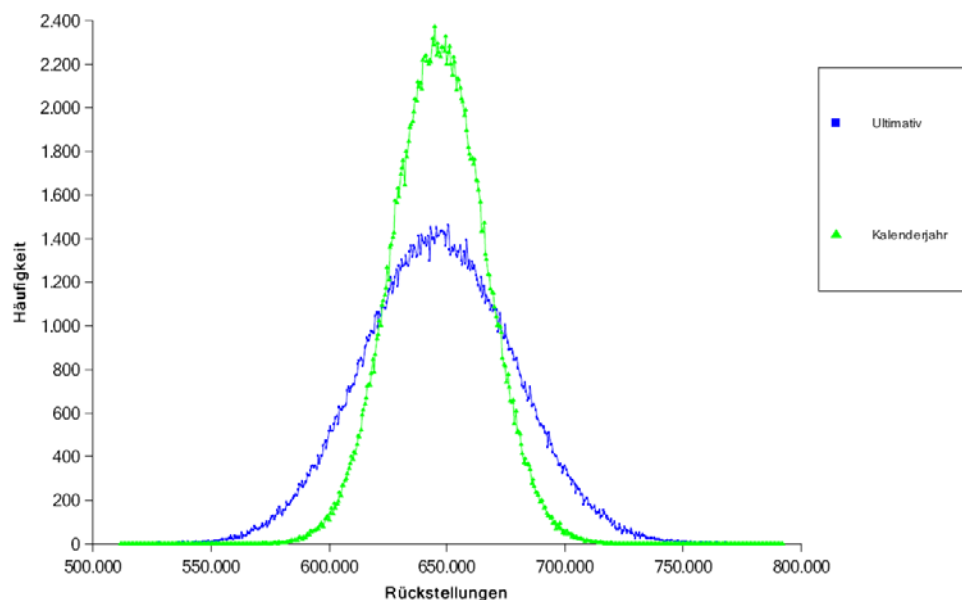


Abbildung 11: Häufigkeitsdichte Bootstrap Beispiel B

Pro simuliertes Abwicklungsrechteck wird eine Schadenreserve geschätzt. Somit erhält man 200.000 Schadenreserven. Werden die Ergebnisse der Größe nach angeordnet, so erhält man eine empirische Häufigkeitsdichte des einjährigen Abwicklungsergebnisses. Diese ist für Beispiel A und Beispiel B in Abbildung 10 und Abbildung 11 dargestellt. Gleichzeitig haben wir hier die simulierten Häufigkeitsdichten des ultimativen Abwicklungsergebnisses dargestellt, damit der Unterschied zwischen einjährigem und ultimativem Reserverisiko besser eingeordnet werden kann.

Wir wollen nun das einjährige Reserverisiko anhand des zu stellenden Risikokapitals quantifizieren. An dieser Stelle findet außerdem ein Vergleich zwischen dem einjährigen und ultimativen Reserverisiko statt. Hierfür verwenden wir das Risikomaß TVaR zu einem Konfidenzniveau in Höhe von 99,8%. Die Ergebnisse sind in Abbildung 12 und Abbildung 13 dargestellt.

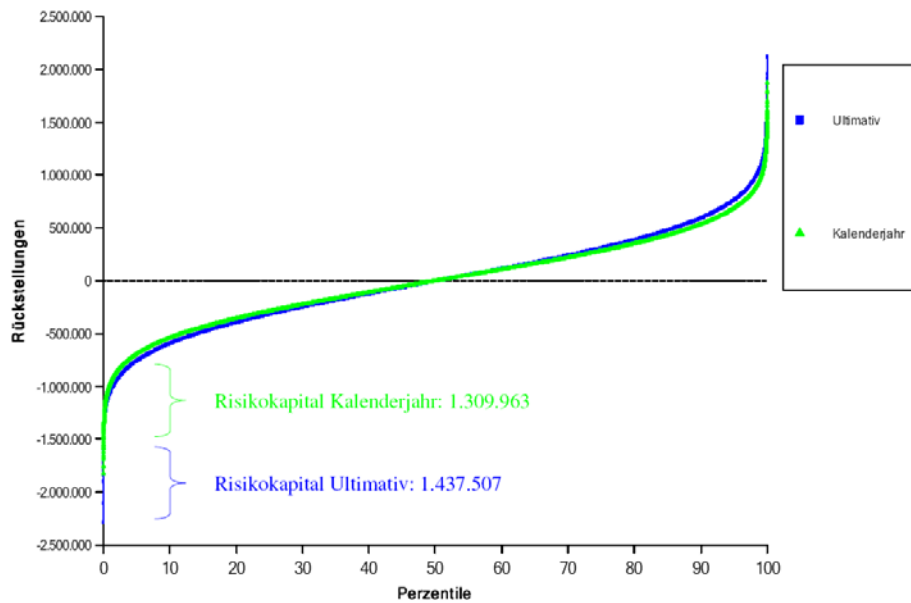


Abbildung 12: Risikokapital Bootstrap Beispiel A

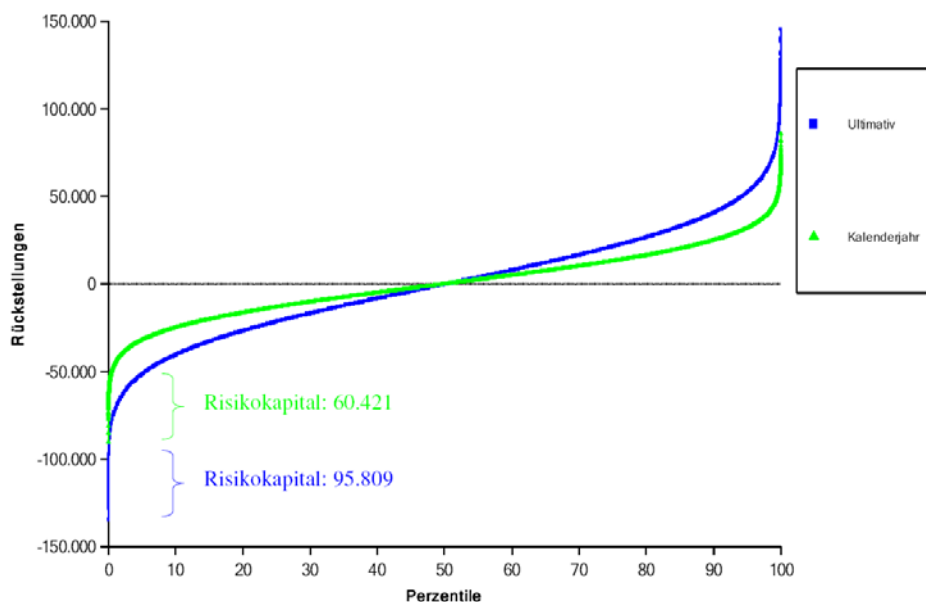


Abbildung 13: Risikokapital Bootstrap Beispiel B

Für Beispiel A ermitteln wir ein einjähriges Risikokapital in Höhe von 1.309.963 EUR, für Beispiel B beträgt dies 60.421 EUR. Im Vergleich hierzu haben wir für Beispiel A ein ultimatives Risikokapital in Höhe von 1.437.507 EUR und für Beispiel B in Höhe von 95.809 EUR berechnet. Das Verhältnis zwischen ultimativem und einjährigem Reserverisiko entspricht also bei Beispiel A einer Ratio von ca. 90% und bei der länger abwickelnden Sparte in Beispiel B einer Ratio von ca. 60%, was zu einer deutlichen Minderung des nach Solvency II zu stellenden Risikokapitals führt.

4.2.2 Re-Reserving auf Basis von Bayesschen Modellen

In einem zweiten Schritt wollen wir nun die in England und Verrall (2006) vorgestellte stochastische Modellierung des Reserverisikos auf Basis von Bayesschen-Verfahren, implemen-

tiert durch Markov Chain Monte Carlo Simulation, auf die Schadenabwicklungsdreiecke aus Abbildung 6 und Abbildung 7 anwenden. Ähnlich wie beim Bootstrap-Verfahren werden wir hier in zwei Schritten sowohl das Parameterrisiko als auch das Prozessrisiko abbilden, um anschließend pro Simulationspfad das Abwicklungsdreieck zu einem Abwicklungsrechteck vervollständigen zu können.

Wir beginnen mit der Abbildung des Parameterrisikos. Hierfür verwenden wir

$$\text{Log}L(\theta | x) = \sum_{i=0}^{I-1} \sum_{j=1}^{I-i} \frac{1}{2} \cdot \left(\log\left(\frac{C_{i,j-1}}{\sigma_{j-1}^2}\right) - \frac{C_{i,j-1}}{\sigma_{j-1}^2} (g_{i,j} - f_{j-1})^2 \right) + c$$

als A-posteriori Verteilung aus der wir mit Hilfe des Gibbs-Sampling Algorithmus, in Verbindung mit ARMS, pro Simulationspfad Pseudo Chain-Ladder Abwicklungskoeffizienten generieren können (siehe hierzu England und Verrall 2006). Mit Hilfe dieser erzeugten Pseudo Abwicklungskoeffizienten haben wir pro Simulationspfad das Parameterrisiko abgebildet.

Neben dem Parameterrisiko soll auch das Prozessrisiko abgebildet werden. Hierfür verwenden wir wie bereits beim Bootstrap-Verfahren die Normalverteilung als Prozessverteilungsannahme um somit mit Hilfe der erzeugten Pseudo Chain-Ladder Abwicklungskoeffizienten aus dem ersten Schritt pro Simulationspfad die zukünftigen kumulativen Zahlungen zu generieren. Das Abwicklungsdreieck wird also wieder zu einem Abwicklungsrechteck vervollständigt. Wir wiederholen diesen Vorgang 200.000-mal und bekommen auf diese Art und Weise 200.000 verschiedene Schadenabwicklungsrechtecke.

Analog zum Vorgehen aus Abschnitt 4.2.1 werden wir nun für das stochastische Re-Reserving auf Basis von Bayesschen Modellen die aus dem Bayes-Verfahren erzeugten Cashflows für das kommende Kalenderjahr als neue zusätzliche Diagonale in unserem jeweiligen Zahlungsdreieck aus Abbildung 6 und Abbildung 7 verwenden. Wir erhalten somit 200.000 neue Abwicklungsdreiecke, die sich ausschließlich in der letzten, jeweils ergänzten, Diagonale unterscheiden.

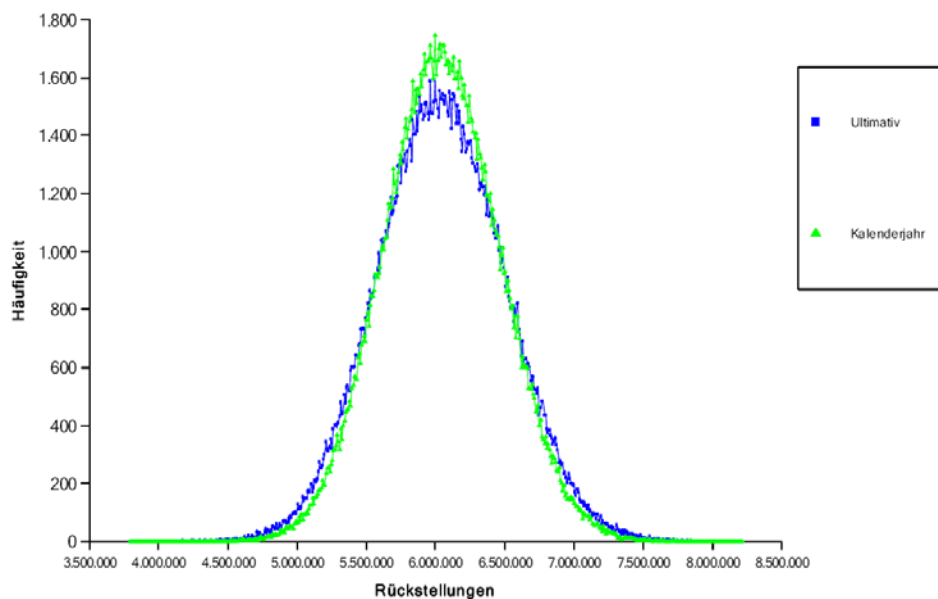


Abbildung 14: Häufigkeitsdichte Bayes Beispiel A

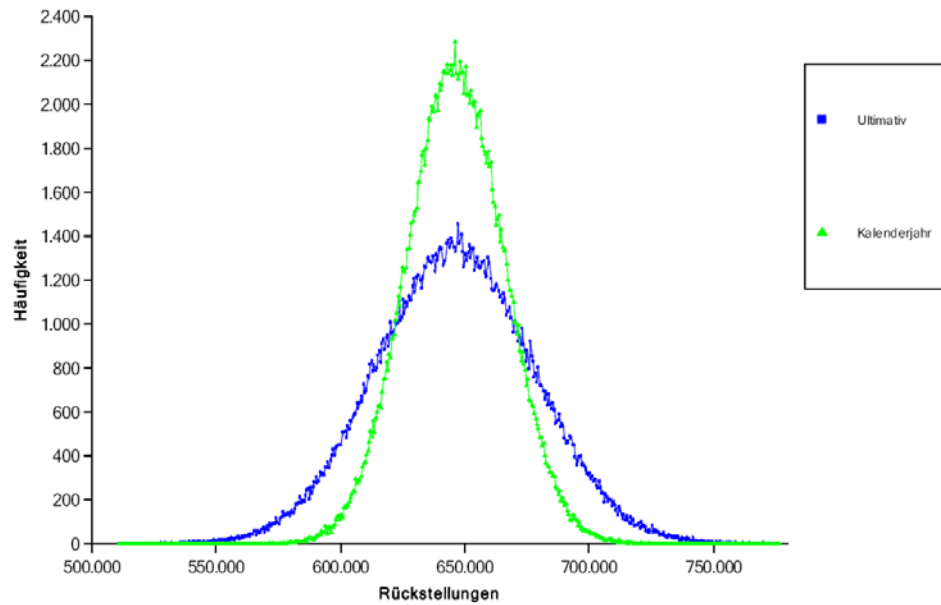


Abbildung 15: Häufigkeitsdichte Bayes Beispiel B

Jedes dieser Zahlungsdreiecke wird nun anhand des Chain Ladder Verfahrens deterministisch fortgeschrieben. Somit wird also pro Simulationsspfad das Abwicklungsdreieck zu einem Abwicklungsrechteck vervollständigt. Werden die Ergebnisse der Größe nach angeordnet, so erhält man eine empirische Häufigkeitsdichte für die Schadenreserven aus Beispiel A und Beispiel B. Diese sind in Abbildung 14 und Abbildung 15 dargestellt. Wir haben hierbei ebenfalls die empirische Häufigkeitsdichte des ultimativen Abwicklungsergebnisses dargestellt und bekommen ähnliche Unterschiede wie in Abschnitt 4.2.2.

Wir wollen nun das einjährige Reserverisiko anhand des zu stellenden Risikokapitals quantifizieren und diese gleichzeitig mit den Ergebnissen des ultimativen Reserverisikos vergleichen. Die Ergebnisse hierfür sind in Abbildung 16 und Abbildung 17 abgebildet.

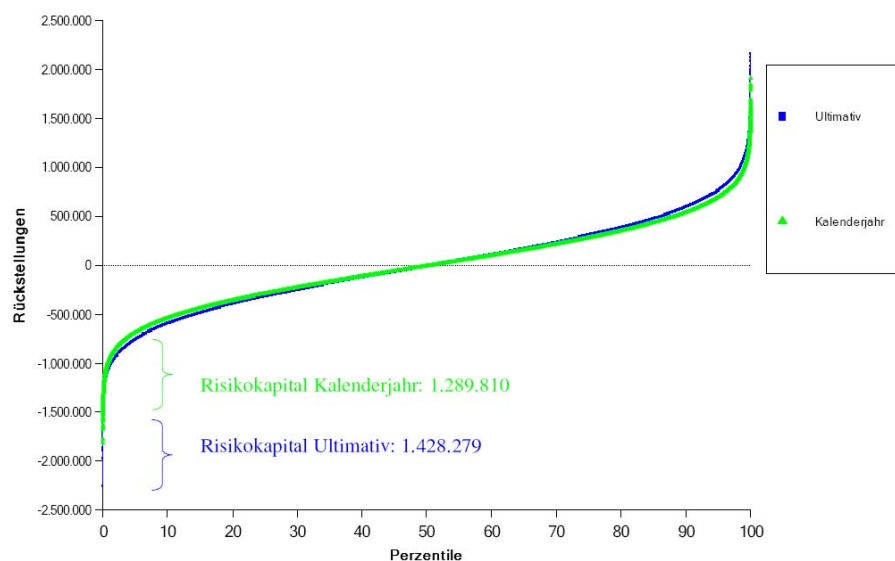


Abbildung 16: Risikokapital Bayes Beispiel A

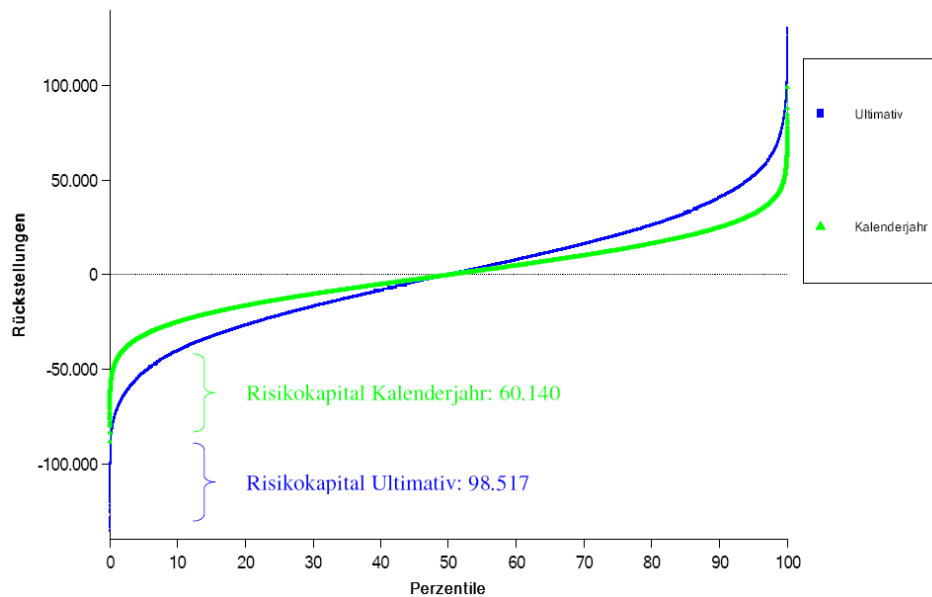


Abbildung 17: Risikokapital Bayes Beispiel B

Im Fall der Bayesschen Modelle ergibt sich das einjährige Risikokapital für Beispiel A zu 1.289.810 EUR und für Beispiel B zu 60.140 EUR. Diese Werte liegen sehr nah an den mittels Bootstrap-Verfahren ermittelten Werte (siehe Abschnitt 4.2.1). Im Vergleich hierzu haben wir für Beispiel A ein ultimatives Risikokapital in Höhe von 1.428.279 EUR und für Beispiel B in Höhe von 98.517 EUR berechnet. Der Unterschied zwischen ultimativem und einjährigem Reserverisiko entspricht also bei Beispiel A einer Ratio von ca. 90% und bei Beispiel B einer Ratio von ca. 60%. Die ultimativen Ergebnisse liegen ebenfalls sehr nah an den mittels Bootstrap-Verfahren ermittelten Werte (siehe Abschnitt 4.2.1).

4.2.3 Interpretation der Ergebnisse

In diesem Abschnitt sollen nun die Ergebnisse des stochastischen Re-Reservings aus Abschnitt 4.2.1 und Abschnitt 4.2.2 mit den Ergebnissen des analytischen Modells von Merz und Wüthrich (2008) zur Ermittlung der Volatilität des einjährigen Abwicklungsergebnisses verglichen werden. Hierzu betrachten wir die Abbildung 18.

Wie bereits oben erwähnt, wurden die Ergebnisse des CDR Ansatzes den Ausführungen in Wüthrich (2008) entnommen. Dabei handelt es sich bei der Standardabweichung in der Kalenderjahressicht um die Quadratwurzel der bedingten mittleren quadratischen Abweichung des einjährigen Abwicklungsergebnisses. Dieses Ergebnis ist mit Hilfe des in Merz und Wüthrich (2008) vorgestellten CDR-Verfahrens ermittelt worden. Die Standardabweichung in Ultimativer Sichtweise hingegen wurde durch die Quadratwurzel der bedingten mittleren quadratischen Abweichung des ultimativen Abwicklungsergebnisses ermittelt. Diese Berechnung entspricht dem Modell von Mack.

Die Ergebnisse der Standardabweichung in der Kalenderjahressicht wurden mit Hilfe des stochastischen Re-Reservings ermittelt. Dabei handelt es sich um die Standardabweichungen der empirischen Häufigkeitsdichten aus Abschnitt 4.2.1 und Abschnitt 4.2.2. Die Standardabweichungen in Ultimativer Sichtweise entsprechen dem 2. Moment der empirischen Häufigkeitsdichten, die mit Hilfe des Bootstrap Verfahrens und des Baysschen Verfahrens aus England und Verrall (2006) ermittelt worden sind.

Bootstrap - Verfahren					
Beispiel A		Re-Reserving		CDR - Ansatz	
Ultimative Sichtweise Kalenderjahressicht Ratio	Standard- abweichung	Variations- koeffizient	Standard- abweichung	Variations- koeffizient	
	462.626	7,65%	462.960	7,70%	
	419.665	6,94%	420.220	6,90%	
90,71%			90,77%		
Beispiel B		Re-Reserving		CDR - Ansatz	
Ultimative Sichtweise Kalenderjahressicht Ratio	Standard- abweichung	Variations- koeffizient	Standard- abweichung	Variations- koeffizient	
	31.589	4,89%	31.344	4,80%	
	19.457	3,01%	19.300	3,00%	
61,59%			61,57%		

Bayessche - Verfahren					
Beispiel A		Re-Reserving		CDR - Ansatz	
Ultimative Sichtweise Kalenderjahressicht Ratio	Standard- abweichung	Variations- koeffizient	Standard- abweichung	Variations- koeffizient	
	463.530	7,68%	462.960	7,70%	
	420.439	6,97%	420.220	6,90%	
90,70%			90,77%		
Beispiel B		Re-Reserving		CDR - Ansatz	
Ultimative Sichtweise Kalenderjahressicht Ratio	Standard- abweichung	Variations- koeffizient	Standard- abweichung	Variations- koeffizient	
	31.590	4,89%	31.344	4,80%	
	19.530	3,02%	19.300	3,00%	
61,82%			61,57%		

Abbildung 18: Vergleich Standardabweichungen - CDR versus Re-Reserving

Es ist zu erkennen, dass die simulationsbasierten Ansätze des stochastischen Re-Reservings im Vergleich zum analytischen Ansatz von Merz und Wüthrich (2008) sehr ähnliche Ergebnisse liefern.

Während wir beim Bootstrap-Verfahren mit dem stochastischen Re-Reserving für Beispiel A eine Ratio in Höhe von 90,71% und für Beispiel B eine Ratio in Höhe von 61,50% ermitteln, entsprechen diese beim CDR Ansatz Ratios in Höhe von 90,77% und 61,57%. Analog hierzu stimmen die Ergebnisse bei den Bayesschen-Verfahren überein. Hier stehen Ratios von 90,70% und 61,82% den Ratios des CDR Ansatzes in Höhe von 90,77% und 61,57% gegenüber.

Demnach stellt die Idee des stochastischen Re-Reservings auf simulationsbasierter Basis - analog dem CDR Verfahren auf analytischer Basis - eine konsistente Ableitung der ultimativen Betrachtungsweise auf eine einjährige Betrachtungsweise dar. Somit bietet das stochastische Re-Reserving neben dem CDR Verfahren eine weitere Möglichkeit das Reserverisiko in der Kalenderjahressicht zu modellieren.

Gleichzeitig bietet das stochastische Re-Reserving als simulationsbasiertes Reservierungsverfahren gegenüber dem CDR Verfahren die Möglichkeit eine empirische Häufigkeitsverteilung der Schadenrückstellungen unter Berücksichtigung des einjährigen Abwicklungsergebnisses zu bekommen. Hieraus können auf einfache Art und Weise Quantile und Risikomaße abgeleitet werden. Des Weiteren erhält man simulierte zukünftige Cashflows, die in internen Modellen z.B. für die pfadweise Diskontierung der Schadenreserven oder als Input für das Asset-Modell benötigt werden. Der Ansatz des Re-Reservings kann auch auf das Zeichnungsrisiko übertragen werden, siehe hierzu Ohlsson und Lauzenings (2008).

5 Zusammenfassung und Ausblick

Das Ziel dieser Arbeit bestand darin, eine saubere und strukturierte Formulierung des stochastischen Re-Reservings sowohl auf Basis von Bootstrap-Verfahren als auch auf Basis von Bayesschen Modellen wiederzugeben. Dabei haben wir zunächst ein allgemeines 3-Stufen Modell eingeführt, das grundsätzlich für alle simulationsbasierten stochastischen Reservierungsverfahren Anwendung finden kann. Mit dem Bootstrap-Verfahren und den Bayesschen Modellen konnten wir anhand von zwei konkreten Alternativen eine mathematische Formulierung des stochastischen Re-Reservings liefern.

Darüber hinaus wurde im Rahmen dieser Arbeit ein erstmaliger Vergleich zwischen den Ergebnissen des Claims Development Result-Verfahrens und des stochastischen Re-Reservings durchgeführt. Wir haben dabei gezeigt, dass unter gewissen Annahmen und einer bestimmten Wahl der Parameter mit beiden Vorgehensweisen sehr ähnliche Ergebnisse erzielt werden können. Dies bedeutet, dass das stochastische Re-Reserving als simulationsbasierter Ansatz eine gute Alternative zu dem in der Praxis bereits angewandten analytischen Ansatz des CDR-Verfahrens darstellt. Der Ansatz des Re-Reservings bietet insbesondere bei der Modellierung in internen Modellen jedoch den Vorteil, dass zukünftige Cashflows simuliert werden. Letztendlich fand im Rahmen der Fallstudie auch ein quantitativer Vergleich zwischen dem ultimativen und einjährigen Reserverisiko statt. In unseren Beispielen spiegelte sich der unterschiedliche Bedarf an Risikokapital durch Ratios zwischen 60% und 90% wider. Das heißt, das im Rahmen von Solvency II geforderte einjährige Risikokapital entspricht etwa nur einem Anteil zwischen 60% und 90% des bisher ausschließlich modellierten ultimativen Reserverisikos. An dieser Stelle muss allerdings ausdrücklich darauf hingewiesen werden, dass bei praxisrelevanten Anwendungen dieser Vergleich insbesondere von Abwicklungsdauer und Struktur der Abwicklungsdreiecke abhängig ist.

Bei dem Vergleich zwischen dem CDR-Verfahren und dem stochastischen Re-Reserving lag der Fokus dieser Arbeit eher auf theoretischer Natur. In einem nächsten Schritt gilt es nun die Anwendbarkeit des stochastischen Re-Reservings in der Praxis zu erproben. Hierfür ist insbesondere die Berücksichtigung eines Tails beispielsweise in Form einer Auslauffunktion von Bedeutung. Gleichzeitig werden die Schadenreserven in der Praxis selten mit dem theoretischen Chain-Ladder Verfahren bestimmt, sondern es werden vielmehr manuelle Bereinigungen einzelner Abwicklungskoeffizienten durchgeführt. Dieses manuelle Eingreifen sollte bei der deterministischen Fortschreibung der verschiedenen Ausgangsdreiecke des stochastischen Re-Reservings Berücksichtigung finden. Darüber hinaus könnte anstatt der Normalverteilung als Prozessverteilungsannahme auch die Gamma- oder Lognormalverteilung Anwendung finden. Ein analoger Ansatz kann auch auf das Prämienrisiko übertragen werden.

Mit Hilfe des Re-Reservings ist nun gewährleistet, dass versicherungstechnische Ergebnisse und Kapitalanlageergebnisse konsistent in der nach Solvency II geforderten einjährigen Ka-

lenderjahressicht abgebildet werden können. In mehrjährigen Modellen kann nun auf dieser Sichtweise aufgesetzt werden, um mehrere zukünftige Kalenderjahre zu simulieren und die mehrjährige Risiko-Rendite-Situation zu bewerten.

Abschließend soll erwähnt werden, dass die hier vorgestellte Kalenderjahressicht zu Steuerungszwecken immer in der Mehrjährigkeit betrachtet werden sollte, um Risiken, die sich erst in späteren Jahren realisieren, nicht zu unterschätzen. Alternativ hierzu kann die ultimative Sichtweise herangezogen werden.

Literatur

- AISAM-ACME: AISAM-ACME study on non-life long tail liabilities - Reserve risk and risk margin assessment under Solvency II.
<http://www.aisam.org> (2007), Accessed 1 August 2008
- Buchwalder M, Bühlmann H, Merz M, Wüthrich M: The mean square error of prediction in the chain ladder reserving method (Muck and Murphy revisited). *ASTIN Bulletin* 36(2), 521-542 (2006)
- Diers D: Unterschiedliche Ansätze zur Risikomessung in Internen Modellen: Ultimatesicht versus Kalenderjahressicht.
<http://www.mathematik.uni-ulm.de/numerik/preprints/2007> (2007), Accessed 1 June 2008
- Diers D: Interne Unternehmensmodelle in der Schaden- und Unfallversicherung: Entwicklung eines stochastischen internen Modells für die wert- und risikoorientierte Unternehmenssteuerung und für die Anwendung im Rahmen von Solvency II. Gesellschaft für Finanz- und Aktuarwissenschaften, Ulm (2007a)
- Diers D: Der Einsatz mehrjähriger interner Modelle zur Unterstützung von Managemententscheidungen. *Zeitschrift für die gesamte Versicherungswirtschaft*, 97(1), 91-112 (2008)
- England P, Verrall R: Predictive Distributions of Outstanding Liabilities in General Insurance. *The Annals of Actuarial Science*, 1, II, 221-270 (2006)
- Commission of the European Communities: Draft Solvency II Framework. Directive European Commission.
<http://eur-lex.europa.eu/en/prep/index.htm> (2007), Accessed 1 June 2008
- Mack T: Distribution-free calculation of the standard error of Chain Ladder reserve estimates. *ASTIN Bulletin*, 23(2), 213-225 (1993)
- Merz M, Wüthrich M: Modelling the Claims Development Result for Solvency Purposes. Conference Paper, ASTIN Colloquium, Manchester
http://causualtyactuarialsociety.org/pubs/forum/08fforum/21Merz_Wuethrich.pdf (2008), Accessed 1 August 2008
- Ohlsson E, Lauzenings J: The one-year non-life insurance risk. Conference Paper ASTIN Colloquium, Manchester
http://actuaries.org/ASTIN/Colloquia/Manchester/Papers/ohlsson_paper_final.pdf (2008), Accessed 1 August 2008
- Wüthrich M: Claims Development Result in the Chain Ladder Reserving Method. Summer School, Group Consultatif, Lyon.
<http://www.math.ethz.ch/wueth> (2008), Accessed 1 August 2008
- Wüthrich M, Merz M: Stochastic claims reserving methods in insurance. Wiley Finance Verlag, West Sussex, England (2008)