

Ein Netzwerkmodell zur Systemrisikomessung in der betrieblichen Altersversorgung

Simona Clever und Hans-Joachim Zwiesler

Preprint Series: 2015 - 02



Fakultät für Mathematik und Wirtschaftswissenschaften
UNIVERSITÄT ULM

Ein Netzwerkmodell zur Systemrisikomessung in der betrieblichen Altersversorgung

Simona Clever* und Hans-Joachim Zwiesler†

16. Februar 2015

Zusammenfassung

In der vorliegenden Arbeit diskutieren wir das Thema Systemrisiko im Kontext von Systemen der betrieblichen Altersversorgung (bAV). Dazu wird ein Netzwerkmodell aus dem Bankensystem um zustandsabhängige Verpflichtungen erweitert, so dass sich auch bAV-Systeme einschließlich ihrer oftmals komplexen rechtlichen Beziehungen darin erfassen lassen. Anschließend wird das Modell auf das konkrete Beispiel des deutschen Pensionsfonds-Systems angewendet. Insbesondere wird diskutiert, inwiefern verschiedene Aufsichtsregeln und Solvenzkapitalanforderungen das Systemrisiko beeinflussen können.

1 EINLEITUNG

Im Bereich von Bankensystemen ist der Begriff des Systemrisikos spätestens seit der letzten Finanzkrise ein häufig anzutreffender Begriff. Für die Definition dieses Begriffes gibt es eine Vielzahl an Vorschlägen. Folgt man der Definition von KAUFMAN, so ist Systemrisiko das Risiko oder die Wahrscheinlichkeit des Ausfalls eines gesamten Systems, im Gegensatz zu Ausfällen einzelner Teile oder Komponenten.¹ Die Definition enthält keine Festlegung bezüglich des betrachteten Systems. Tatsächlich ist das Thema Systemrisiko längst nicht nur für Bankensysteme relevant. Die Lehren aus den Ereignissen im Bankensystem sollte daher nicht alleine im Bankenbereich gezogen werden, sondern auch in allen anderen Systemen, deren Versagen relevante Folgen hätte. Dazu gehören insbesondere Systeme der betrieblichen Altersversorgung. Besonders vor dem Hintergrund der aktuellen Diskussion um zukünftige Solvenzvorschriften für Einrichtungen der betrieblichen Altersversorgung (EbAVs) im Rahmen von IORP II sollte die Thematik des Systemrisikos nicht vernachlässigt werden.

In der Vergangenheit wurde das Thema Systemrisiko im Kontext von Rentensystemen hauptsächlich im Hinblick auf zwei Fragestellungen untersucht:

* Graduiertenkolleg 1100, Universität Ulm
simona.clever@uni-ulm.de

† Institut für Versicherungswissenschaften, Universität Ulm
hans-joachim.zwiesler@uni-ulm.de

¹ Siehe KAUFMAN [Banking, 2000], S. 92. Die gleiche Definition ist in der späteren Arbeit KAUFMAN/SCOTT [Systemic Risk, 2003] zu finden, welche oftmals als Quelle für diese Definition genannt wird. Die dort angegebene Definition lautet wörtlich “Systemic risk refers to the risk or probability of breakdowns in an entire system, as opposed to breakdowns in individual parts or components”. Für weitere Definitionen vgl. beispielsweise DWYER [What is systemic risk, 2009] und GROUP OF TEN [Report, 2001].

Die erste Fragestellung ist, inwieweit ein Systemrisiko im Gesamrentensystem eines Landes vorliegt.² Unter Systemrisiko wird in diesem Kontext jedoch nicht ein Ausfall zugesagter Leistungen, sondern eine Entwicklung des Gesamtsystems dahingehend verstanden, dass eine angemessene Gesamtversorgung im Alter in der Bevölkerung nicht mehr erreicht wird.

Die zweite in mehreren Arbeiten behandelte Frage ist, wie die Beitragsstruktur von Pensionsversicherungssystemen ausgestaltet sein sollte, um beispielsweise moral hazard Problemen vorzubeugen und das Ausfallrisiko der Sicherungseinrichtungen zu reduzieren. Ein Großteil der Arbeiten konzentriert sich dabei auf das amerikanische System,³ GERKE/MAGER/REINSCHMIDT/SCHMIEDER behandeln diese Frage am Beispiel des deutschen PSV.⁴

Ein bisher noch nicht diskutiertes Problem ist die Frage, wie sich das Systemrisiko in einem bestehenden geschlossenen Rentensystem messen lässt und inwieweit geeignete Solvenzregelungen zur Reduzierung beitragen können. Dazu wird im Folgenden zunächst ein allgemeines Netzwerkmodell vorgestellt, welches eine Erweiterung des Netzwerkmodelles von EISENBERG/NOE [Systemic risk, 2001] darstellt. Im Anschluss werden die im Pensionsfondssystem bestehenden Beziehungen analysiert und das beschriebene Modell auf den konkreten Fall eines fiktiven deutschen Pensionsfondssystems angewandt. Abschließend wird diskutiert, wie geeignete Aufsichtsregeln zur Reduzierung des Systemrisikos beitragen können.

2 NETZWERKMODELL

Die DEUTSCHE BUNDESBANK bietet mit der Arbeit DEUTSCHE BUNDESBANK [Messung Systemischer Risiken, 2011] eine Übersicht über verschiedene Methoden zur Systemrisikomessung. Dort wird insbesondere die Methodik der Netzwerkmodelle vorgestellt, welche im Rahmen dieser Arbeit verwendet werden soll.

Ziel eines Netzwerkmodells ist es, durch Insolvenzen verursachte Dominoeffekte innerhalb eines Systems zu analysieren. Die grundlegende Idee ist, die Auswirkungen von Ausfällen einzelner Parteien eines Systems auf den Zustand des Gesamtsystems beschreiben zu können. So kann der Ausfall einer einzigen Partei im Gesamtsystem eine Reihe an Folgen und weiteren Ausfällen nach sich ziehen. Interessant ist dabei derjenige Endzustand des Systems, in dem sich keine weiteren Dominoeffekte mehr ergeben. Im Folgenden wird zunächst der Aufbau des Netzwerkes und die Beschreibung der existierenden Verpflichtungen erklärt sowie auf den Umgang mit Ausfällen eingegangen. Anschließend wird eine Bedingung an einen gesuchten Endzustand, den sogenannten stabilen Zustand, formuliert und ein Algorithmus zur Bestimmung eines stabilen Zustandes diskutiert.

Das im folgenden Abschnitt beschriebene Netzwerkmodell stellt eine Erweiterung des Netzwerkmodells von EISENBERG/NOE dar. Insbesondere erweitert es das in EISENBERG/NOE [Systemic risk, 2001] und ELSINGER/LEHAR/SUMMER [Network Models, 2013] diskutierte Modell um die Möglichkeit zustandsabhängiger Verpflichtungshöhen.

² Siehe z. B. EICH [Pension's systemic risk, 2009] oder LALANI [Managing Systemic Risk, 2011].

³ Zur Diskussion der Beitragsstruktur des PBGC siehe beispielsweise CHEN [Risk-based model, 2011] und NIEHAUS [PBGC, 1990].

⁴ GERKE/MAGER/REINSCHMIDT/SCHMIEDER [Risk Analysis, 2006].

2.1 Netzwerkteilnehmer

Betrachtet wird ein Netzwerk aus n^{int} zum Netzwerk gehörigen (internen) Parteien, die durch Schuldverpflichtungen bzw. Forderungen miteinander in Beziehung stehen. Neben den netzwerkinternen Beziehungen kann jede dieser Parteien darüber hinaus auch Forderungen oder Verpflichtungen gegenüber n^{ext} netzwerkexternen Parteien besitzen. Nummeriert man die Parteien vereinfachend durch, so sind die insgesamt $n = n^{\text{int}} + n^{\text{ext}}$ beteiligten Parteien gegeben durch

$$\mathcal{N} = \underbrace{\{1, \dots, n^{\text{int}}\}}_{\substack{\text{interne} \\ \text{Parteien}}}, \underbrace{\{n^{\text{int}}+1, \dots, n\}}_{\substack{\text{externe} \\ \text{Parteien}}}$$

wobei $1, \dots, n^{\text{int}}$ die netzwerkinternen Parteien darstellt und $n^{\text{int}}+1, \dots, n$ die externen Parteien beschreibt, gegen welche die netzwerkinternen Parteien Forderungen bzw. Verpflichtungen besitzen. Der Unterschied zwischen externen und internen Parteien ist, dass eventuelle Ausfälle interner Parteien gegenüber externen Parteien keinen Einfluss auf die Ausfälle externer Parteien gegenüber internen Parteien haben. Die externen Parteien absorbieren also gewissermaßen Zahlungsausfälle der internen Parteien, können jedoch auch (von den absorbierten Zahlungsausfällen unabhängige) Ausfälle gegenüber den netzwerkinternen Parteien verursachen. Anhand der externen Parteien können beispielsweise netzwerkexterne Geldanlagen, Ansprüche externer Parteien oder Kosten eines möglichen Insolvenzverfahrens modelliert werden.⁵

2.2 Forderungen und Verpflichtungen

Zwischen allen Parteien aus \mathcal{N} können Verpflichtungsbeziehungen bestehen. Die nominalen⁶ Verpflichtungs-/Forderungsbeziehungen sind durch eine Matrix $L \in \mathbb{R}_{\geq 0}^{n \times n}$ vorgegeben, wobei $l_{i,j}$ den Wert der Verpflichtung von Partei i gegenüber Partei j beschreibt. Da vorausgesetzt wird, dass keine Partei Verpflichtungen an sich selbst besitzen kann, sei $l_{i,i} = 0$ für $i = 1, \dots, n$. Aus der Verpflichtungsmatrix L lassen sich die nominalen Gesamtverpflichtungen $v_i(L)$ und Forderungen $a_i(L)$ einer Partei i herleiten, wobei $v_i(L)$ durch die Summe der i -ten Zeile von L und $a_i(L)$ durch die Summe der i -ten Spalte von L gegeben ist:

$$v_i(L) := \sum_{j=1}^n l_{i,j}$$

$$a_i(L) := \sum_{j=1}^n l_{j,i}$$

In einer idealen Welt wäre nun jede Partei in der Lage, ihren nominalen Verpflichtungen nachzukommen. Die interessantere Frage ist jedoch, was passiert, wenn (mindestens) eine Partei dazu nicht mehr fähig ist.

⁵ Zur Modellierung von Insolvenzkosten siehe Abschnitt 2.5 und 3.1.2.

⁶ nominale Werte im Gegensatz zu realen Werten, bei denen das Ausfallrisiko berücksichtigt ist.

2.3 Umgang mit Ausfällen

Der Umgang mit Ausfällen erfolgt in Anlehnung an EISENBERG/NOE [Systemic risk, 2001] und basiert auf zwei Prinzipien. Das erste relevante Prinzip beruht vereinfacht formuliert auf der Idee, dass eine Partei in der Realität genau das leisten wird, was sie sowohl leisten muss als auch tatsächlich leisten kann. Demnach ist die reale Leistung einer Partei durch das Minimum ihrer nominalen Verpflichtung und ihrer tatsächlichen Leistungsfähigkeit gegeben. Dieses Prinzip wird im Folgenden als *Haftungsbeschränkung* bezeichnet.

Ein Ausfall einer Partei wird demnach durch das Ereignis definiert, dass eine Partei ihren nominalen Verpflichtungen nicht mehr vollständig nachkommen kann. Im Falle eines solchen Ausfalls stellt sich die Frage, nach welcher Methodik das verbleibende Vermögen unter den Gläubigern aufzuteilen ist. Hierzu lohnt sich ein Blick in die Praxis. Bei Insolvenz einer Partei werden oftmals die Gläubiger in verschiedene Prioritätenklassen aufgeteilt und die verbleibende Vermögensmasse der insolventen Partei entsprechend der Prioritäten aufgeteilt. Können die Ansprüche einer Prioritätenklasse nicht vollständig erfüllt werden, so werden die Gläubiger innerhalb dieser Prioritätenklasse proportional zur Höhe ihrer Ansprüche bedient.⁷ Daher wird hier nach dem Prinzip der *Priorität und Proportionalität* vorgegangen. Dabei werden die Gläubiger in verschiedene Prioritätenklassen eingeteilt, die Zuteilung innerhalb derselben Prioritätenklasse erfolgt proportional zu der Höhe der nominalen Verpflichtungen.

Zur Umsetzung dieser beiden Prinzipien im Netzwerkmodell sei im Folgenden die Matrix der Ausfallraten bezeichnet durch

$$D \in [0, 1]^{n \times n},$$

wobei $d_{i,j}$ den Anteil von $l_{i,j}$ bezeichnet, der in der Realität nicht erbracht werden kann. Die real zu erwartenden Zahlungen sind damit durch

$$(\mathbb{1} - D) \circ L$$

gegeben, wobei $\mathbb{1}$ eine Eins-Matrix der Größe $n \times n$ beschreibt und \circ das Hadamard-Produkt⁸ darstellt. Die entsprechenden realen Gesamtverpflichtungen und Forderungen sind dementsprechend durch $v_i((\mathbb{1} - D) \circ L)$ und $\alpha_i((\mathbb{1} - D) \circ L)$ gegeben. Die Prinzipien der *Haftungsbeschränkung* und der *Priorität und Proportionalität* lassen sich nun als Anforderungen an ein zulässiges D formulieren.

Das Prinzip der *Haftungsbeschränkung* definiert D als das Maximum aus 0 (denn eine Partei wird nicht mehr zahlen als sie muss) und einer eventuell eingeschränkten Leistungsfähigkeit.

Für die externen Parteien wird keine Bedingung an die Leistungsfähigkeit gestellt. Es wird angenommen, dass die nominalen Verpflichtungen bereits den realen entsprechen. Die Ausfallrate wird daher für externe Parteien stets als 0 angenommen.

Die Bestimmung der Leistungsfähigkeit der internen Parteien basiert auf dem Grundsatz, dass die realen Zahlungen einer Partei niemals ihre realen Forderungen überschreiten dürfen. Dazu betrachte man die sogenannte Realwertbilanz⁹ in Abbildung 1. Die Residualgröße e_i bezeichne hierbei das Eigenkapital.

⁷ Ein typisches Beispiel für eine solche Vorgehensweise liefert das deutsche Insolvenzrecht, welches in Abschnitt 3.1.2 genauer diskutiert und mithilfe der im Folgenden beschriebenen allgemeinen Methodik modelliert wird.

⁸ komponentenweise Matrixmultiplikation, d. h. $(D \circ L)_{i,j} := d_{i,j} \cdot l_{i,j}$

⁹ Die Bezeichnung „Realforderungsbilanz“ soll ausdrücken, dass die Forderungen auf Basis der realen Verpflichtungsmatrix bestimmt werden. Die eigenen Verpflichtungen sollen jedoch in ihrer nominalen Höhe erfüllt werden, so dass diese aus der nominalen Verpflichtungsmatrix abgeleitet werden.

	e_i
$\alpha_i((\mathbb{1}-D)\circ L)$	$v_i(L)$

Abbildung 1: Realforderungsbilanz der Partei i

Somit kann die interne Partei i unter Berücksichtigung fremder Ausfälle maximal $\alpha_i((\mathbb{1}-D)\circ L)$ leisten. Zur Einhaltung der Haftungsbeschränkung muss also

$$v_i((\mathbb{1}-D)\circ L) \leq \alpha_i((\mathbb{1}-D)\circ L) \quad \forall i = 1, \dots, n^{\text{int}}$$

erfüllt sein.

Kommt es nun bei einer Partei zu einem Zahlungsausfall (d. h. $e_i < 0$), kommt das bereits erwähnte Prinzip der *Priorität und Proportionalität* zur Anwendung.

Zur Umsetzung des Prinzips wird eine Prioritätenmatrix

$$\pi \in \mathbb{N}^{n \times n}$$

definiert, die den Gläubigern einer Partei unterschiedliche Prioritäten bei der Behandlung eines Ausfalls zuordnet. $\pi_{i,j}$ definiert dabei die Priorität des Gläubigers j von i. π ist so festzulegen, dass das jeweilige Insolvenzrecht korrekt abgebildet wird.

Die Ausfallrate externer Parteien ist nach Annahme immer Null. Zur Ermittlung der Ausfallrate der Leistung einer internen Partei i gegenüber einer beliebigen Partei j wird wie folgt vorgegangen: Insgesamt besitzt i eine reale Leistungsfähigkeit in Höhe von $\alpha_i((\mathbb{1}-D)\circ L)$. Hieraus werden jedoch zunächst alle Gläubiger mit einer besseren Priorität als j bedient. Für j sowie alle weiteren Gläubiger der Prioritätenklasse $\pi_{i,j}$ steht demnach noch die verbleibende nichtnegative Masse zur Verfügung, maximal jedoch die Summe der gesamten nominalen Ansprüche dieser Prioritätenklasse. Damit steht ein Betrag in Höhe von

$$\min \left\{ \left[\alpha_i((\mathbb{1}-D)\circ L) - \sum_{k \in \mathcal{N}: \pi_{i,k} < \pi_{i,j}} l_{i,k} \right]^+, \sum_{k \in \mathcal{N}: \pi_{i,k} = \pi_{i,j}} l_{i,k} \right\}$$

zur Verfügung, um Verpflichtungen in Höhe von insgesamt $\sum_{k \in \mathcal{N}: \pi_{i,k} = \pi_{i,j}} l_{i,k}$ zu bedienen.

Zusammenfassend ergibt die die Ausfallrate bezüglich der Leistung von i an j zu

$$d_{i,j} = f(D, L)_{i,j} := \begin{cases} 0, & i > n^{\text{int}} \text{ oder } l_{i,j} = 0 \\ 1 - \frac{\min \left\{ \left[\alpha_i((\mathbb{1}-D)\circ L) - \sum_{k \in \mathcal{N}: \pi_{i,k} < \pi_{i,j}} l_{i,k} \right]^+, \sum_{k \in \mathcal{N}: \pi_{i,k} = \pi_{i,j}} l_{i,k} \right\}}{\sum_{k \in \mathcal{N}: \pi_{i,k} = \pi_{i,j}} l_{i,k}}, & \text{sonst.} \end{cases} \quad (1)$$

Der Nenner des zweiten Ausdruckes der Fallunterscheidung in (1) ist dabei stets positiv, da nach Voraussetzung $L \in \mathbb{R}_{\geq 0}^{n \times n}$ und die Summe $\sum_{k \in \mathcal{N}: \pi_{i,k} = \pi_{i,j}} l_{i,k}$ mit $l_{i,j} \neq 0$ bereits mindestens einen positiven Summanden sowie gegebenenfalls weitere nicht-negative Summanden umfasst.

Man beachte, dass in die rechte Seite von (1) jeweils nur die i -te Spalte von D eingeht.

Durch die in (1) definierte Abbildung $f : [0, 1]^{n \times n} \times \mathbb{R}_{\geq 0}^{n \times n} \rightarrow [0, 1]^{n \times n}$ lässt sich die Forderung an ein geeignetes D als Fixpunktbedingung formulieren:

Eine Ausfallmatrix D erfüllt demnach genau dann die Prinzipien der *Haftungsbeschränkung* und der *Priorität und Proportionalität*, wenn gilt:

$$f(D, L) = D \quad (2)$$

2.4 Anpassung der Leistungshöhen

In bisherigen Netzwerkmodellen wurde von konstanten nominalen Verpflichtungshöhen ausgegangen. Jedoch hängen insbesondere in bAV-Systemen die nominalen Verpflichtung von der finanziellen Lage (z. B. einer Unterdeckung, Insolvenz, dem Verpflichtungsumfang usw.) einer anderen Partei ab. Die nominalen internen Verpflichtungen des Netzwerkmodells seien daher also nicht als konstant vorausgesetzt, sondern abhängig vom jeweils aktuellen Zustand des Netzwerkes. Die Umsetzung erfolgt über eine sogenannte Verpflichtungsanpassungsfunktion der Form

$$g : [0, 1]^{n \times n} \times \mathbb{R}_{\geq 0}^{n \times n} \rightarrow \mathbb{R}_{\geq 0}^{n \times n},$$

welche die realen rechtlichen Rahmenbedingungen und vertraglichen Vereinbarungen abbildet und in Abhängigkeit eines Netzwerkzustandes die Verpflichtungen anpasst. Geht man von Verpflichtungswerten L und Ausfallraten D aus, so liefert $g(D, L)$ die aktualisierte nominale Verpflichtungsmatrix, die sich aufgrund des Netzwerkzustandes ergibt.

Wir bezeichnen eine Verpflichtungsmatrix als *aktuell*, falls sie sich durch die Anwendung von g auf den momentanen Zustand nicht verändert, d. h.:

$$g(D, L) = L \quad (3)$$

2.5 Die Berücksichtigung von Insolvenzkosten

Die Berücksichtigung von Insolvenzkosten im Rahmen eines Netzwerkmodells wurde bereits in GLASSERMAN/YOUNG [Contagion, 2014] vorgeschlagen. Die Insolvenzkosten werden hier als prozentualer Anteil des verbleibenden Eigenkapitals angesetzt, die bei Insolvenz stets vorrangig vor der proportionalen Aufteilung des Vermögens abgezogen werden.

Dieser grundsätzlichen Idee der Berücksichtigung von Insolvenzkosten wird in dieser Arbeit gefolgt. Jedoch sind beispielsweise im deutschen Insolvenzsystem weder die Proportionalität der Kosten zur Höhe des Ausfalls, noch eine immer geltende Vorrangigkeit der Insolvenzkosten gegeben.¹⁰ Darüber hinaus eröffnet die Möglichkeit der Leistungsanpassungen eine flexiblere Modellierung von

¹⁰ siehe hierzu Abschnitt 3.1.2.

Insolvenzkosten. Daher haben wir es vorgezogen eventuelle Insolvenzkosten als Forderung einer externen Partei zu modellieren.

Dies hat den Vorteil, dass für die restlichen Gläubiger unterschiedliche und insbesondere auch gegenüber den Insolvenzkosten vorrangige Prioritätenklassen modellierbar sind. Darüberhinaus müssen die Insolvenzkosten bei der konkreten Modellierung in Abschnitt 3.1.2 nicht zwangsläufig proportional zum verbleibenden Eigenkapital angesetzt werden, sondern können nach beliebiger anderer Methodik und damit möglichst realitätsnah modelliert werden.

2.6 Stabiler Zustand

2.6.1 Definition

In einem bestehenden Netzwerk sind im Allgemeinen die Regeln zur Verpflichtungsanpassung g und die Auszahlungsprioritäten π bekannt. Aus Systemrisikosicht interessant sind die realen und nominalen Verpflichtungswerte, die sich unter Beachtung der Konsequenzen von Ausfällen und Leistungsanpassungen ergeben. Daher sind solche Zustände von Interesse, für die sowohl die Prinzipien zum Umgang mit Ausfällen aus Abschnitt 2.3 erfüllt sind, als auch die nominalen Verpflichtungen aktuell sind.

Wir bezeichnen daher im Folgenden einen Zustand (D, L) als *stabil*, wenn er die Gleichungen (2) und (3) erfüllt.

Definiert man nun zusammenfassend eine Abbildung

$$\begin{aligned} \Phi : W &\rightarrow W \\ (D, L) &\mapsto (f(D, L), g(D, L)) \end{aligned} \tag{4}$$

wobei $W \subseteq [0, 1]^{n \times n} \times \mathbb{R}_{\geq 0}^{n \times n}$, so sind die stabilen Zustände genau die Fixpunkte von Φ . Die Einschränkung auf einen Bereich W ist insofern relevant, als der Wertebereich von Φ oftmals durch die Wahl der Funktion g eingeschränkt ist, was in Abschnitt 3 von Bedeutung sein wird.

2.6.2 Algorithmus

Die Existenz und Eindeutigkeit der Lösung des obigen Fixpunktproblems wurden bereits von EISENBERG/NOE für den Spezialfall diskutiert, dass die nominalen Verpflichtungen konstant sind und keine externen Verpflichtungen existieren. EISENBERG/NOE kommen zu dem Ergebnis, dass eine Lösung des Fixpunktproblems in diesem Fall immer existiert und das verbleibende positive Eigenkapital für alle möglichen Lösungen übereinstimmt. Unter bestimmten Regularitätsanforderungen ist die Lösung zudem eindeutig.¹¹ Darüber hinaus wird in EISENBERG/NOE ein einfacher Algorithmus zur Bestimmung des Fixpunktes entwickelt. Dabei wird zunächst davon ausgegangen, dass jede Partei ihren nominalen Verpflichtungen nachkommen kann, also alle Komponenten von D Null sind. Dann wird eine auf der Haftungsverpflichtung und dem Proportionalitätsprinzip basierende Fixpunktiteration angewandt.

Im Gegensatz zu dem von EISENBERG/NOE betrachteten Fall ist unter der Berücksichtigung zustandsabhängiger Verpflichtungen, wie in Abschnitt 2.4, jedoch weder die Existenz noch die Eindeutigkeit

¹¹ Siehe EISENBERG/NOE [Systemic risk, 2001], S. 240 - 242 und S. 248 - 249.

eines stabilen Zustandes gesichert. Für Aussagen hierzu sind weitere Einschränkungen an g notwendig. Es kann jedoch gezeigt werden, dass eine Fixpunktiteration über Φ unter bestimmten Voraussetzungen eine bestimmte Lösung, an der man interessiert ist, liefert. Der Beweis wird auf dem Kleene'schen Fixpunktsatz basieren. Daher wird dieser und die relevanten Definitionen zunächst in einem kurzen Einschub vorgestellt. Alle folgenden Ausführungen einschließlich des Kleene'schen Fixpunktsatzes sind einer Arbeit von BARANGA entnommen.¹²

Definition 2.1 ω -vollständig

Eine partiell geordnete Menge (P, \leq) heißt ω -vollständig, falls jede wachsende Folge $(x_n)_{n \in \mathbb{N}}$ von Elementen aus P eine kleinste obere Schranke in P besitzt.

Die kleinste obere Schranke wird im Folgenden mit $\sup\{x_n : n \in \mathbb{N}\}$ bezeichnet. Die nächste Definition beschreibt eine Stetigkeitseigenschaft bezüglich aufsteigender Folgen in Form der Vertauschbarkeit von Supremumsbildung und Funktionsanwendung:

Definition 2.2 ω -stetig

Seien (P, \leq) und (Q, \leq) zwei partiell geordnete Mengen. Eine Funktion $f : P \rightarrow Q$ heißt ω -stetig, falls für jede wachsende Folge $(x_n)_{n \in \mathbb{N}}$ von Elementen aus P , für welche $\sup\{x_n : n \in \mathbb{N}\}$ existiert, gilt:

- $\sup\{f(x_n) : n \in \mathbb{N}\}$ existiert in Q und
 - $f(\sup\{x_n : n \in \mathbb{N}\}) = \sup\{f(x_n) : n \in \mathbb{N}\}$
-

Nachdem nun die notwendigen Begriffe definiert sind, kann der Kleene'sche Fixpunktsatz formuliert werden. Dabei bezeichne f^n die n -fache iterative Anwendung der Funktion f .

Satz 2.1 Kleene'scher Fixpunktsatz

Sei (P, \leq) eine ω -vollständige partiell geordnete Menge und $f : P \rightarrow P$ eine ω -stetige Funktion. Weiterhin sei $x \in P$ mit $x \leq f(x)$. Dann hat $x^+ := \sup\{f^n(x) : n \in \mathbb{N}\}$ die folgenden Eigenschaften:

- $f(x^+) = x^+$, d. h. x^+ ist ein Fixpunkt von f , und
 - x^+ ist der kleinste Fixpunkt von f aus der Menge $\{y \in P : x \leq y\}$
-

Eine ähnliche Version sowie eine Herleitung des Satzes ist beispielsweise zu finden in BERGHAMMER [Ordnungen, 2008].

¹² Siehe BARANGA [Kleene, 1991], S. 75 f.

Damit sind die theoretischen Grundlagen erarbeitet und wir können zurück zur Bestimmung geeigneter stabiler Zustände kommen. Oftmals ist man an der bestmöglichen Lösung, d. h. einer Lösung mit minimalen Ausfallraten und minimalen Verpflichtungen, interessiert.

Ein nützliches Ergebnis für derartige Systeme liefert Satz 2.2, welcher unmittelbar aus dem Kleene'schen Fixpunktsatz folgt:

Satz 2.2 „Kleene'sches“ Netzwerk

In einem Netzwerk sei W eine ω -vollständige partiell geordnete Menge und $\Phi : W \rightarrow W$ ω -stetig.

Weiterhin existiere ein $(D_{\min}, L_{\min}) \in W$ mit $\Phi(D_{\min}, L_{\min}) \geq (D_{\min}, L_{\min})$.

Dann konvergiert die Fixpunktiteration über Φ mit Startwert (D_{\min}, L_{\min}) gegen eine hinsichtlich Ausfallraten und Verpflichtungshöhen minimale und stabile Lösung (D^*, L^*) mit der Eigenschaft $(D^*, L^*) \geq (D_{\min}, L_{\min})$.

Dazu ist zunächst zu bemerken, dass die Voraussetzungen des Satzes 2.2 an die Menge W immer erfüllt sind, falls W aus komponentenweise rechtsseitig abgeschlossenen Intervallen besteht, also von der Form $W = [a, b]$ oder $W = (a, b]$ mit $a, b \in [0, 1]^{n \times n} \times \mathbb{R}_{\geq 0}^{n \times n}$ ist. Für die ω -Stetigkeit von Φ reicht es zu zeigen, dass g und f monoton steigend in allen Eingangskomponenten und zudem linksseitig stetig sind.

Falls also die Voraussetzungen aus Satz 2.2 erfüllt sind, liefert Algorithmus 2.1 den stabilen Zustand $(D^*, L^*) \geq (D_{\min}, L_{\min})$ mit kleinstmöglichen Ausfallraten und Verpflichtungshöhen.

Algorithmus 2.1:

```

L = L_min
D = D_min
stabil = 0
while stabil ≠ 1
    L_alt = L
    D_alt = D
    (D, L) = Φ(D_alt, L_alt)
    if L == L_alt und D == D_alt
        stabil = 1
        L* = L
        D* = D
    endif
endwhile

```

3.1 *Aufbau und Rechtsrahmen*

3.1.1 *Arbeitsrecht und Aufsichtsrecht*

Zunächst werden im Folgenden der Rechtsrahmen und die Funktionsweise des Durchführungsweges Pensionsfonds erläutert. Die relevanten rechtlichen Grundlagen bilden das Betriebsrentengesetz¹³ in arbeitsrechtlicher Hinsicht und das Versicherungsaufsichtsgesetz¹⁴ mit den zugehörigen Durchführungsverordnungen in aufsichtsrechtlicher Hinsicht. Im Folgenden wird davon ausgegangen, dass bAV im eigentlichen Sinne¹⁵ sowie unter das BetrAVG fallende Versorgungsberechtigte vorliegen. Abbildung 2 veranschaulicht die rechtlichen Beziehungen zwischen den beteiligten Parteien.

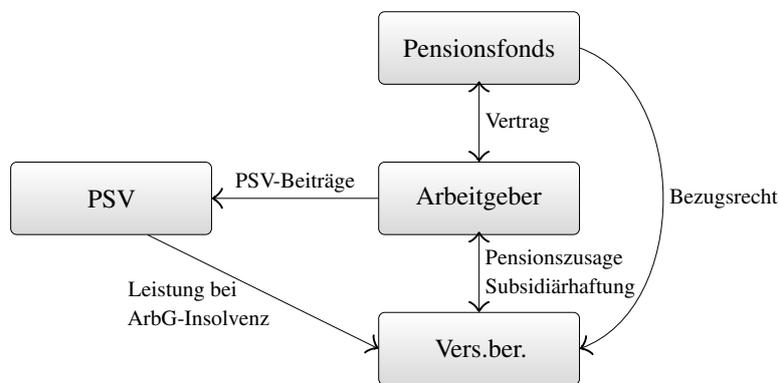


Abbildung 2: Aufbau der bAV mit Durchführungsweg Pensionsfonds

Der Versorgungsberechtigte erhält dabei zunächst vom Arbeitgeber eine Versorgungszusage gemäß § 1 Abs. 1 S. 1 BetrAVG. Der Arbeitgeber wiederum überträgt einen Teil der mit der Zusage verbundenen Risiken auf den Pensionsfonds. Hierzu wird zwischen Arbeitgeber und Pensionsfonds ein Pensionsfondsvertrag gemäß § 112 Abs. 1 S. 1 Nr. 1 VAG geschlossen, in welchem Beitragszahlungen des Arbeitgebers an den Pensionsfonds und Leistungen des Pensionsfonds an den Versorgungsberechtigten vereinbart werden. Dabei muss der Pensionsfonds dem Versorgungsberechtigten gemäß § 112 Abs. 1 S. 1 Nr. 3 VAG einen Anspruch auf die im Pensionsfondsvertrag festgelegten Versorgungsleistungen einräumen (Bezugsrecht).

Nach § 1 Abs. 1 S. 3 BetrAVG steht ein Arbeitgeber für die Erfüllung der von ihm zugesagten Leistungen auch dann ein, wenn die Durchführung nicht unmittelbar über ihn erfolgt. Für den Arbeitgeber ergibt sich also eine sogenannte Subsidiärhaftung gegenüber dem Arbeitnehmer. Sollte ein Pensionsfonds im Leistungsfall (aus welchen Gründen auch immer) nicht die volle in der Versorgungszusage des Arbeitgebers an den Arbeitnehmer zugesagte Leistung erbringen, steht weiterhin der Arbeitgeber in der Pflicht der Leistungserfüllung.

¹³ Gesetz zur Verbesserung der betrieblichen Altersversorgung (Betriebsrentengesetz – BetrAVG).

¹⁴ Gesetz über die Beaufsichtigung der Versicherungsunternehmen (Versicherungsaufsichtsgesetz – VAG). Abschnitt VII des VAG behandelt die Einrichtungen der betrieblichen Altersversorgung.

¹⁵ im Gegensatz zu einer in Ausnahmefällen vorhandenen privaten Fortführung eines Vertrages

Darüber hinaus verpflichtet das Betriebsrentengesetz zur Insolvenzversicherung durch den Pensions-Sicherungs-Verein Versicherungsverein auf Gegenseitigkeit (PSV).¹⁶ Der Arbeitgeber ist dabei verpflichtet, Beiträge an den PSV zu zahlen. Im Falle einer Arbeitgeberinsolvenz steht der PSV gegenüber dem Versorgungsberechtigten für die Erfüllung der Leistungen ein.¹⁷

In der Praxis werden bei Arbeitgeberinsolvenz regelmäßig zwischen Pensionsfonds und PSV Verpflichtungen gegenüber Versorgungsberechtigten per Vermögensübergang übertragen (siehe § 8 Abs. 1a und § 9 Abs. 3a BetrAVG.) Ebenso tritt im Insolvenzfall in der Regel der PSV als Rechtsnachfolger der Versorgungsberechtigten in deren Rechte ein, so dass ein Vermögens- und Verpflichtungsübergang vom Arbeitgeber an den PSV stattfindet. Da in den nachfolgenden Analysen der PSV allein der Bedienung der Versorgungsberechtigten dient, kann hier vereinfachend auf mögliche Vermögens- und Verpflichtungsübergänge zwischen PSV und Pensionsfonds/Arbeitgebern verzichtet werden, da dies lediglich einen Zwischenschritt ohne Einfluss auf das Ergebnis darstellen würde.

3.1.2 Insolvenzrecht

Im Folgenden soll das deutsche Insolvenzrecht genauer betrachtet werden. Die anspruchsberechtigten Parteien lassen sich in unterschiedliche Gruppen einteilen, welche in Tabelle 1 jeweils unter Angabe eines Beispiels zusammengefasst sind:¹⁸

Prioritätenklasse	Bedeutung	Beispiel
1	Aussonderungsberechtigter	Eigentum
2	Absonderungsberechtigter	Pfandrecht
3	Massegläubiger	Kosten Insolvenzverfahren
4	Insolvenzgläubiger	Vermögensanspruch
5	nachrangige Insolvenzgläubiger	Zinsen auf Forderungen

Tabelle 1: Bedeutung der Prioritätenklassen im deutschem Insolvenzrecht

Dass Insolvenzkosten und Prioritäten durchaus relevante Effekte haben und daher in einem Modell nicht vernachlässigt werden sollten, zeigen die folgenden Zahlen: Gemäß KRANZUSCH beträgt die durchschnittliche Befriedigungsquote der Insolvenzgläubiger lediglich 3,6 %. Insbesondere werden laut KRANZUSCH schätzungsweise 50 % der verfügbaren Masse bereits durch Kosten der Insolvenzverwaltung und des Gerichts aufgezehrt.¹⁹

¹⁶ Die Vorschriften der Insolvenzversicherung sind in Abschnitt IV BetrAVG geregelt. Die sicherungspflichtigen Durchführungswege sind aktuell Direktzusage, Unterstützungskasse und Pensionsfonds. Neue Regelungen hierzu, insbesondere Pläne bezüglich risikoorientierter Beiträge und die Sicherung aller Durchführungswege sind allerdings immer wieder in Diskussion, für einen Entwurf siehe z. B. HEUBECK AG [Gutachten, 2011].

¹⁷ Ein Anspruch auf laufende Leistungen gegen den PSV beträgt jedoch im Monat höchstens das Dreifache der im Zeitpunkt der ersten Fälligkeit maßgebenden monatlichen Bezugsgröße gemäß § 18 des Vierten Buches Sozialgesetzbuch (SGB IV), vgl. PSVaG Merkblatt 300/M 13 Grenzen der Leistungen der Insolvenzversicherung. Im Folgenden wird davon ausgegangen, dass alle zugesagten Leistungen unterhalb dieser Grenze liegen und damit vollständig gesichert sind.

¹⁸ siehe Insolvenzordnung (InsO), zweiter Teil, zweiter Abschnitt.

¹⁹ siehe KRANZUSCH [Quoten Insolvenzgläubiger, 2009].

Die Einteilung der Verpflichtungen im Pensionsfondssystem gemäß Abschnitt 3.1.1 in Prioritätenklassen ist relativ einfach:

Zunächst sind die Insolvenzkosten gemäß Tabelle 1 der Prioritätenklasse 3 zuzuordnen. Falls keine weiteren Besonderheiten bestehen, besitzen alle weiteren Verpflichtungen zwischen den Parteien die Priorität 4. Die einzige Besonderheit im System ist das Bezugsrecht des Versorgungsberechtigten gegenüber dem Pensionfonds. Dieses bewirkt jedoch lediglich, dass die Verpflichtungen des Pensionfonds gegenüber dem Versorgungsberechtigten nicht durch eine Insolvenz des Arbeitgebers berührt werden und ist damit schon durch der Annahme erfasst, dass der Pensionfonds direkt gegenüber den Versorgungsberechtigten leistet. Damit besitzen alle Verpflichtungen, die nicht Insolvenzkosten sind, die Prioritätenklasse 4.

Es bleibt die Frage zu beantworten, in welcher Höhe Insolvenzkosten anzusetzen sind. Im deutschen Insolvenzsystem bilden die Kosten für den Insolvenzverwalter den wesentlichen Hauptbestandteil der Insolvenzkosten. Dessen Vergütung wiederum erfolgt weitestgehend proportional zur Insolvenzmasse^{20, 21}. Daher werden die Insolvenzkosten bei der konkreten Modellierung in Abschnitt 4.1 nicht proportional zum verbleibenden Eigenkapital angesetzt werden, sondern proportional zum verbleibenden Vermögen.

3.2 Systemrisiko im Pensionsfondssystem

Im Folgenden wird die Erfüllung der Ansprüche der Versorgungsberechtigten als Ziel des Systems vorausgesetzt. Ein Ausfall des Systems würde damit bedeuten, dass die Leistungen durch das System nicht mehr erbracht werden können. Dies ist in dem vorliegenden System genau dann der Fall, wenn der PSV als letztes Glied der Sicherungskette die Leistungen nicht mehr erbringen kann. Wendet man nun die Definition von KAUFMAN auf das betrachtete System an, bedeutet Systemrisiko in diesem Kontext das Risiko oder die Wahrscheinlichkeit des Ausfalls des PSV. Dies führt unmittelbar zu der Frage, ob und wie ein Ausfall des PSV überhaupt zustande kommen kann. Geht man davon aus, dass in das System nicht durch staatliche oder andere externe Hilfen eingegriffen wird, so würde ein Ausfall des PSV dann auftreten, wenn die entstehenden Kosten nicht mehr von den im System verbliebenen Arbeitgebern getragen werden können. Ebenfalls denkbar wäre, das System als ausgefallen zu betrachten, wenn der PSV-Beitragssatz eine bestimmte Höhe überschreitet, die die beitragspflichtigen Arbeitgeber in ihrer üblichen Geschäftstätigkeit in relevantem Ausmaß beeinträchtigt, sei es in Form einer Störung der eigentlichen Geschäftstätigkeit durch die enorme Beitragsbelastung oder aber dem Ausstieg bzw. Verzicht auf PSV-pflichtige bAV.

Unabhängig davon wie man einen Ausfall des PSV letztendlich definiert, wird an dieser Diskussion klar, dass der PSV-Beitragssatz für das vorliegende System eine aussagekräftige Größe zur Messung des Systemrisikos ist.

4 ANWENDUNG DES NETZWERKMODELLS AUF PENSIONSFONDSSYSTEM

Im folgenden Abschnitt wird das Netzwerkmodell aus Abschnitt 2 auf das Pensionsfondssystem gemäß Abschnitt 3 angewandt. Dazu werden zunächst die Schuldverpflichtungen zwischen den

²⁰ Die Insolvenzmasse umfasst gemäß § 35 InsO das gesamte Vermögen, das dem Schuldner zur Zeit der Eröffnung des Verfahrens gehört und das er während des Verfahrens erlangt

²¹ Zur Regelung der Vergütung siehe § 2 Insolvenzrechtliche Vergütungsverordnung (InsVV).

einzelnen Parteien modelliert. Auf dieser Basis werden die Eingabeparameter für den Algorithmus bestimmt und dieser anschließend auf einen Beispielfall angewandt.

4.1 Schuldverpflichtungen (Herleitung von g)

Betrachtet werde ein System bestehend aus folgenden internen Parteien: der Gesamtheit aller Versorgungsberechtigten (VB)²², P Arbeitgebern ($AG_1 \dots AG_P$), M Pensionsfonds ($PF_1 \dots PF_M$) und dem PSV (PSV). Die externen Parteien sind gegeben durch eine externe Partei E_2 , welche der Modellierung sämtlicher externer Anlagen und Verpflichtungen dient, sowie einer weiteren externen Partei E_1 für die Erfassung eventueller Insolvenzkosten.

In dem System bestehen sowohl Verpflichtungen aus der bAV und deren Rechtsumfeld, als auch Verpflichtungen aus internen Assets, also der Investition einer Partei in eine andere netzwerkinterne Partei.

Bezeichne dazu x_{AG_p,PF_m} beispielsweise die Investition eines Pensionsfonds PF_m in einen Arbeitgeber AG_p und $x_{AG_{p_1},AG_{p_2}}$ die Investition eines Arbeitgebers AG_{p_2} in einen anderen Arbeitgeber AG_{p_1} .

$x_{AG_p,VB}$ bezeichne den Wert aller Zusagen, die AG_p an Versorgungsberechtigte gegeben hat. Von diesen Zusagen sei der Wert x_{PF_m,AG_p} von AG_p auf PF_m ausgelagert. Abbildung 3 zeigt die Schuldverpflichtungen zwischen den einzelnen Parteien, welche im Folgenden spezifiziert werden.

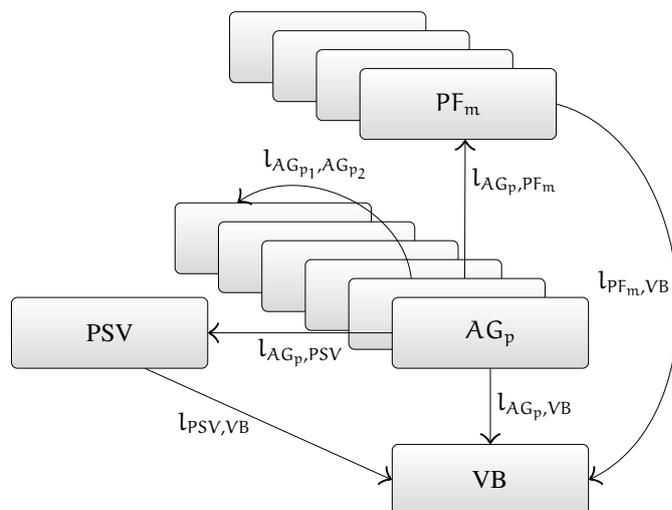


Abbildung 3: Schuldverpflichtungen im Pensionsfondssystem

Die Gleichungen (5) - (11) gelten für alle $p, p_1, p_2 = 1, \dots, P$ und $m = 1, \dots, M$.

Zunächst sind die Verpflichtungen aus den internen Assets gegeben durch

$$g(D, L)_{AG_p,PF_m} \equiv x_{AG_p,PF_m} \quad (5)$$

$$g(D, L)_{AG_{p_2},AG_{p_1}} \equiv x_{AG_{p_2},AG_{p_1}} \quad (6)$$

²² Die Gemeinschaft der Versorgungsberechtigten hätte auch als externe Partei modelliert werden können. Da sie jedoch selbst keinerlei Verpflichtungen besitzt ist die Einbeziehung als interne Partei ebenfalls möglich und wurde hier vorgezogen.

Die Schuld des Pensionsfonds PF_m gegenüber der Gesamtheit der Versorgungsberechtigten ist die Summe der von ihm für einen Arbeitgeber übernommenen Verpflichtungswerte

$$g(D, L)_{PF_m, VB} \equiv \sum_{p=1}^P x_{PF_m, AG_p} \quad (7)$$

Ein Arbeitgeber AG_p besitzt gegenüber den Versorgungsberechtigten einerseits eine fixe Schuld in Höhe aller nicht auf einen Pensionsfonds ausgelagerten Zusagenanteile. Darüber hinaus ist er verpflichtet, im Wege der Subsidiärhaftung für eventuelle Ausfälle von Pensionsfonds aufzukommen. Das bedeutet zusammengefasst, dass der Arbeitgeber gegenüber den Versorgungsberechtigten alle zugesagten Leistungen erbringen muss, die nicht tatsächlich von einem Pensionsfonds erbracht werden und damit

$$g(D, L)_{AG_p, VB} = x_{AG_p, VB} - \sum_{m=1}^M x_{AG_p, PF_m} (1 - d_{PF_m, VB}) \quad (8)$$

Der PSV besitzt keine fixe Leistungsverpflichtung. Seine variable Verpflichtung besteht darin, alle Verpflichtungen des Arbeitgebers gegenüber Versorgungsberechtigten, denen dieser nicht mehr nachkommen kann, zu leisten.

$$g(D, L)_{PSV, VB} = \sum_{p=1}^P d_{AG_p, VB} l_{AG_p, VB} \quad (9)$$

Zuletzt ist noch der Beitrag der Arbeitgeber an den PSV zu bestimmen. Der PSV muss eine Leistung in Höhe von $l_{PSV, VB}$ erbringen. Wir gehen dabei davon aus, dass die entstehenden Kosten des PSV im Umlageverfahren auf alle Arbeitgeber umgelegt werden. Die Umlage erfolgt grundsätzlich proportional zum Wert der Zusage, wobei der auf einen Pensionsfonds ausgelagerte Anteil mit dem Faktor 0,2 und der nicht ausgelagerte Anteil mit dem Faktor 1 gewichtet wird. Damit ergibt sich die für das Umlageverfahren relevante Beitragsbemessungsgrundlage von AG_p als

$$r_{AG_p} = 1 \cdot \underbrace{\left(x_{AG_p, VB} - \sum_{m=1}^M x_{PF_m, AG_p} \right)}_{\text{nicht ausgelagert}} + 0,2 \cdot \underbrace{\sum_{m=1}^M x_{PF_m, AG_p}}_{\text{ausgelagert}}$$

wobei die rechte Seite aus den mit den jeweiligen Faktoren gewichteten Verpflichtungen von Arbeitgeber und beteiligten Pensionsfonds besteht.²³

Der von AG_p an den PSV zu leistende Beitrag ist damit gegeben durch die jeweilige Beitragsbemessungsgrundlage r_{AG_p} , multipliziert mit dem sogenannten PSV-Beitragssatz. Der PSV-Beitragssatz ergibt sich durch die Umlage der Leistungsverpflichtungen des PSV auf die Gesamt-BBG, bei deren Bestimmung die Ausfallraten berücksichtigt werden:

²³ An dieser Stelle wird vereinfachend davon ausgegangen, dass der auf einen Pensionsfonds ausgelagerte Anteil an der nominalen Verpflichtungshöhe des Pensionsfonds festgemacht wird, also unabhängig vom finanziellen Status des Pensionsfonds erfolgt. Alternativ könnte auf die realen Leistungen des Pensionsfonds abgestellt werden, was das Modell jedoch deutlich verkomplizieren würde.

$$g(D, L)_{AG_p, PSV} = r_{AG_p} \frac{l_{PSV, VB}}{\underbrace{\sum_{p=1}^P r_{AG_p} (1 - f(D, L)_{AG_p, PSV})}_{PSV\text{-Beitragssatz}}} \quad (10)$$

Die Berücksichtigung der Ausfälle erfolgt durch den Faktor $(1 - f(D, L)_{AG_p, PSV})$, wobei an dieser Stelle bewusst bereits die aktualisierten Werte $f(D, L)_{AG_p, PSV}$ der Ausfallraten verwendet werden. Dies hat für die späteren Berechnungen nur geringfügige Auswirkungen, erleichtert aber den Nachweis der Voraussetzungen aus Satz 2.2, da die PSV-Ausfallrate hier stets Null ist.

Zuletzt bleiben noch die Insolvenzkosten zu modellieren. Sowohl für Pensionsfonds als auch für Arbeitgeber werden Insolvenzkosten angesetzt. Im Falle einer Insolvenz werden deren Kosten als Anteil γ des verbleibenden Vermögens angesetzt. Damit ergeben sich die Insolvenzkosten eines Arbeitgebers AG_p zu

$$g(D, L)_{AG_p, E_1} = \mathbf{1}_{\{\max\{d_{AG_p, i}, i=1, \dots, n\} > 0\}} \cdot \gamma \cdot \mathbf{a}_{AG_p}(L), \quad (11)$$

wobei der erste Faktor ein Kennzeichen darstellt, ob eine Insolvenz vorliegt, die letzten beiden Faktoren beschreiben den Teil des Vermögens, welcher durch Kosten verbraucht wird. Die Definition der Insolvenzkosten für Pensionsfonds erfolgt analog.

Externe Forderungen gegen E_2 sind gemäß Abschnitt 4.3 nur bei den Pensionsfonds und Arbeitgebern, externe Verpflichtungen gegen E_2 nur bei Arbeitgebern vorhanden. Die entsprechenden Werte müssen extern vorgegeben werden. Hierzu bezeichne $L_{E_2, \cdot}$ die letzte Zeile von L (Verpflichtungen der externen Partei E_2 an die internen Parteien) und analog L_{\cdot, E_2} die letzte Spalte von L (Verpflichtungen der internen Parteien an die externe Partei E_2).

Alle weiteren Einträge von g sind Null, so dass sich $g(D, L)$ als die Matrix zusammenfassen lässt, deren einzelne Eintrag in diesem Kapitel hergeleitet wurden. In der folgenden Darstellung wurde

zur besseren Lesbarkeit $g(D, L)$ vereinfachend durch g abgekürzt. $g(D, L)$ ist zusammenfassend gegeben durch

$$\begin{pmatrix}
 \underbrace{PF_1 \dots PF_M} & \underbrace{AG_1 \dots AG_p} & \underbrace{PSV} & \underbrace{VB} & \underbrace{E_1} & \underbrace{E_2} \\
 0 & \dots & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & g_{PF_1, VB} & g_{PF_1, E_1} & \\
 \vdots & \dots & \vdots & \vdots & \dots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \\
 0 & \dots & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & g_{PF_M, VB} & g_{PF_M, E_1} & \\
 g_{AG_1, PF_1} & \dots & g_{AG_1, PF_M} & 0 & \dots & g_{AG_1, AG_p} & g_{AG_1, PSV} & g_{AG_1, VB} & g_{AG_1, E_1} & \\
 \vdots & \dots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\
 g_{AG_p, PF_1} & \dots & g_{AG_p, PF_M} & g_{AG_p, AG_1} & \dots & 0 & g_{AG_p, PSV} & g_{AG_p, VB} & g_{AG_p, E_1} & \\
 0 & \dots & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & g_{PSV, VB} & 0 & \\
 0 & \dots & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 & 0 & \\
 0 & \dots & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 & 0 & \\
 \hline
 & & & & & L_{E_2, \cdot} & & & &
 \end{pmatrix}$$

Hierbei sind die nicht konstanten Einträge die Verpflichtungen der Arbeitgeber gegenüber dem PSV, die Verpflichtungen von Arbeitgebern und PSV gegenüber den Versorgungsberechtigten sowie die Insolvenzkosten und damit die Verpflichtungen von Arbeitgebern und Pensionsfonds gegenüber der Partei E_1 .

4.2 Prioritäten (Herleitung von π)

Wie bereits in Abschnitt 3.1.2 diskutiert, besitzen lediglich die Insolvenzkosten die Priorität 3, alle weiteren Verpflichtungen sind Priorität 4 zuzuordnen. Damit gilt

$$\pi = \begin{pmatrix} 4 & \dots & 4 & 3 & 4 \\ \vdots & \dots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 4 & \dots & 4 & 3 & 4 \end{pmatrix}$$

4.3 Bilanzen

Abbildung 4 zeigt den typischen Aufbau der Realforderungsbilanzen aller internen Parteien des Pensionsfondssystems. Dabei werden die Forderungen unter Berücksichtigung der Ausfallraten mit der vereinfachten Schreibweise $\tilde{l}_{x,y} := d_{x,y} l_{x,y}$ bezeichnet.

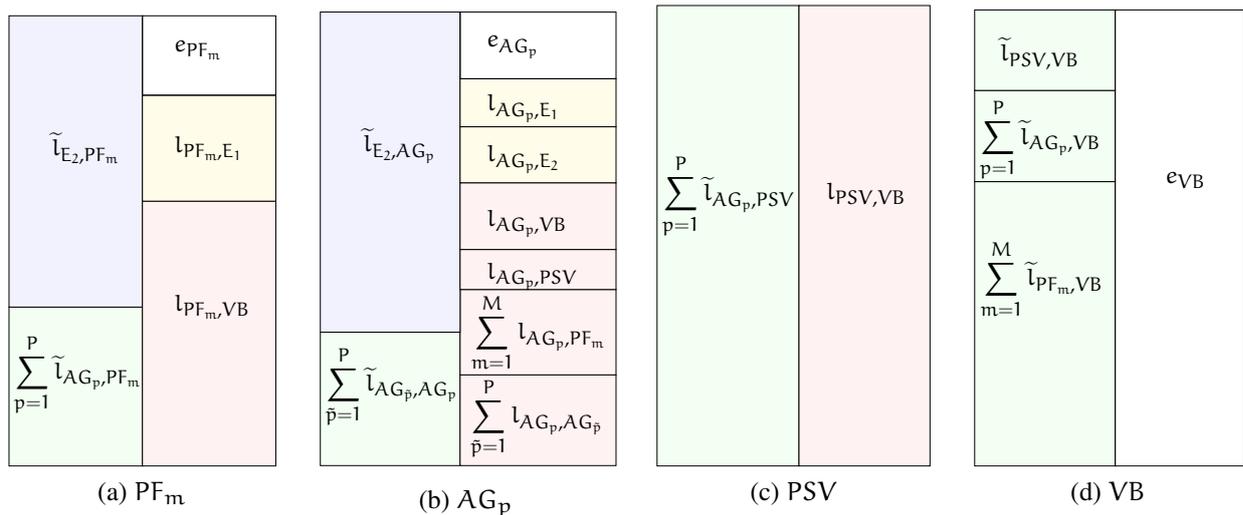


Abbildung 4: Realforderungsbilanzen der beteiligten Parteien.

Der Pensionsfonds PF_m besitzt dabei externe Kapitalanlagen, die auf der Aktivseite als Verpflichtung der externen Partei E_2 gegenüber PF_m dargestellt sind. Darüberhinaus kann der Pensionsfonds in Arbeitgeber investiert haben, die dem Netzwerk angehören, was durch den unteren Teil der Aktivseite erfasst ist. Es bestehen keine internen Forderungen gegenüber Parteien des Netzwerkes. Verpflichtungen besitzt der Pensionsfonds im Regelfall nur interne, nämlich die Leistungsverpflichtung gegenüber den Versorgungsberechtigten. Gegebenenfalls können Insolvenzkosten, ausgedrückt durch Verpflichtungen gegen E_1 , hinzukommen.

Für den Arbeitgeber werden sowohl externe Forderungen als auch externe Verbindlichkeiten gegen E_2 aus seinem regulären Geschäftsbetrieb angenommen. Auf der Verpflichtungsseite können ebenfalls Insolvenzkosten entstehen. Darüber hinaus besitzt ein Arbeitgeber AG_p netzwerkinterne Verpflichtungen gegenüber den Versorgungsberechtigten in Form der Leistungserbringung und gegenüber dem PSV in Form von Beitragszahlungen. Zusätzlich sind die Investitionen von Arbeitgebern in andere Arbeitgeber oder von Pensionsfonds in Arbeitgeber zu berücksichtigen. Dies wird durch die unteren beiden Blöcke der Passivseite und den unteren Teil der Aktivseite abgebildet.

Der PSV besitzt nur interne Forderungen und Verpflichtungen: Er ist verpflichtet, die ausgefallenen Leistungen an die Versorgungsberechtigten zu erbringen, und besitzt Beitragsansprüche gegenüber den Arbeitgebern.

Die Gemeinschaft der Versorgungsberechtigten besitzt interne Ansprüche in Form von Leistungsansprüchen gegenüber Pensionsfonds, Arbeitgebern und PSV. Das auf der Passivseite vorhandene Eigenkapital stellt die insgesamt vom Versorgungsberechtigten erhaltenen bAV-Leistungen dar. Werden die Leistungen vollständig erfüllt, so gilt $e_{VB} = \sum_{p=1}^P x_{AG_p,VB}$.

4.4 Eignung des Algorithmus

Wie in Abschnitt 2.6.2 diskutiert, muss für den Einzelfall geprüft werden, ob Algorithmus 2.1 zu der gewünschten Lösung führt. Die zur Beurteilung des Systemrisikos interessante Größe ist gemäß Abschnitt 3.2 der PSV-Beitragssatz. Eine in Ausfallraten und Leistungshöhen minimale Lösung

liefert gleichzeitig einen minimalen PSV-Beitragssatz.²⁴ Damit würde eine Lösung wie sie Satz 2.2 beschreibt eine untere Schranke für den PSV-Beitragssatz einer stabilen Lösung liefern und ist damit eine aus Systemrisikosicht interessante und sinnvolle Kennzahl.

Es bleibt also zu zeigen, dass das hier betrachtete System die Voraussetzungen aus Satz 2.2 erfüllt.

$W \subseteq [0, 1]^{n \times n} \times \mathbb{R}_{\geq 0}^{n \times n}$ bildet zusammen mit der komponentenweisen Relation \leq^{2n^2} eine partiell geordnete Menge.²⁵

Zum Beweis der ω -Vollständigkeit soll zunächst ein geeigneter Definitionsbereich $W \subseteq [0, 1]^{n \times n} \times \mathbb{R}_{\geq 0}^{n \times n}$ gewählt werden. In Kapitel 4.1 wurde bereits diskutiert, welche Komponenten von g konstant sind. Nun sei W so gewählt, dass für alle konstanten Komponenten von g der Definitionsbereich auf diesen einen Wert eingeschränkt wird. Da die Ausfallrate des PSV durch Konstruktion von g immer Null ist, kann darüber hinaus der Definitionsbereich für die Komponente $d_{\text{PSV}, \text{VB}}$ auf den konstanten Wert 0 eingeschränkt werden.

Für die variablen Komponenten muss ein geeignetes kompaktes Intervall gewählt werden. Die einzelnen Komponenten von W besitzen Definitionsbereiche der Form $[0, 1]$, der Form $\{c\}$, $c \in \mathbb{R}_{\geq 0}$ (bei Einschränkung auf konstanten Wert) oder der Form $[0, s]$, wobei $s := \sum_{i,j} (L_{\min})_{ij}$.²⁶ Da diese jeweils rechtsseitig abgeschlossen sind, besitzt jede wachsende Folge von Elementen aus W eine kleinste obere Schranke, die ebenfalls in W liegt. Damit ist W ω -vollständig.

Es bleibt zu beweisen, dass Φ ω -stetig ist. Dazu reicht es zu zeigen, dass Φ monoton steigend und linksseitig stetig ist.

Zunächst wird die Monotonie gezeigt: Betrachtet man die Definition von f in Gleichung (1), so sieht man sofort, dass alle Komponenten von f monoton steigend in allen Komponenten von D sind. f könnte jedoch im Allgemeinen fallend in Komponenten von L sein, denn eine Erhöhung der Forderungen $\alpha_i((1 - D) \circ L)$ einer Partei ist steigend in der i -ten Spalte von L . Es kann jedoch gezeigt werden, dass ein solcher Fall im vorliegenden System nicht auftreten kann: Die einzige interne Partei, welche selbst positive Verpflichtungen besitzt und gleichzeitig erhöhte Forderungen geltend machen kann, ist der PSV. Da W jedoch so gewählt wurde, dass die Ausfallrate des PSV hinsichtlich seiner einzigen Verpflichtung stets 0 ist, kann auch diese Ausfallrate nicht fallend in L sein.

Für die Monotonie von g reicht es, für die nicht konstanten Einträge die rechten Seiten der Gleichungen (8) bis (11) zu betrachten. Aus diesen ist unmittelbar ersichtlich, dass sie monoton steigend in jeder Komponente von L und D sind. Damit ist die Monotonie von Φ gezeigt.

Die Linksstetigkeit lässt sich schnell beweisen, da f stetig ist und die einzige Unstetigkeit von g in der Komponente der Insolvenzkosten (Gleichung (11)) liegt. Doch auch hier ist die linksseitige Stetigkeit gegeben.²⁷ Damit sind alle Voraussetzungen von Satz 2.2 an W und Φ erfüllt. Der

²⁴ Dies ist ersichtlich aus Gleichung (10) in Verbindung mit der im Folgenden gezeigten Tatsache, dass f steigend in allen Komponenten von D und L ist.

²⁵ Eine partiell geordnete Menge erfüllt die Eigenschaften der Transitivität, der Reflexivität und der Antisymmetrie. Die komponentenweise kleiner-gleich-Relation ist folgendermaßen definiert: Für $w, \tilde{w} \in W$ gilt $w \leq^{2n^2} \tilde{w} \Leftrightarrow w_i \leq \tilde{w}_i \forall i = 1, \dots, 2n^2$.

²⁶ Im betrachteten System entstehen neue Verpflichtungen nur aufgrund der Tatsache, dass diese durch eine andere Partei nicht erbracht werden können. Damit kann unter Anwendung von Φ die Verpflichtung einer einzelnen Partei niemals die Summe aller anfänglich im System vorhandenen Verpflichtungen übersteigen. Daher stellt die obige Definition von s als Summe aller Komponenten von L_{\min} eine obere Schranke für alle Komponenten von L unter der Abbildung Φ dar.

²⁷ Die Indikatorfunktion $1_{\{\max\{d_{AGp,i}, i=1, \dots, n\} > 0\}}$ ist linksseitig stetig.

Startpunkt $(D_{\min}, L_{\min}) := \inf W$ erfüllt wegen $\Phi : W \rightarrow W$ die Bedingung $\Phi((D_{\min}, L_{\min})) \geq (D_{\min}, L_{\min})$.²⁸

Somit ist gezeigt, dass Algorithmus 2.1 mit Startwert (D_{\min}, L_{\min}) für das hier vorliegende System eine Lösung mit minimalem PSV-Beitragssatz liefert.

5 ANALYSEN

Im Folgenden wird eine Ausgangssituation beschrieben, auf deren Basis das Verfahren zunächst in Abschnitt 5.1 anhand ausgewählter Fälle veranschaulicht und plausibilisiert wird.

Ausgangssituation:

Als Ausgangssituation werden 6 Arbeitgeber betrachtet, welche Versorgungsverpflichtungen gegenüber Versorgungsberechtigten im Wert von jeweils 100 EUR sowie externe Verpflichtungen in Höhe von 200 EUR besitzen. Es existieren darüber hinaus 3 Pensionsfonds, welche die Verpflichtungen der Arbeitgeber wie folgt übernommen haben:

- PF₁ je 50 EUR für AG₁ und AG₂
- PF₂ je 50 EUR für AG₃ und AG₄
- PF₃ je 50 EUR für AG₅ und AG₆

Die Insolvenzkosten werden mit $\gamma = 0.1$ angesetzt. Die externen Ansprüche werden in den jeweiligen Beispielen explizit vorgegeben.

5.1 Beispiele

Für das erste Beispiel seien in der Ausgangssituation die externen Assets so gewählt, dass es zu keinen Zahlungsausfällen kommt. Das bedeutet, dass jeder Arbeitgeber seine 200 EUR externe Verpflichtungen und 50 EUR nicht ausgelagerte Pensionsverpflichtungen decken kann. Darüber hinaus kann jeder Pensionsfonds die übernommenen 50 EUR für je zwei Arbeitgeber decken, also insgesamt je 100 EUR.

Beispiel 5.1:

Die Ansprüche der Pensionsfonds und Arbeitgeber gegenüber der externen Partei seien konstant und gegeben durch

$$L_{E_2, \cdot} = (\underbrace{110, 105, 102}_{\text{Pensionsfonds}}, \underbrace{255, 260, 253, 285, 290, 295}_{\text{Arbeitgeber}}, 0, 0, 0, 0)$$

Der Algorithmus ist bereits im ersten Schritt fertig, da keine Ausfälle auftreten, der PSV-Beitragssatz liegt bei 0 %.

²⁸ $\inf W$ wird dabei wieder durch komponentenweise Infimumsbildung bestimmt. Damit erhält man für D_{\min} die Nullmatrix und für die Komponenten von L_{\min} den Wert 0 bei Definitionsbereich $[0, s]$ (variable Komponenten) und den Wert c bei eingeschränktem Definitionsbereich $\{c\}$ (konstante Komponenten).

Für das zweite Beispiel wird Beispiel 5.1 insofern verändert, als ein Pensionsfonds ausfällt. Dieses Beispiel soll verdeutlichen, wie der Ausfall eines Pensionsfonds weitere Ausfälle nach sich ziehen kann.

Beispiel 5.2:

Es seien alle Ausgangsdaten wie in Beispiel 5.1 gewählt, mit dem einzigen Unterschied, dass die externen Assets von PF_1 statt 110 EUR nur 80 EUR betragen, also

$$L_{E_2, \cdot} = (80, 105, 102, 255, 260, 253, 285, 290, 295, 0, 0, 0, 0)$$

Abbildung 5 zeigt den Verlauf des PSV-Beitragssatzes im Laufe der Iterationen des Algorithmus 2.1.

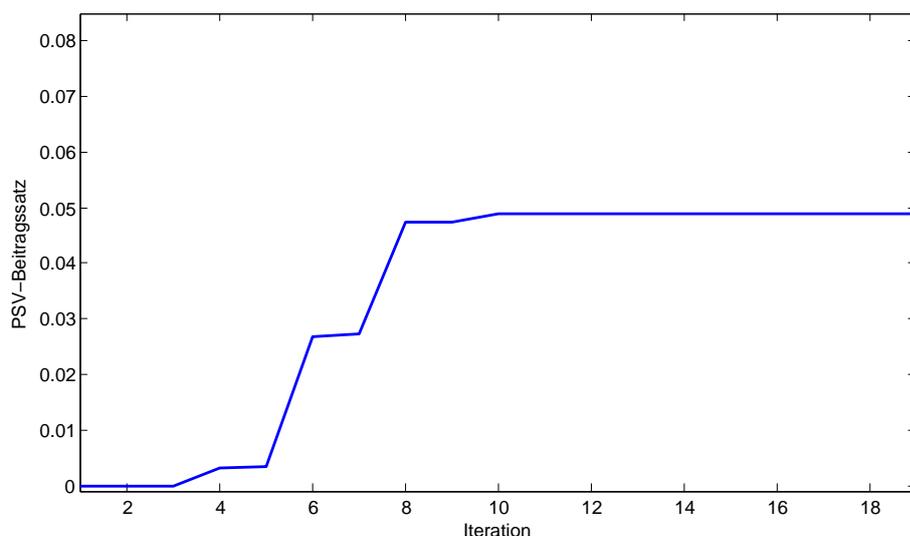


Abbildung 5: Verlauf PSV-Beitragssätze nach Iterationsschritten, Beispiel 5.2

Der Verlauf ist geprägt von drei sprunghaften Anstiegen. Zunächst fällt in Schritt 3 PF_1 aus und leistet nur noch 80 % seiner eigentlichen Verpflichtung. Dies führt im Zuge der Verpflichtungsanpassung dazu, dass AG_1 und AG_2 aufgrund der Subsidiärhaftung jeweils 60 statt 50 EUR, also eine Gesamtverpflichtung von 260 EUR erbringen müssten. In Schritt 4 wird klar, dass AG_1 dazu nicht in der Lage ist. Der Ausfall löst bereits eine Leistungsverpflichtung des PSV aus, welcher in Schritt 4 erstmalig Beiträge von allen Arbeitgebern erhebt. Das volle Ausmaß der Insolvenz von AG_1 wird jedoch erst in Schritt 5 deutlich, als Insolvenzkosten anfallen. Dies lässt den PSV-Beitrag drastisch steigen. Durch die inzwischen angefallenen Insolvenzkosten und den PSV-Beitrag fällt schließlich in Schritt 6 auch AG_2 aus, was einen weiteren Anstieg des PSV-Beitrags zur Folge hat. Der leichte Anstieg zwischen Schritt 9 und 10 rührt daher, dass die erhöhte PSV-Forderung die Ausfallraten von AG_1 und AG_2 noch geringfügig erhöht. Bei einem PSV-Beitragssatz von etwa 5 % hat sich das System stabil eingependelt, es kommt zu keinen weiteren Ausfällen.

In einem dritten Beispiel 5.3 wird die Ausgangslage gegenüber Beispiel 5.2 so verändert, dass Verstrickungen der Arbeitgeber bestehen.

Beispiel 5.3:

Gegenüber Beispiel 5.2 werden nun die externen Forderungen/Verpflichtungen der Arbeitgeber teilweise durch interne ersetzt. Angenommen, es habe AG_1 100 EUR in AG_2 investiert, AG_3 die gleiche Summe in AG_4 und AG_5 in AG_6 , d.h.:

$$x_{AG_2,AG_1} = x_{AG_4,AG_3} = x_{AG_6,AG_5} = \mathbf{100}.$$

Im Gegenzug werden die externen Verpflichtungen von AG_2 , AG_4 und AG_6 sowie die die externen Forderungen von AG_1 , AG_3 und AG_5 jeweils um 100 EUR reduziert. (da sie ja in interne Forderungen/Verpflichtungen umgewandelt wurden), also

$$L_{E_2, \cdot} = (80, 105, 102, \mathbf{155}, 260, \mathbf{153}, 285, \mathbf{190}, 295, 0, 0, 0, 0)$$

$$L_{\cdot, E_2} = (0, 0, 0, 200, \mathbf{100}, 200, \mathbf{100}, 200, \mathbf{100}, 0, 0, 0, 0)$$

Abbildung 6 zeigt die Entwicklung des PSV-Beitragssatzes in den Iterationsschritten des Algorithmus 2.1.

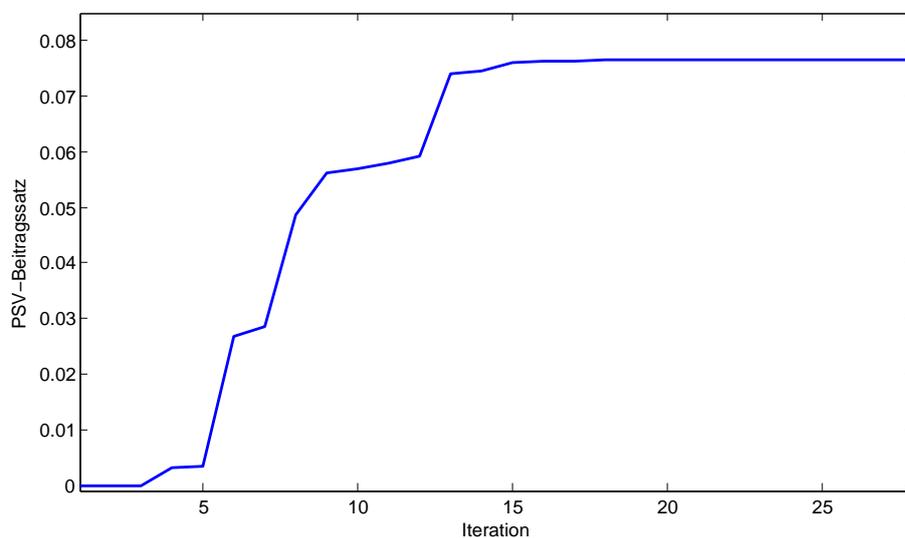


Abbildung 6: Verlauf PSV-Beitragssätze nach Iterationsschritten, Beispiel 5.3

Die anfängliche Entwicklung bis Schritt 7 verläuft analog zu Beispiel 5.2. In Schritt 8 jedoch wirkt sich die Verstrickung zwischen AG_1 und AG_2 aus: Der Ausfall von AG_1 führt zu einer weiteren Erhöhung der Ausfallrate von AG_2 . Dadurch steigt der PSV-Beitragssatz an, was schließlich in Schritt 11 einen weiteren Ausfall zur Folge hat, nämlich den von AG_3 . Der leichte Anstieg in Schritt 14 ist wie in Beispiel 5.2 zu erklären. Die PSV-Verpflichtung fällt mit etwa 7,6 % deutlich höher aus als im letzten Beispiel.

Die obigen Beispiele zeigen insbesondere, dass der Ausfall eines Pensionsfonds im Zuge der Subsidiarhaftung sowohl Insolvenzen von Arbeitgebern nach sich ziehen kann, als auch das umlagefinanzierte PSV-System zu weiteren Insolvenzen unbeteiligter Arbeitgeber führen kann.

5.2 Analysen zur Aufsichtsperspektive

Nach der Vorstellung einiger ausgewählter Beispiele kann nun gezeigt werden, wie das Netzwerkmodell zur Beantwortung praktischer Fragestellungen dienen kann. Wie wollen dazu die Frage untersuchen, wie die Systemstabilität durch Solvenzkapitalanforderungen beeinflusst werden kann. Dazu werden zunächst mögliche Aufsichtsperspektiven vorgestellt. Anschließend werden die Risiken des Systems identifiziert und modelliert und am Ende der Einfluss der Aufsichtsperspektive auf das Systemrisiko analysiert.

5.2.1 Art des Stressszenarios und Brutto-Solvenzkapital

Zu unterscheiden sind zwei Arten von Stressszenarios: Ein Stressszenario kann *idiosynkratisch* sein, d. h. der Stress beruht auf der Annahme eines Ausfalls einer einzelnen Partei des Netzwerkes. Dem gegenüber stehen makroökonomisch motivierte *systemische* Stressszenarios. Idiosynkratische Schocks unterschätzen das Ansteckungsrisiko gegenüber systemischen Schocks oftmals,²⁹ weshalb im Folgenden ein einfacher makroökonomischer Schock definiert wird.

Die Risiken des Pensionsfondssystems liegen in erster Linie in der Entwicklung der externen Forderungen (externes Marktrisiko³⁰) sowie der Entwicklung des Wertes der Verpflichtungen (biometrisches Risiko). Konzentriert man sich auf diese zwei Hauptrisiken, so könnte ein makroökonomischer Stress beispielsweise auf den Ereignissen einer allgemeinen Wirtschaftskrise sowie der gleichzeitigen Realisierung eines Langlebighkeitsrisikos basieren. In Folge der Krise wird angenommen, dass die Anlagen der Pensionsfonds 15 % ihres Wertes verlieren. Die Arbeitgeber seien ebenso betroffen, aufgrund ihrer von den Pensionsfonds abweichenden Geschäftstätigkeit seien ihre Forderungen nur mit einem Rückgang um 5 % betroffen. Die gestiegene Lebenserwartung erhöhe den Wert der Pensionsverpflichtungen um 5 %. Im Folgenden werden somit folgende Stressannahmen verwendet:

- Rückgang der externen Forderungen der Pensionsfonds um 15 %
- Rückgang der externen Forderungen der Arbeitgeber um 5 %
- Anstieg der Pensionsverpflichtungswerte um 5 %

Basierend auf dem obigen Stressszenario wird nun eine Solvenzkapitalregelung für die Pensionsfonds erarbeitet. Ziel ist die Bestimmung eines Solvenzkapitals (SCR), welches der jeweilige Pensionsfonds zu jedem Zeitpunkt vorweisen muss und dessen Einhaltung von der Aufsichtsbehörde geprüft wird.

Eine erste Idee ist, das SCR für die Pensionsfonds genau so festzulegen, dass sie in der Lage wären, ihre eigenen Verluste aus dem obigen systemischen Stress auszugleichen. Das SCR eines Pensionsfonds ohne jede weitere Modifikation oder risikomindernden Anrechnungen wird im Folgenden als Brutto-SCR bezeichnet. Das Brutto-SCR für einen Pensionsfonds PF_m berechnet sich demnach zu:

$$SCR(PF_m) = 15\% a_{PF_m}(L) + 5\% l_{PF_m,VB}$$

²⁹ Für eine Zusammenfassung zu dieser Thematik siehe ZWIESLER [Contagion, 2014], für Analysen anhand ausgewählter Märkte siehe z. B. ELSINGER/LEHAR/SUMMER [Banking System Risk, 2006] und CONT/MOUSSA/SANTOS [Network Structure, 2010].

³⁰ Das Marktrisiko umfasst beispielsweise Zins- und Aktienrisiko.

5.2.2 Aufsichtsmethodik und Netto-Solvenzkapital

Bei der Bestimmung des geforderten Solvenzkapitals für Pensionsfonds ist es denkbar, die Subsidiärhaftung der Arbeitgeber sowie die Sicherung durch den PSV risikomindernd zu berücksichtigen. Die Frage der Ausgestaltung einer risikomindernden Anrechnung von Arbeitgeberunterstützung und Sicherungseinrichtungen auf das Solvenzkapital von EbAVs wird insbesondere im Zusammenhang mit IORP II immer wieder diskutiert und ist daher von hoher praktischer Relevanz.³¹

Geht man von uneingeschränkter Leistungsfähigkeit des PSV aus, so ergibt sich unter deren Berücksichtigung für den Pensionsfonds stets ein SCR von Null.

Berücksichtigt man dagegen nur die Leistungsfähigkeit des Arbeitgebers, so muss zunächst deren Höhe bestimmt werden. Das anrechenbare Eigenkapital der subsidiärhaftenden Arbeitgeber von PF_m ist definiert durch die Summe über das Minimum aus positivem Eigenkapital der einzelnen Arbeitgeber (Grenze der Leistungsfähigkeit) und der von PF_m auf den jeweiligen Arbeitgeber ausgelagerten Verpflichtung (Grenze der Subsidiärhaftung):

$$eAG(PF_m) = \sum_{p=1}^P \min\{[a_{AG_p}(L) - v_{AG_p}(L)]^+, x_{PF_m,AG_p}\}$$

Berücksichtigt man einen Anteil β des Eigenkapitals $eAG(PF_m)$, erhält man ein Netto-SCR von PF_m in Höhe von

$$SCR_{\beta}(PF_m) = [SCR(PF_m) - \beta \cdot eAG(PF_m)]^+$$

5.2.3 Einfluss der Aufsichtsperspektiven auf das Systemrisiko

Nun kann mithilfe des Netzwerkmodells für ein existierendes System der Einfluss einer Anrechnung des PSV und des Parameters β auf das Systemrisiko analysiert werden und so eine jeweils optimale Aufsichtsmethodik bestimmt werden.

Diese Analyse wird nun beispielhaft an Beispiel 5.3 durchgeführt. Gegenüber Beispiel 5.3 werden hier die externen Forderungen der Pensionsfonds allerdings so gewählt, dass die jeweiligen Solvenzkapitalanforderungen genau erfüllt sind, d. h.

$$L_{E_2, \cdot} = (100 + SCR_{\beta}(PF_1), 100 + SCR_{\beta}(PF_2), 100 + SCR_{\beta}(PF_3), \dots)$$

Es wird also angenommen, dass alle Pensionsfonds exakt soviel Solvenzkapital halten, wie sie müssen.

Bei Anrechnung einer unbegrenzten PSV-Leistungsfähigkeit – also einem Solvenzkapital von Null – beträgt der PSV-Beitragssatz im vorliegenden Beispiel 21,21 %. Rechnet man die Leistungsfähigkeit des PSV nicht an und variiert den Faktor β für den Anteil des anrechenbaren Arbeitgeberkapitals, so erhält man im Endzustand von Algorithmus 2.1 die in Abbildung 7 gezeigten PSV-Beitragssätze.

³¹ Siehe beispielsweise EIOPA [Sponsor Support, 2013].

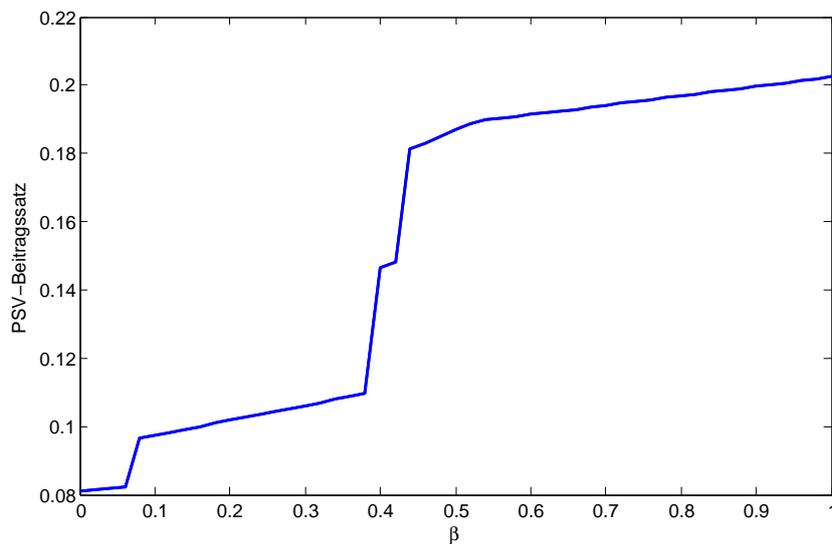


Abbildung 7: PSV-Beitragssätze im stabilen Zustand unter Variation von β

Das Systemrisiko ist monoton steigend in β . Dies war zu erwarten, da das Solvenzkapital aller Parteien in β fällt und weniger Solvenzkapital tendenziell die Stabilität des Systems verringert. Allerdings ist hier eine aussagekräftige Vergleichbarkeit nicht gegeben, da bei kleinem β insgesamt mehr Solvenzkapital gefordert wird: Während für den Fall $\beta = 0$ ein Gesamt-SCR (Summe über SCR aller Pensionsfonds) von $SCR_{ges} = 60$ zu stellen war, betrug es für den Fall $\beta = 1$ nur noch $SCR_{ges} = 5$. Die Reduzierung des Systemrisikos wäre daher im ersten Fall mit einer deutlich größeren Gesamtbelastung der Gesamtheit der Pensionsfonds verbunden. Eine zu hohe Belastung der Branche der Pensionsfonds könnte jedoch durch hohe Kostenbelastung zu einer nicht mehr vertretbaren Beschädigung der bAV führen.³² Eine sinnvolle Idee scheint daher, die Gesamtbelastung des Systems (SCR_{ges}) vorzugeben und unter Einhaltung dieses Gesamtbelastungswertes durch proportionale Anpassung der einzelnen SCRs ein optimales β zu ermitteln. Dazu seien die durch SCR_{ges} normierten SCRs definiert als

$$SCR_{\beta, SCR_{ges}}(PF_m) := SCR_{\beta}(PF_m) \frac{SCR_{ges}}{\sum_{m=1}^M SCR_{\beta}(PF_m)} \quad (12)$$

Der optimale Wert für β ist derjenige, welcher das Systemrisiko (d. h. den PSV-Beitragssatz) unter Anwendung der Solvenzvorschrift (12) minimiert.

In Abbildung 8 wurde ergänzend zu Abbildung 7 der PSV-Beitragssatz ermittelt, der sich bei einer Normierung des Gesamt-SCRs auf 30 ergibt.

³² Siehe z. B. VELTEN [Fachvereinigung Pensionsfonds, 2008].

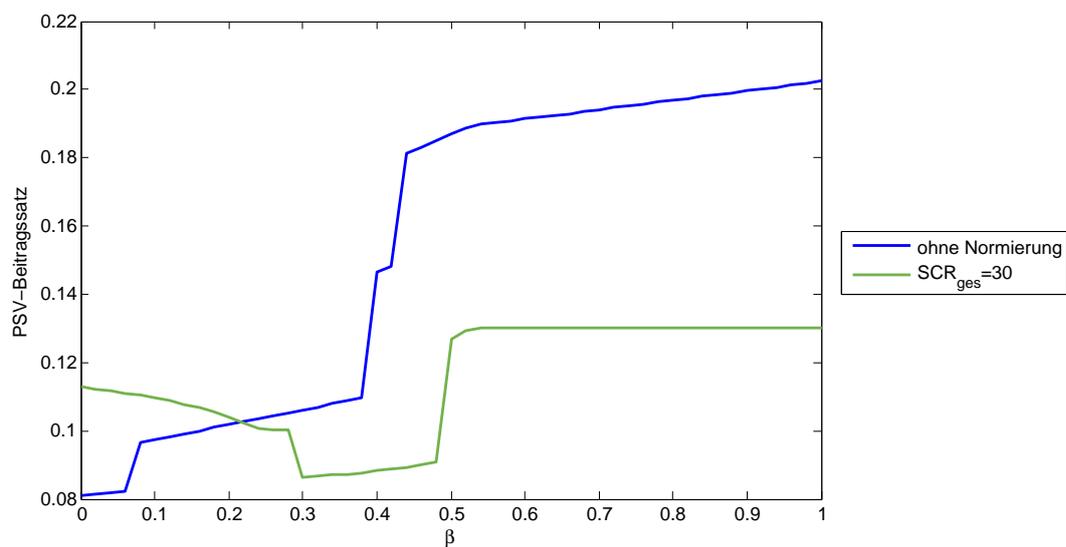


Abbildung 8: PSV-Beitragssätze im stabilen Zustand unter Variation von β

Hier sieht man bereits, dass unter Vorgabe des Gesamt-SCRs die Wahl des optimalen Parameters nicht zwingend bei $\beta = 0$ liegen muss. In dem hier betrachteten Fall wäre aus Systemrisikosicht eine Wahl von $\beta = 0,3$ optimal.³³

Es stellt sich die Frage, inwiefern der optimale Wert von β von der Wahl des SCR_{ges} abhängt. Abbildung 9 zeigt die Ergebnisse für die normierten SCR_{ges} und unterschiedliche Werte von SCR_{ges} . Die optimale Wahl von β wurde jeweils markiert.

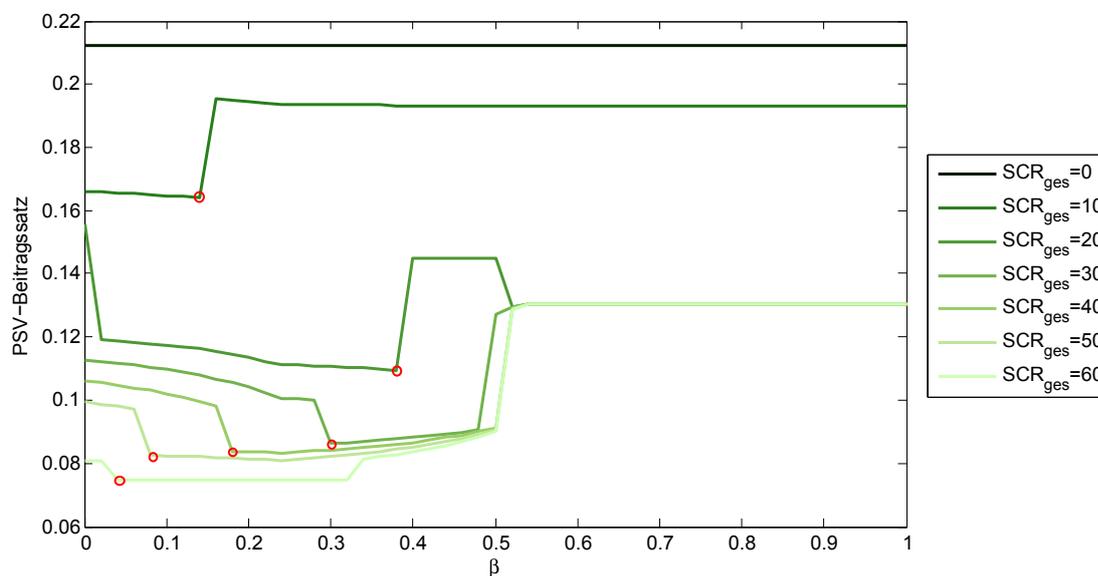


Abbildung 9: PSV-Beitragssätze im stabilen Zustand unter Variation von β für unterschiedliche Gesamt-SCRs

³³ Als optimal wird hier der Wert mit dem kleinsten Systemrisiko bezeichnet. In der Praxis würde man gegebenenfalls auch darauf achten, dass der Wert weit genug von starken Anstiegen entfernt liegt, also gewissermaßen kleine Einbußen zugunsten der Stabilität hinnehmen.

Man sieht, dass das optimale β stark von der Wahl des Gesamt-SCRs abhängt. Während das optimale β mit steigendem SCR_{ges} zunächst auf etwa 0,4 ansteigt, beginnt es bei weiterer Erhöhung von SCR_{ges} wieder zu sinken bis unterhalb von 0,05.

In der Praxis ergeben sich eine geeignete Vorgabe von SCR_{ges} und die Bestimmung des optimalen β mithilfe des Netzwerkmodells aus der konkret betrachteten Situation und den jeweiligen äußeren Rahmenbedingungen.

6 ZUSAMMENFASSUNG

In Verlauf dieser Arbeit wurde eine Methodik erarbeitet, die es ermöglicht, das Systemrisiko bestehender bAV-Systeme zu messen. Anhand des Beispiels eines Pensionsfondssystems wurde anhand des Netzwerkmodells die optimale Gestaltung von Solvenzregeln analysiert. Da die Ergebnisse auf einem fiktiven Beispiel beruhen und zudem stark von den dort gewählten Parametern abhängen, lassen sich aus ihnen keine absoluten allgemeingültigen Empfehlungen für eine Solvenzregelung ableiten. Für eine praktische Anwendung müsste ein entsprechend realitätsnahes Beispiel gewählt werden. Die Ergebnisse zeigen jedoch, dass der Grad der Anrechnung von Sicherheitsmechanismen bei gleichem Gesamt-SCR relevante Auswirkungen auf das Systemrisiko haben kann. Insbesondere kann eine Erhöhung des Anrechnungsfaktors bei gleichbleibendem Gesamt-SCR in bestimmten Fällen zu einer Verringerung des Systemrisikos führen. Diese Effekte sollten bei der Festlegung von Aufsichtsregeln berücksichtigt werden.

LITERATURVERZEICHNIS

BARANGA, A. [Kleene, 1991]:

The contraction principle as a particular case of Kleene's fixed point theorem, Discrete Mathematics 98 (1991) North-Holland, S. 75-79, Download unter <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/0012365X9190413V> am 12.11.2014

BERGHAMMER, R. [Ordnungen, 2008]:

Ordnungen, Verbände und Relationen mit Anwendungen, 2. Auflage (2012), Springer Vieweg, Wiesbaden

CHEN, A. [Risk-based model, 2011]:

A risk-based model for the valuation of pension insurance, Insurance: Mathematics and Economics, Volume 49, Issue 3, S. 401–409

CONT, R., MOUSSA, A. und SANTOS, E. B. [Network Structure, 2010]:

Network structure and systemic risk in banking systems, Download unter <http://www.stat.berkeley.edu/~aldous/206-SNET/Papers/cont.pdf> am 23.01.2015

DEUTSCHE BUNDESBANK [Messung Systemischer Risiken, 2011]:

Ansätze zur Messung und makroprudenziellen Behandlung systemischer Risiken, Deutsche Bundesbank, Monatsbericht, März 2011, S. 39 – 55, Download unter http://www.bundesbank.de/Redaktion/DE/Downloads/Veroeffentlichungen/Monatsberichte/2011/2011_03_monatsbericht.pdf?__blob=publicationFile am 16.01.2014

DWYER, G. P. [What is systemic risk, 2009]:

What is systemic risk, anyway?, Download unter <http://macroblog.typepad.com/macroblog/2009/11/what-is-systemic-risk-anyway.html> am 25.10.2013

- EICH, F. [Pension's systemic risk, 2009]:
Pensions' very own systemic risk, News Articles Pension Insurance Corporation, Download unter http://www.pensioncorporation.com/sites/default/files/news/pensionss_very_own.pdf am 04.11.2013
- EIOPA (EUROPEAN INSURANCE AND OCCUPATIONAL PENSIONS AUTHORITY) [Sponsor Support, 2013]:
Discussion Paper On Sponsor Support Technical Specifications vom 04.07.2013
- ELSINGER, H., LEHAR, A. und SUMMER, M. [Banking System Risk, 2006]:
Using market information for banking system risk assessment, in: *International Journal of Central Banking* 2(1), S. 137–165, Download unter <http://www.ijcb.org/journal/ijcb06q1a4.pdf> am 23.01.2015
- ELSINGER, H., LEHAR, A. und SUMMER, M. [Network Models, 2013]:
Network Models and Systemic Risk Assessment, in: FOUQUE, J.-P. und LANGSAM, J.A. (Hrsg.) *Handbook on Systemic Risk*, Cambridge University Press, New York, S. 287–305
- EISENBERG, L. und NOE, T. H. [Systemic risk, 2001]:
Systemic Risk in Financial Systems, in: *Management Science*, Vol. 47 No. 2 (Feb. 2001), S. 236–249
- GERKE, W., MAGER, F., REINSCHMIDT, T. und SCHMIEDER, C. [Risk Analysis, 2006]:
Empirical risk analysis of pension insurance – the case of Germany, Deutsche Bundesbank, Discussion Paper, Series 2, No. 07/2006 Download unter http://www.bundesbank.de/Redaktion/EN/Downloads/Publications/Discussion_Paper_2/2006/2006_09_06_dkp_07.pdf?__blob=publicationFile am 03.11.2013
- GLASSERMAN, P. und YOUNG, H. P. [Contagion, 2014]:
How likely is contagion in financial networks?, in: *Journal of Banking and Finance*, Vol. 50 (2015), S. 383–399
- GROUP OF TEN [Report, 2001]:
Report on Consolidation in the Financial Sector, 2001, Download unter <http://www.bis.org/publ/gten05.pdf> am 29.10.2013
- HEUBECKAG [Gutachten, 2011]:
Gutachten über eine risikoorientierte Beitragsgestaltung der betrieblichen Altersversorgung vom 24.10.2011, Download unter http://www.heubeck.de/home/pdf/IPV-Gutachten_HeubeckAG.pdf am 13.12.2013
- KAUFMAN, G. G. [Banking, 2000]:
Banking and Currency Crisis and Systemic Risk: A Taxonomy and Review, in: *Financial Markets, Institutions and Instruments*, Vol. 9, No. 2, S. 69–131
- KAUFMAN, G. G. und SCOTT, K. E. [Systemic Risk, 2003]:
What is systemic risk, and do bank regulators retard or contribute to it?, in: *The Independent Review*, S. 371–391
- KRANZUSCH, P. [Quoten Insolvenzgläubiger, 2009]:
Die Quoten der Insolvenzgläubiger in Regel- und Insolvenzplanverfahren – Ergebnisse von Insolvenzverfahren nach der Insolvenzrechtsreform, IfM-Materialien, Institut für Mittelstandsforschung (IfM) Bonn, No. 186 Download unter <http://econstor.eu/bitstream/10419/52284/1/672573822.pdf> am 23.10.2014

LALANI, M. H. [Managing Systemic Risk, 2011]:

Managing Systemic Risk in Retirement Systems, in: Risk Management, Dezember 2011, Issue 23, S. 5–7

NIEHAUS, G. R. [PBGC, 1990]:

The PBGC's flat fee schedule, moral hazard, and promised pension benefits, in: Journal of banking and finance 14 (1990), S. 55–68, Download unter <http://deepblue.lib.umich.edu/bitstream/handle/2027.42/28689/0000508.pdf?sequence=1> am 03.11.2013

VELTEN, C. [Fachvereinigung Pensionsfonds, 2008]:

Bericht der Leitung der Fachvereinigung Pensionsfonds, in: BetrAV 63 (2008), S. 566–567

ZWIESLER, M. [Contagion, 2014]:

Contagion in the Financial Sector, Bachelorarbeit, Fachbereich Wirtschaftswissenschaften, Universität Konstanz, 15.09.2014

QUELLENVERZEICHNIS

Gesetz zur Verbesserung der betrieblichen Altersversorgung (Betriebsrentengesetz – BetrAVG) vom 19. Dezember 1974 (BGBl. I S. 3610), zuletzt geändert durch Artikel 4e des Gesetzes vom 21. Dezember 2008 (BGBl. I S. 2940)

Insolvenzordnung (InsO) in der Fassung der Bekanntmachung vom 5. Oktober 1994 (BGBl. I S. 2866), zuletzt geändert durch Artikel 6 des Gesetzes vom 31. August 2013 (BGBl. I S. 3533)

Insolvenzrechtliche Vergütungsverordnung (InsVV) in der Fassung der Bekanntmachung vom 19. August 1998 (BGBl. I S. 2205), zuletzt geändert durch Artikel 5 des Gesetzes vom 15. Juli 2013 (BGBl. I S. 2379)

Gesetz über die Beaufsichtigung der Versicherungsunternehmen (Versicherungsaufsichtsgesetz – VAG) i. d. F. der Bekanntmachung vom 17. Dezember 1992 (BGBl. 1993 I S. 2), zuletzt geändert durch Artikel 2 Abs. 78 des Gesetzes vom 22. Dezember 2011 (BGBl. I S. 3044)