



## Bogenschießen

Untersuchung der Auswirkung verschiedener Pfeilgewichte auf die Abschussgeschwindigkeit

## Inhaltsverzeichnis

### Versuchsbeschreibung

Ziele

Probleme

### Energiebestimmung

Versuchsaufbau

Messergebnisse

### Geschwindigkeitsmessung

Versuchsaufbau

Messergebnisse

### Zusammenfassung

## Ziele

- ▶ Messen der Geschwindigkeit eines Bogenpfeiles
- ▶ Verändern der Masse des Pfeiles
- ▶ Bestimmung der Energieeffizienz

## Probleme

- ▶ Messung der Energie
- ▶ Messung der Geschwindigkeit
- ▶ berührungslos
- ▶ hohe Präzision
- ▶ zu viele variierbare Parameter

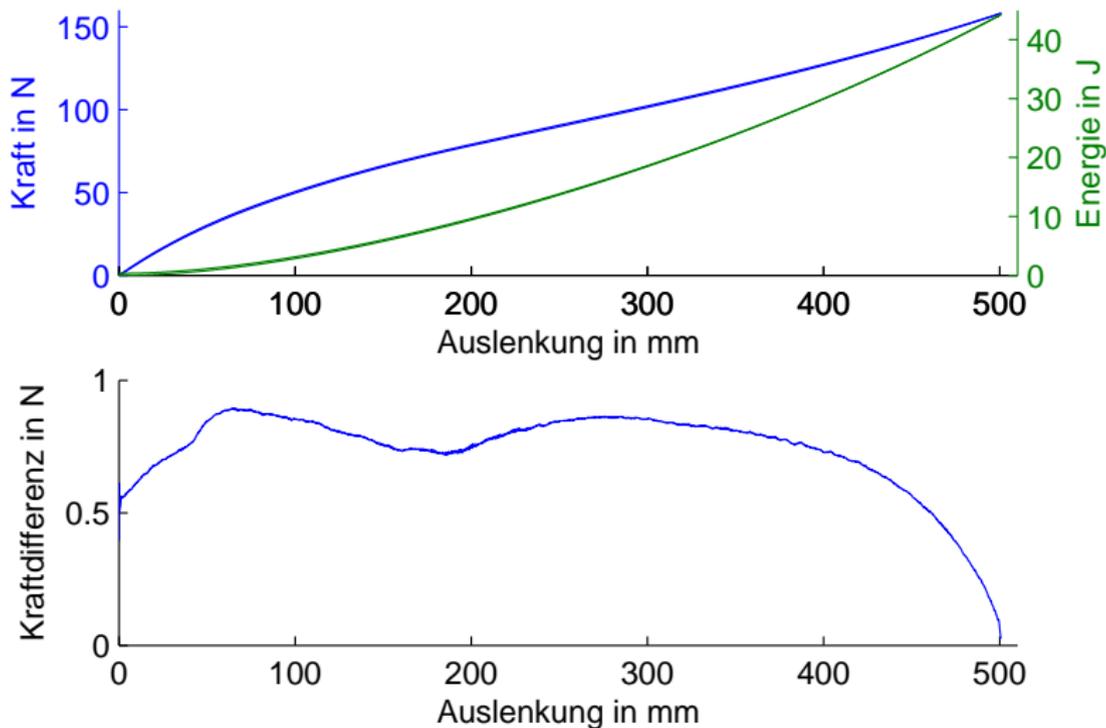
## Versuchsaufbau

- ▶ Energie  $E = \int \vec{F} \cdot d\vec{s}$
- ▶ Zugmaschine Zwick-Roell RetroLine
- ▶ Bogenauszugslänge auf  $x_0 = 50,0000 \pm 0,0002$  cm fixiert
- ▶ Energie direkt als Messparameter ablesbar



## Messergebnisse

- ▶ Nichtlinearer Zusammenhang Kraft  $\leftrightarrow$  Auslenkung
- ▶ Maximale Energie bei  $x_0$  Auslenkung:  
 $E_{max} = 44,20 \pm 0,06 \text{ J}$
- ▶ Hysterese bei  $x_0$  Auslenkung:  $E_H = 0,31 \pm 0,04 \text{ J}$
- ▶ Dadurch maximale verfügbare Energie  
 $E_{avail} = E_{max} - E_H = 43,88 \pm 0,07 \text{ J}$



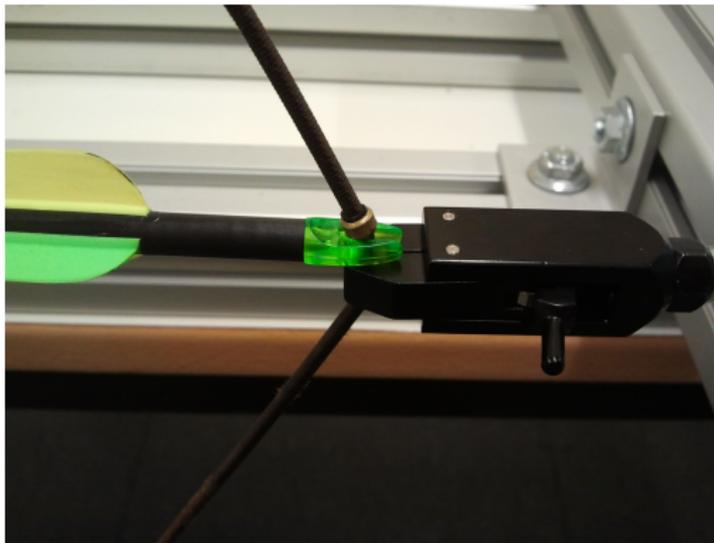
Einzelne Messung der Hysterese, Hin- und Rückweg

## Versuchsaufbau

- ▶ zwei (selbstgewickelte) Spulen
- ▶ Oszilloskop mit Trigger und Speicherfunktion
- ▶ kleiner Magnet an Pfeilspitze
- ▶ Spulenabstand  $L = 1,000 \pm 0,003 \text{ m}$





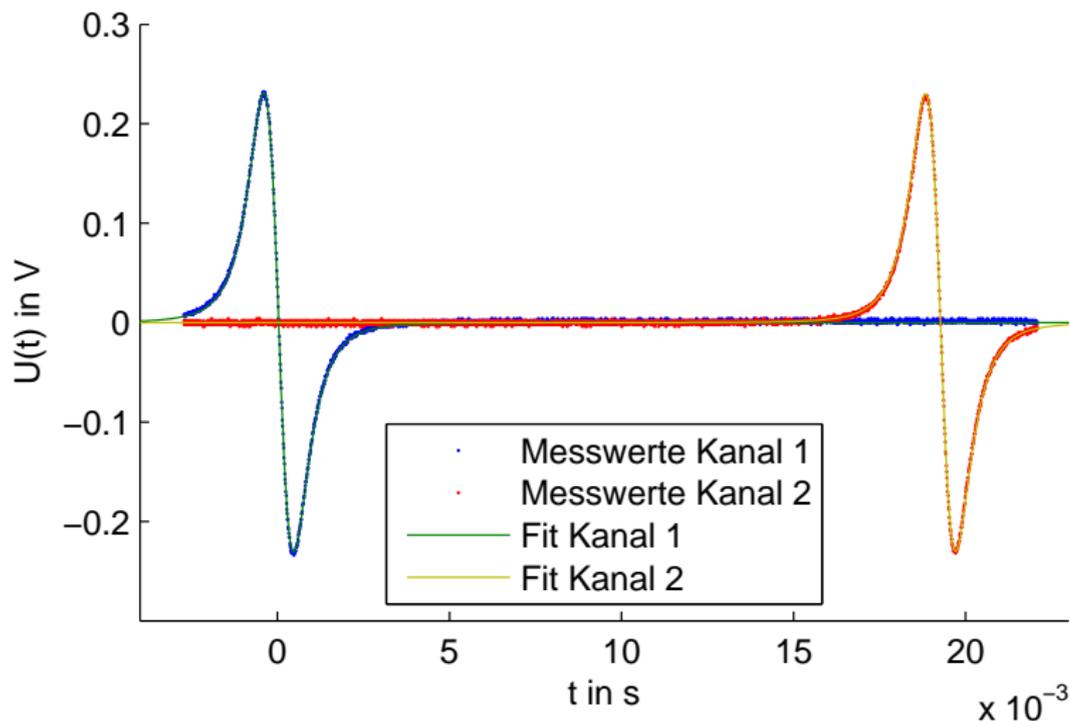


## Induktionsspannung an den Spulen

- ▶ Spannungsfunktion der Zeit

$$U_i(t) = \frac{c_i (t - b_i)}{\left(1 + a_i (t - b_i)^2\right)^{\frac{5}{2}}}, i = \{1, 2\} \quad (1)$$

- ▶ Messwert  $b$  ist Nulldurchgang von  $U(t)$  und damit Spulendurchgang des Magneten
- ▶ Fit ergibt ca. 6 signifikante Stellen für  $\Delta t = b_2 - b_1$
- ▶ Geschwindigkeit  $v = \frac{L}{\Delta t}$

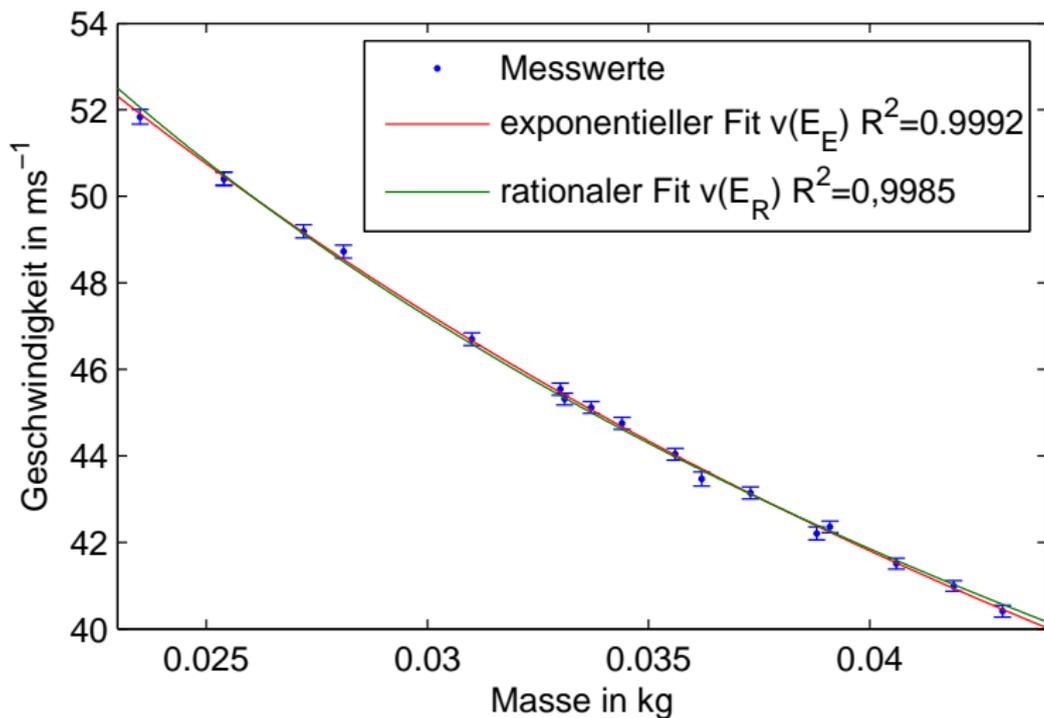


Spannungsverlauf der beiden Oszilloskopeingänge und Fits für die Messung 20131212/2

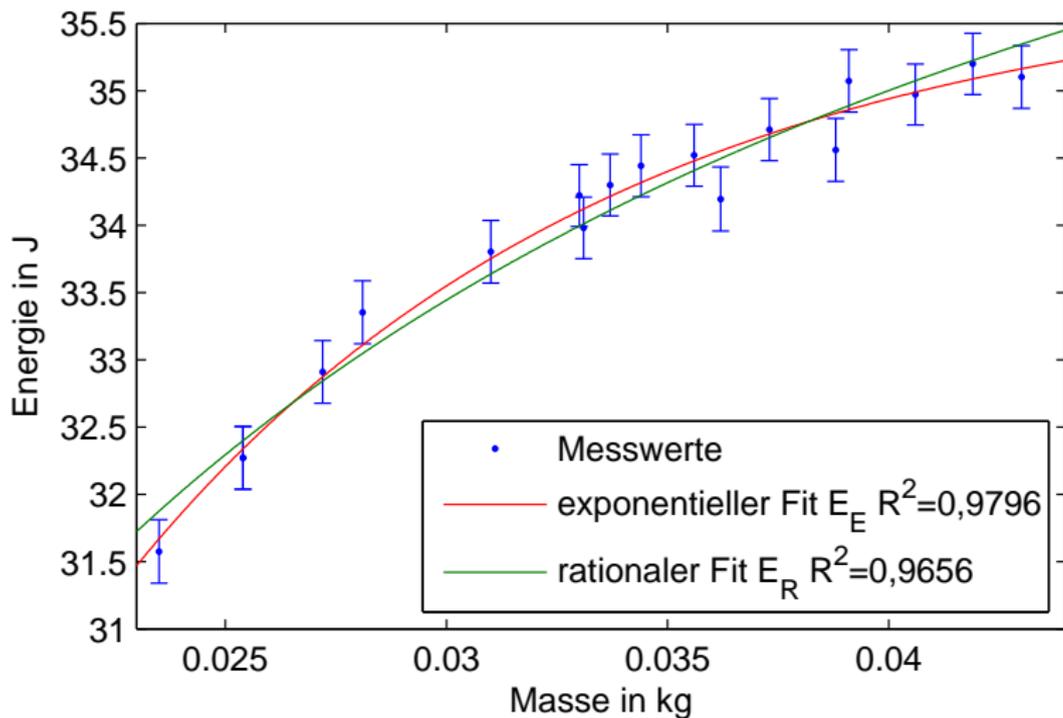
## Messergebnisse

- ▶ Ankleben von Bleiplättchen → Variation der Pfeilmasse  $m_P$
- ▶  $E_E(m_P) = c(1 - e^{-am_P})$  passt gut, keine Theorie
- ▶  $E_R(m_P) = \frac{am_P}{1 + bm_P}$   
idealer Feder, effektiver Bogenmasse (ca. 7 g) und Pfeilmasse, weicht stärker ab





$v(m_P)$  mit den beiden Fitfunktionen



$E(m_P)$  mit den verschiedenen Fitfunktionen

## Zusammenfassung

- ▶ Nichtlineares Verhalten
- ▶ geringe Hysterese
- ▶ Pfeilenergie um 33 J
- ▶ Pfeilgeschwindigkeit um  $48 \text{ ms}^{-1}$
- ▶ Energieeffizienz von 70 - 80 %

# Vielen Dank

Othmar Marti

Martin Müller

Patrick Paul

Reiner Keller

Gerold Brackenhofer

und für ihre Aufmerksamkeit

Ende der Präsentation

## Herleitung Rationaler Fit Zeit

- ▶ Annahme Feder mit Masse  $m_f$  und Härte  $k$  beschleunigt Pfeil mit Masse  $m_p$
- ▶ Energieerhaltung  $E_{pot} = \frac{1}{2}k(\Delta x)^2 = \frac{1}{2}(m_p + m_f)v^2$
- ▶ mit  $v = \frac{L}{\Delta t}$  folgt nach  $t$  umgestellt
- ▶ 
$$\Delta t = \sqrt{\frac{L^2}{2E_{pot}}(m_p + m_f)} = \sqrt{\underbrace{\frac{L^2}{2E_{pot}} \cdot m_f}_a + \underbrace{\frac{L^2}{2E_{pot}} \cdot m_p}_b}$$

## Herleitung Rationaler Fit Energie

► Die Energie des Pfeils ist  $E_p = E_{pot} \cdot \underbrace{\frac{m_p}{m_p + m_f}}_{m_{eff}}$

► und mit  $\frac{a}{b} = m_f$  sowie  $E_{pot} = \frac{L^2}{2b}$

► folgt  $E_p = \frac{L^2}{2b} \frac{m_p}{\frac{a}{b} + m_p} = \frac{L^2}{2a} \frac{m_p}{1 + \frac{b}{a} m_p}$

►  $E_p = c \frac{m_p}{1 + dm_p}$

## Herleitung von $U(t)$

- ▶ Magnetfeld  $\vec{B} = (B_x, B_y, B_z)$  des Magneten
- ▶ nur  $B_z$  relevant
- ▶ Vereinfachende Annahmen:
  - ▶ Magnet ist eine Leiterschleife
  - ▶ Abstand Magnet  $\leftrightarrow$  Spule  $z \gg$  Radius  $r$  der Spule
- ▶ Feld  $B$  einer Leiterschleife (der Magnet) mit Strom  $I$  und Radius  $R$  im Abstand  $z$

$$B = \frac{IR^2}{(R^2 + z^2)^{\frac{3}{2}}} \quad (2)$$

Magnetischen Fluss berechnen und nach  $z$  ableiten

$$B \cdot A = \Phi \quad (3)$$

$$\frac{d\Phi}{dt} = -U = \frac{dB}{dt} \cdot A = \frac{2IR^2}{3(R^2 + z^2)^{\frac{5}{2}}} 2z \frac{dz}{dt} \cdot A \quad (4)$$

$$\frac{dz}{dt} = v, c_i = -\frac{4}{3}IR^2vA, a_i = R^{-2}, t \rightarrow t - b_i \quad (5)$$

$$\Rightarrow U = -\dot{\Phi} = \frac{c_i(t - b_i)}{\left(1 + a_i(t - b_i)^2\right)^{\frac{5}{2}}} \quad (6)$$