

Stabilisierung von Lasern zum Erzeugen und Kühlen von Ionen in einer Paul-Falle

Diplomarbeit

Johannes Franziskus Eble



Universität Ulm
Abteilung Quanteninformationsverarbeitung

April 2006

Hauptberichter: Prof. Dr. Ferdinand Schmidt-Kaler
Berichter: apl. Prof. Dr. Matthias Freyberger

ABSTRACT

A new method for laser frequency stabilization is presented and characterized in this diploma thesis. It is based on a servo loop consisting of a laser, a commercialized wavemeter and a control unit (PC) including a PID controller. The required wavelength of the laser can be easily set and controlled via the computer.

Furthermore, this technique is used for frequency calibration in spectroscopical experiments. Various calcium isotopes are identified via their isotope shift in dopplerfree saturation spectroscopy on the $4\ ^1S_0 \leftrightarrow 4\ ^1P_1$ transition near 423 nm.

Second, we investigate the frequency modulation transfer spectroscopy (FMTS) on the same transition. The experimental signal is optimized and compared to numerical simulations. The frequency of the laser near 423 nm is stabilized to the zero-crossing of the FMTS-signal. In order to characterize the long term stability of the wavemeter we evaluate the Allan Variance of the wavemeter output.

KURZFASSUNG

In dieser Diplomarbeit wird eine neuartige Laserfrequenz-Stabilisierungsmethode vorgestellt und charakterisiert. Das Verfahren beruht auf einem Regelkreis bestehend aus dem zu stabilisierenden Laser, einem kommerziell erhältlichen Fizeau-Wavemeter und einer Software-Regeleinheit. Die gewünschte Laserfrequenz kann einfach am PC eingegeben und kontrolliert werden.

Desweiteren wird diese Methode für eine direkte Frequenzkalibrierung bei spektroskopischen Experimenten verwendet. Durch dopplerfreie Sättigungsspektroskopie am Kalzium-Übergang $4\ ^1S_0 \leftrightarrow 4\ ^1P_1$ bei 423 nm können verschiedene Isotope über ihre Frequenzverschiebung bestimmt werden.

Das ebenfalls dopplerfreie Frequenzmodulations-Transferspektroskopie-Signal wird in detaillierten Simulationen für die Experimente optimiert. Für die Charakterisierung der Zeitgenauigkeit des Wavemeters wird der Laser auf den Nulldurchgang dieses Signals gelockt und die Allan-Varianz aus der Wavemeterausgabe berechnet.

INHALTSVERZEICHNIS

1. Einleitung	1
2. Quanten-Information	3
2.1 Das Qubit	3
2.2 Quanten-Algorithmen	4
2.3 Voraussetzungen zur experimentellen Realisierung eines Quanten-Computers	5
3. Das Fallenexperiment mit Kalzium-Ionen	7
3.1 Segmentierte Paul-Falle	7
3.2 Kalzium	9
3.2.1 Physikalische Eigenschaften	9
3.2.2 Ionisierungsschema	10
3.3 Implementierung von Qubits in Kalzium-Ionen	12
3.4 Linienbreiten relevanter Übergänge	13
4. Das Lasersystem für den $4\ ^1S_0 \leftrightarrow 4\ ^1P_1$ Übergang in Kalzium	17
4.1 Optischer und mechanischer Aufbau	17
4.2 Komponenten der Lasersteuerung	20
4.3 Pound-Drever-Hall Frequenzstabilisierung	21
5. Messung von Wellenlängen	25
6. Frequenzstabilisierung und -verstimmung von Lasern	29
6.1 Frequenzstabilisierung eines Lasers	29
6.1.1 Einlesen und Verarbeitung der Wellenlänge	30
6.1.2 PID-Regelparameter	31
6.2 Kontrolliertes Verstimmen der Laserfrequenz	32
6.3 Frequenzstabilisierung mehrerer Laser	34

7. Spektroskopie	37
7.1 Die natürliche Linienbreite	38
7.2 Linienverbreiterungen	39
7.2.1 Dopplerverbreiterung	39
7.2.2 Sättigungsverbreiterung	40
7.2.3 Durchflugsverbreiterung	41
7.2.4 Druckverbreiterung	42
7.3 Dopplerfreie Spektroskopie	43
7.3.1 Sättigungsspektroskopie	43
7.3.2 Frequenzmodulations-Transferspektroskopie (FMTS)	45
7.4 Simulation des FMTS-Signals	47
7.5 Kalzium-Dampfzelle	52
7.6 Experimentelle Sättigungsspektroskopie mit Amplituden- Modulation	55
7.6.1 Versuchsaufbau	55
7.6.2 Bestimmung der natürlichen Linienbreite im Experiment	55
7.6.3 Detektion von Kalzium-Isotopen	58
7.7 Experimentelle FMTS	60
7.7.1 Versuchsaufbau	60
7.7.2 Seitenbandspektrum des Sättigungsstrahls	62
7.7.3 FMTS-Signale	63
7.8 Vergleich der experimentell ermittelten FMTS-Daten mit dem Modell	65
8. Charakterisierung der Regelungsstabilität	69
8.1 Die Allan-Varianz	69
8.2 Charakterisierung der Langzeitstabilität des Wavemeters	70
8.2.1 Laserlock auf das Fehlersignal	70
8.2.2 Laserlock auf das Wavemeter	74
Anhang	79
A. Elektronische Bauteile	81
A.1 Steckkarte für Laserregelung	81
A.2 Shutter & Shutter-Master	81

1. EINLEITUNG

Die Quantenmechanik spielt für das Verständnis vieler Naturvorgänge eine grundlegende Rolle. Sie beschreibt Vorgänge im atomaren und subatomaren Bereich. Ein neuer Zweig der Quantenphysik, welcher quantenmechanische Systeme für die Speicherung von Information verwendet, ist die Quanteninformationsverarbeitung. In Analogie zu dem klassischen Informationsträger Bit gibt es hier das Quanten-Bit (Qubit). Der große Unterschied besteht darin, dass im Gegensatz zu den diskreten klassischen Bit-Zuständen 0 oder 1 das Qubit auch in beliebigen Superpositionszuständen der Qubit-Basiszustände $|0\rangle$ und $|1\rangle$ erzeugt werden kann. Mehrere Klassen von Algorithmen, die mit Superpositionen von Qubits ablaufen, können bestimmte Probleme effizienter lösen als klassische Algorithmen (Kapitel 2).

Experimentell können die zwei Qubit-Basiszustände in atomaren Energieniveaus realisiert werden. Als Quantensysteme werden in unserer Gruppe Kalziumatome in einer segmentierten Paul-Falle verwendet. Sowohl das Kühlen der Kalzium-Ionen als auch das Manipulieren und Auslesen der Qubits erfolgt über Einstrahlung von Laserlicht (Kapitel 3). Da die internen Energieübergänge nur in einem schmalen Frequenzband das Licht absorbieren, müssen die Laser auf die Frequenzen der Übergänge stabilisiert werden. Bisherige Stabilisierungsverfahren, welche auf temperaturstabilisierten Resonatoren beruhen, sind jedoch sehr aufwendig.

In dieser Arbeit wird eine neue Frequenzstabilisierungs-Methode vorgestellt, welche aufgrund der einfachen Handhabung im Experiment einen großen Vorteil gegenüber den bisherigen Verfahren besitzt. Sie beruht auf einem Regelkreis, bestehend aus dem zu stabilisierenden Laser, einem Fizeau-Wavemeter, einem Computer mit einer Software-Regelung und einem Digital-Analog-Wandler. Die aktuelle Laserwellenlänge wird von dem Wavemeter mit einer Rate von 30 Hz bestimmt und an den PC weitergeleitet. Hier wird sie mit einer vom Benutzer vorgegebenen Wellenlänge verglichen und an eine Regeleinheit gegeben, welche daraus ein digitales Regel-Signal generiert. Der Digital-Analog-Wandler erzeugt damit eine Regel-Spannung,

welche an die Lasersteuerung geht. Der Laser wird auf einer frei wählbaren Frequenz stabilisiert (Kapitel 6).

Das Stabilisieren von mehreren Laserfrequenzen wird durch abwechselndes Einlesen der Wellenlängen in das Wavemeter realisiert. Mechanische Shutter unterbrechen dafür computergesteuert die Laserstrahleinkopplung in das Wavemeter. Beim Ionen-Fallen-Experiment werden die Frequenzen von verschiedenen Lasern mit dieser Methode stabilisiert.

Die computergesteuerte Kontrolle der Laserfrequenz wird des weiteren für eine direkte Frequenzkalibrierung bei spektroskopischen Experimenten verwendet. Hierfür erzeugt die Software ein rampenförmiges Regelsignal, wodurch der Laser gezielt über einen bestimmten Frequenzbereich verstimmt wird. Das spektroskopische Signal wird parallel zu der Laserwellenlänge in einen PC eingelesen; somit kann das Signal direkt über die entsprechende Frequenz aufgetragen werden (Kapitel 7).

Die sehr gute Handhabung der Methode in der Praxis wird anhand der dopplerfreien Sättigungsspektroskopie gezeigt. Die natürliche Linienbreite des $4\ ^1S_0 \leftrightarrow 4\ ^1P_1$ -Übergangs in Kalzium und die Frequenzverschiebung der Ca-Isotope bei diesem Übergang werden bestimmt.

Das ebenfalls dopplerfreie Frequenzmodulations-Transferspektroskopie-Signal wird durch Simulationen optimiert und in der Praxis zur Charakterisierung der Frequenzgenauigkeit des Wavemeters als Fehlersignal verwendet, um den Laser zu stabilisieren. Aus der parallel mit eingelesenen Wavemeter-Ausgabe wird die Allan-Varianz bestimmt, mit der Aussagen bezüglich der Genauigkeit des Wavemeters auf unterschiedlichen Zeitskalen gemacht werden können (Kapitel 8).

2. QUANTEN-INFORMATION

2.1 Das Qubit

Klassische Rechner basieren auf Operationen mit einzelnen Bits, welche die zwei diskreten Zustände 0 und 1 annehmen können. Quanten-Bits oder kurz Qubits können neben den diskreten Quanten-Zuständen $|0\rangle$ und $|1\rangle$ auch lineare Superpositionen aus denselben annehmen:

$$|\psi\rangle = \alpha|0\rangle + \beta|1\rangle \quad (2.1)$$

$|0\rangle$ und $|1\rangle$ bilden eine orthonormale Basis für diesen zweidimensionalen Vektorraum und bei α und β handelt es sich um komplexe Zahlen.

Der Zustand $|\psi\rangle$ wird bei einer Messung reduziert. 0 wird mit der Wahrscheinlichkeit $|\alpha|^2$ und 1 mit der Wahrscheinlichkeit $|\beta|^2$ gemessen. Da die Summe der Wahrscheinlichkeiten 1 ergeben muss gilt $|\alpha|^2 + |\beta|^2 = 1$. Da nur diese Relation für die Vorfaktoren gelten muss, können sie auch wie folgt gewählt werden:

$$|\psi\rangle = \cos \frac{\Theta}{2} |0\rangle + e^{i\Phi} \sin \frac{\Theta}{2} |1\rangle \quad (2.2)$$

Diese Darstellung wird gewählt, um den Zustand des Qubits zu veranschaulichen. Das Qubit wird dabei durch einen Punkt auf der Blochsphäre repräsentiert, wobei die Winkel Θ und Φ die Richtung vom Mittelpunkt aus angeben (siehe Abbildung 2.1). Im Prinzip kann unendlich viel Information in einem Qubit gespeichert werden, da eine Winkelvariable theoretisch auf unendlich viele Stellen angegeben werden kann. Das Problem dabei ist, dass bei einer Messung an $|\psi\rangle$ dieser überlagerte Zustand zerfällt und nur einer der Basiszustände mit entsprechender Wahrscheinlichkeit gemessen wird.

Die Vorgehensweise von Quanten-Algorithmen ist daher, mit den Superpositionszuständen Gatter auszuführen und erst zum Schluss die Messung auszuführen.

Werden zwei Qubits betrachtet, so können sie zusammen z.B. die Zustandsbasis $|00\rangle^1$, $|01\rangle$, $|10\rangle$ und $|11\rangle$ bilden und daraus wieder Superpositi-

¹ dies ist eine Kurzschreibweise von $|0\rangle_{1.\text{Qubit}} |0\rangle_{2.\text{Qubit}}$

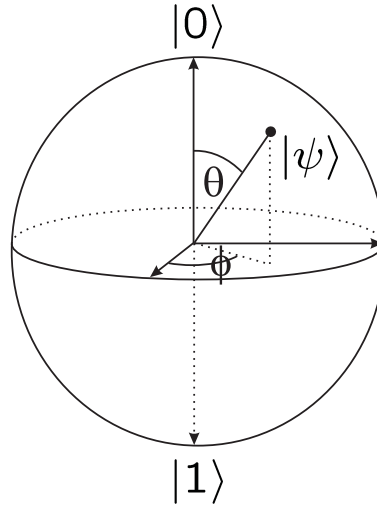


Abb. 2.1: Darstellung eines Qubit auf der Blochkugel

onszustände annehmen. Als vollständiges Basissystem werden im Allgemeinen die vier Bell-Zustände verwendet:

$$|\chi^\pm\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} (|00\rangle \pm |11\rangle) \quad (2.3)$$

$$|\Psi^\pm\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} (|01\rangle \pm |10\rangle) \quad (2.4)$$

Es handelt sich hierbei um maximal verschränkte Zustände.

2.2 Quanten-Algorithmen

Operationen auf einem Qubit können als Rotation des Qubit Zustands $|\psi\rangle$ auf der Blochsphäre dargestellt werden.

Eine wichtige Multi-Qubit-Operation ist das CNOT-Gatter. Das erste Qubit ist dabei das Kontroll-Qubit, welches den Zustand des zweiten Qubits in Bezug auf seinen eigenen Zustand ändert:

$$|00\rangle \rightarrow |00\rangle; |01\rangle \rightarrow |01\rangle; |10\rangle \rightarrow |11\rangle; |11\rangle \rightarrow |10\rangle \quad (2.5)$$

Es kann gezeigt werden, dass sich jedes logische Multi-Qubit-Gatter in Ein-Qubit-Gatter und CNOT-Gatter zerlegen lässt.

Im wesentlichen sind drei Klassen von Quanten-Algorithmen bekannt, welche Vorteile gegenüber klassischen Algorithmen besitzen [1]:

- Zu der Klasse der **Quanten-Fourier-Transformation** gehört beispielsweise der Algorithmus von Shor zur Faktorisierung großer Zahlen. Um eine diskrete Fourier-Transformation von $N = 2^n$ Eingangsgrößen durchzuführen, benötigt die klassische Transformation in der

Größenordnung von $N \log(N) \approx n2^n$ Schritte, die Quanten-Fourier-Transformation hingegen benötigt lediglich in der Größenordnung von $\log^2(N) \approx n^2$ Schritte. Es handelt sich also um eine exponentielle Beschleunigung!

- **Quanten-Suchalgorithmus** nach Grover löst folgendes Problem: Um Information über ein spezielles Element aus einem nichtsortierten Ensemble aus N Elementen zu bekommen, benötigt man klassisch in der Größenordnung von N Schritte. Der Quanten-Suchalgorithmus erledigt dies in der Größenordnung von $\sqrt{N}$ Schritten.
- **Quanten-Simulationen** Quanten-Computer würden sich sehr gut für Berechnungen der Quantenphysik eignen, da sie z.B. für die Speicherung eines Zustands $|\psi\rangle$ nur ein Qubit benötigen. Ein klassischer Rechner könnte einen Zustand $|\psi\rangle$ mit beliebigen Blochwinkeln nicht exakt speichern, da hierfür unendlich viele Bits benötigt würden.

2.3 Voraussetzungen zur experimentellen Realisierung eines Quanten-Computers

Viele Möglichkeiten sind vorstellbar, um Qubits in physikalischen Systemen zu implementieren. Welche Bedingungen diese Systeme erfüllen müssen, damit sie als Basis eines Quanten-Computers geeignet sind, werden in den Kriterien von DiVincenzo [2] zusammengefasst:

- **Initialisierung** Es muss möglich sein, Qubits eindeutig in einem wohldefinierten Zustand zu initialisieren.
- **Qubits** Die zwei Zustände mit denen ein Qubit erzeugt wird, müssen eindeutig zugeordnet werden können. Außerdem muss das System, in dem die Qubits implementiert werden, skalierbar sein.
- **Gatter** Es muss möglich sein, beliebige Ein- und Zwei-Qubit-Gatter durchzuführen.
- **Messung** Nach der Berechnung muss der (projizierte) Zustand von jedem Qubit auslesbar sein.
- **Dekohärenz** Die Zustände dürfen ihre quantenmechanischen Eigenschaften nicht auf einer Zeitskala verlieren, die kleiner ist als die der Rechenoperationen.

Damit ein Quantencomputer seine Vorteile gegenüber einem klassischen Computer ausspielen kann, kommt ein weiterer Punkt hinzu:

- **Schnelligkeit** Ein Quanten-Gatter darf nicht zu lange dauern (laut Berechnungen schneller als $1\ \mu\text{s}$ [3]).

In folgenden Systemen wird derzeit unter anderem versucht, Qubits zu implementieren und Gatteroperationen damit auszuführen:

In **Ionen-Fallen** können ionisierte Atome gespeichert und von der Umwelt isoliert werden. Die Qubits werden in langlebigen internen Atom-Zuständen gespeichert und mit Laserpulsen manipuliert (näheres dazu in Kapitel 3). Informationsaustausch zwischen Qubits erfolgt über die Coulomb-Wechselwirkung bei Anregung der Ionen in verschiedene Schwingungsmoden.

Resonator-QED² Wird ein Atom durch einen Resonator mit hoher Finesse geschickt, so wechselwirkt es derart mit den Resonatormoden, dass diese eine spezifische Information des Atoms speichern. Ein zweites Atom, welches danach durch den Resonator geschickt wird, kann diese Information wieder aufnehmen. Dies ist eine Möglichkeit Überlagerungszustände zu erzeugen.

In der **NMR-Quanteninformation** werden Qubits in den Kernspins von Molekülen oder Festkörperatomen gespeichert. Gatter werden durch die Dipol-Dipol-Wechselwirkung implementiert.

Eine Möglichkeit Atome einzeln anzusprechen ist, sie in einem **optischen Gitter** zu fangen. Zwei antiparallel überlagerte Laser erzeugen ein stehendes Wellen-Potential, in dessen Minima die Atome gefangen werden.

Festkörper-Quantenpunkte Einzelne Fremdatome in einem ansonsten homogenen Festkörper können als Qubitträger verwendet werden.

² Quanten-Elektro-Dynamik

3. DAS FALLENEXPERIMENT MIT KALZIUM-IONEN

Die Implementierung von Qubits erfolgt in unserer Gruppe in Energieniveaus des Kalzium-Ions. Der Zugriff auf einzelne Ionen wird durch die Verwendung einer Paul-Falle realisiert, in welcher die Ionen gefangen sind.

3.1 Segmentierte Paul-Falle

Um Ionen an definierten Orten - abgeschirmt gegen äußere Störungen - beobachten und manipulieren zu können, werden sie in Ionen-Fallen im Ultrahochvakuum gespeichert (10^{-11} mbar). Dies kann durch magnetische Penning-Fallen oder durch elektrische HF-Quadrupol-Fallen realisiert werden.

Die in unserer Gruppe verwendete segmentierte Paul-Falle basiert auf elektrischem Einschluss. Ihre Funktionsweise ist ähnlich der einer linearen Paul-Falle. Ein typischer Aufbau einer linearen Paul-Falle besteht aus acht

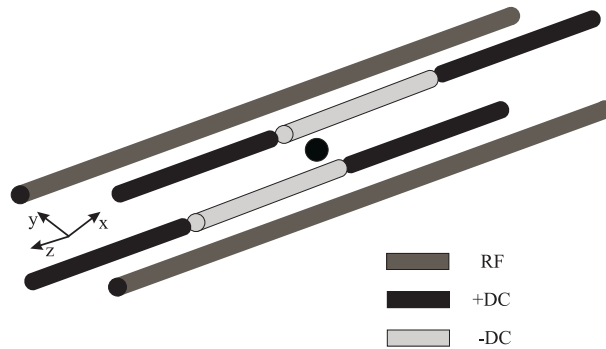


Abb. 3.1: Aufbau einer linearen Paul-Falle [4]

Elektroden (siehe Abbildung 3.1). Die zwei langen gegenüberliegenden Elektroden erzeugen durch Anlegen einer Wechselspannung $U_{AC} = U_0 \cos(\Omega_{RF}t)$ ein rotierendes Quadrupol-Potential:

$$U_r(x, y, t) \propto U_{AC} \frac{x^2 - y^2}{r^2} \cos(\Omega_{RF}t) \quad (3.1)$$

Zusammen mit der Erdung der mittleren kurzen Elektroden erzeugt dies den radialen Einschluss der Ionen. Werden die äußeren vier kleinen Elektroden gegenüber den zwei kleinen auf positives Potential gelegt, so erzeugt dies den axialen Einschluss in z -Richtung.

Bei einer segmentierten Falle sind die kurzen Elektroden noch weiter unterteilt. Durch Vorgabe geeigneter Potentiale an diesen zusätzlichen Elektroden können die Ionen in der z -Richtung bewegt werden, wodurch eine kontrollierte Wechselwirkung zwischen einzelnen Ionen ermöglicht wird. In Abbildung 3.2 ist diese segmentierte Falle dargestellt. Im Zentrum des

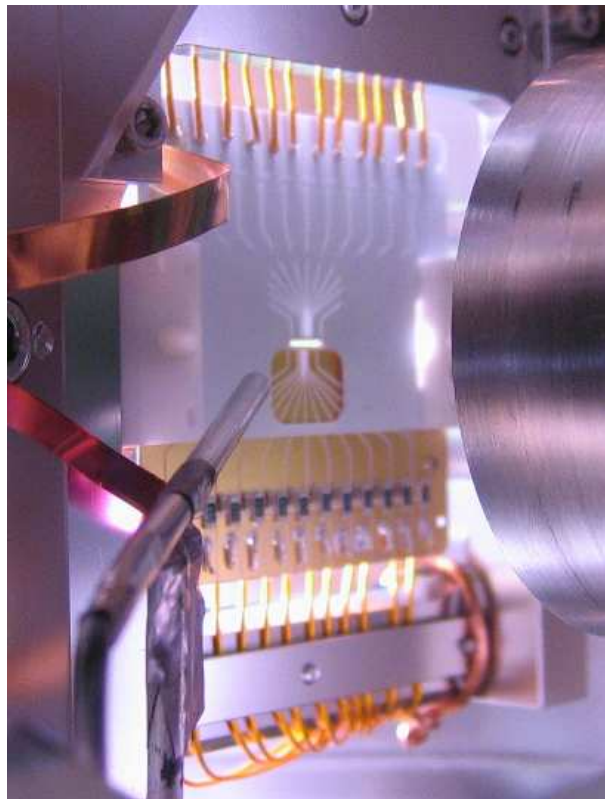


Abb. 3.2: Segmentierte Paul-Falle. In der Mitte ist der Fallenschlitz mit den Elektrodenzuleitungen zu sehen, vorne links der Kalzium-Ofen.

Fallen-Chips ist der Schlitz zu sehen, in dem die Ionen gefangen werden. Auf den Schlitz laufen die Drähte zu, welche die Elektroden mit verschiedenen Spannungen versorgen. Vorne links ist der Kalzium-Ofen zu sehen, aus dem bei Erhitzung ein atomarer Kalziumstrahl Richtung Fallenschlitz emittiert wird, wo die Atome durch den Laser bei 423 nm und den Laser bei 374 nm ionisiert werden. Die Ionen werden dann durch das elektrische Potential gefangen und können durch verschiedene andere Laser gekühlt und

die Qubits manipuliert werden.

Derzeit werden in unserer Gruppe planare Fallen entwickelt. Unter anderem haben diese die Vorteile, dass die Ionen in zwei Dimensionen parallel zur Fallenoberfläche verschiebbar sind und ein sehr guter optischer Zugang für die Laser gewährleistet ist. Außerdem können für die Herstellung bekannte Fertigungsprozesse aus der Chip-Industrie verwendet werden.

3.2 Kalzium

Kalzium bietet sich für die Implementierung eines Qubits in seinen internen Energieeigenzuständen an, da für alle benötigten Wellenlängen kommerziell verfügbare Lasersysteme erhältlich sind.

3.2.1 Physikalische Eigenschaften

Bei Kalzium handelt es sich um ein Erd-Alkali-Metall mit Kernladungszahl 20. Der Schmelzpunkt liegt bei ca. 842° C, der Siedepunkt bei ca. 1484° C. Die elektronische Grundzustands-Konfiguration ist durch

$$1s^2 2s^2 2p^6 3s^2 3p^6 4s^2 \quad (3.2)$$

gegeben. Kalzium-Isotope treten mit Massenzahlen zwischen 35 und 53 auf, davon sind 2/3 radioaktiv.

Experimentell unterscheidbar sind die Isotope durch ihre veränderten und in der Frequenz verschobenen Spektrallinien. Diese Verschiebung in der Energie hat verschiedene Ursachen: Die unterschiedliche Anzahl an Neutronen wirkt sich auf die Ladungsverteilung durch die Protonen im Kern aus. Außerdem verändert sich die Masse und die Ausdehnung des Kerns. Dies hat zur Folge, dass sich das elektrische Potential für die Elektronen und die Übergangsenergien ändern. Zusätzlich tritt bei den Isotopen mit ungerader Neutronenzahl aufgrund des Kernspins Hyperfeinstrukturaufspaltung auf. Bei den stabilen Isotopen ist dies für ^{43}Ca der Fall.

In Abbildung 3.3 sind die stabilen Isotope mit ihren relativen Häufigkeiten gegen die Frequenzverschiebung des $4^1S_0 \leftrightarrow 4^1P_1$ Übergangs relativ zu ^{40}Ca aufgetragen. Aufgrund dieser Verschiebungen in der Frequenz können Kalziumatome isotopenselektiv in den 4^1P_1 -Zustand angeregt werden. Durch Einstrahlen einer Laserwellenlänge von unter 389 nm wird dieses Isotop dann ionisiert.

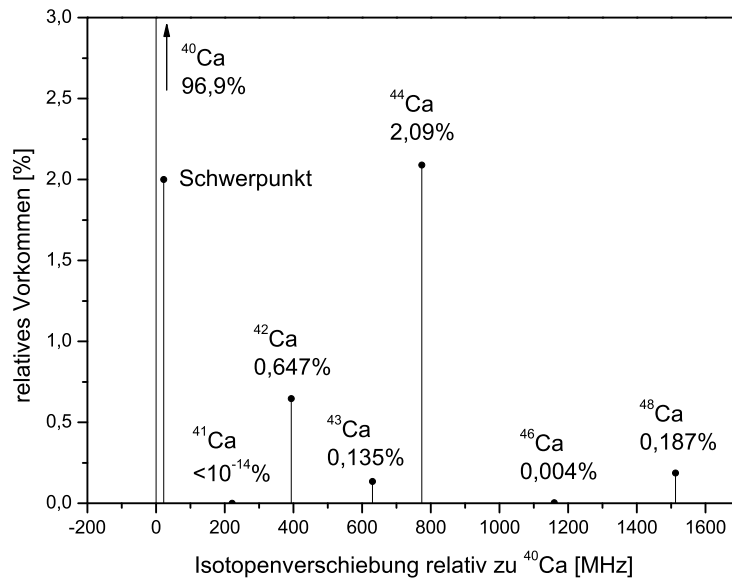


Abb. 3.3: Frequenzverschiebung der Kalzium-Isotope relativ zu ^{40}Ca und relatives natürliches Vorkommen (aus [5]).

3.2.2 Ionisierungsschema

Kalzium kann durch verschiedene Methoden ionisiert werden. Ein mögliches Verfahren stellt die Elektronenstoßionisation dar, bei der ein Kalziumatomstrahl mit einem Elektronenstrahl gekreuzt wird. Diese Methode hat mehrere Nachteile, unter anderem setzen sich Elektronen auf isolierenden Teilen der Falle ab, die dadurch störende Ladungen erhalten. Aufgrund der Verfügbarkeit von Lasern in vielen Frequenzbereichen wird inzwischen die Photoionisation bevorzugt.

Die Photoionisation in mehreren Schritten über eines oder mehrere atomare Zwischenniveaus bietet folgende Vorteile [6]:

- Element und Isotopen selektive Ionisierung.
- Die Ionisierungsrate ist gegenüber der Elektronenstoßionisation um 4 – 5 Größenordnungen besser.
- Mehrfachionisierung wird vermieden.

Um das Atom durch einen Einphotonen-Prozess zu ionisieren, wäre eine Wellenlänge von 248 nm nötig. Da dies jedoch kein isotopenspezifisches Verfahren ist, sind Mehrphotonenprozesse vorzuziehen. In Abbildung 3.4 sind

zwei mögliche Prozesse in das Termschema von *Ca* eingezeichnet. Die Ioni-

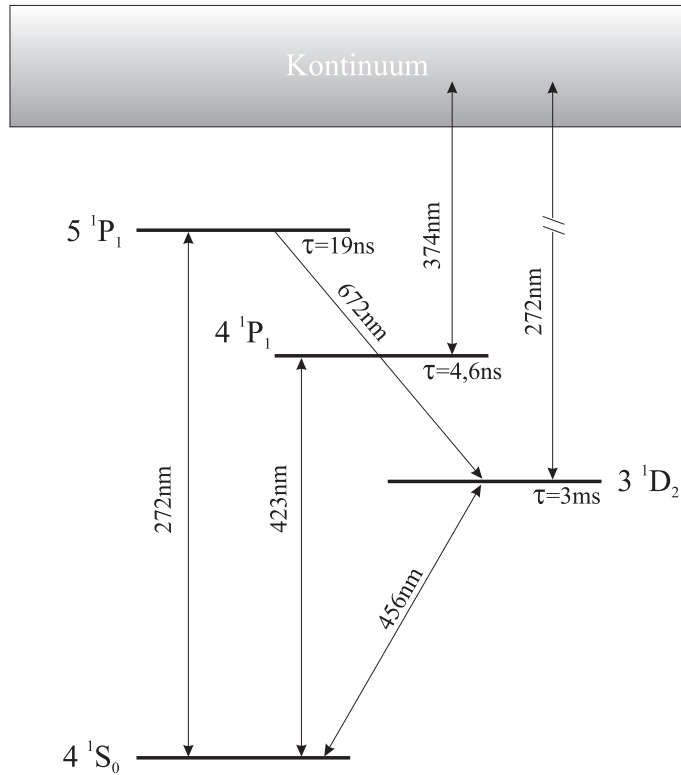


Abb. 3.4: Möglichkeiten der Mehrphotonen-Ionisierung bei *Ca*.

sierung mit einem Laser der Wellenlänge 272 nm erfolgt über die Anregung in den Zustand $4\ ^1P_1$, wo das Atom durch spontane Emission in den metastabilen Zustand $3\ ^1D_2$ übergeht. Von dort wird ein Elektron durch die gleiche Wellenlänge in das Kontinuum gebracht (angewendet von der Gruppe um Drewsen [7]). Da Licht im mittleren ultravioletten Frequenzbereich relativ schwierig zu erzeugen ist, bietet sich folgender Prozess an, welcher auch von uns angewendet wird. Vom Grundzustand $4\ ^1S_0$ wird durch einen Laser mit 423 nm in den $4\ ^1P_1$ Zustand angeregt. Von diesem Niveau aus kann mit einer Wellenlänge, die kleiner als $\lambda = 389\text{ nm}$ ist, ins Kontinuum angeregt werden, was bei uns mit einem Laser bei $\lambda = 374\text{ nm}$ realisiert wird.

In dieser Arbeit wird der $4\ ^1S_0 \leftrightarrow 4\ ^1P_1$ -Übergang bei $\lambda = 422,7918\text{ nm}$ (Vakuum¹, [8]) spektroskopisch untersucht.

¹ In dieser Diplomarbeit werden alle Wellenlängen im Vakuum angegeben!

3.3 Implementierung von Qubits in Kalzium-Ionen

Die für Quanteninformations-Experimente wichtigen Energieniveaus von $^{40}\text{Ca}^+$ sind in Abbildung 3.5 zu sehen. Neben den elektronischen Niveaus ist die Zeeman-Aufspaltung in $(2j + 1)$ Unterniveaus aufgrund eines externen Magnetfelds aufgezeigt (j ist die Gesamtdrehimpulsquantenzahl). Das

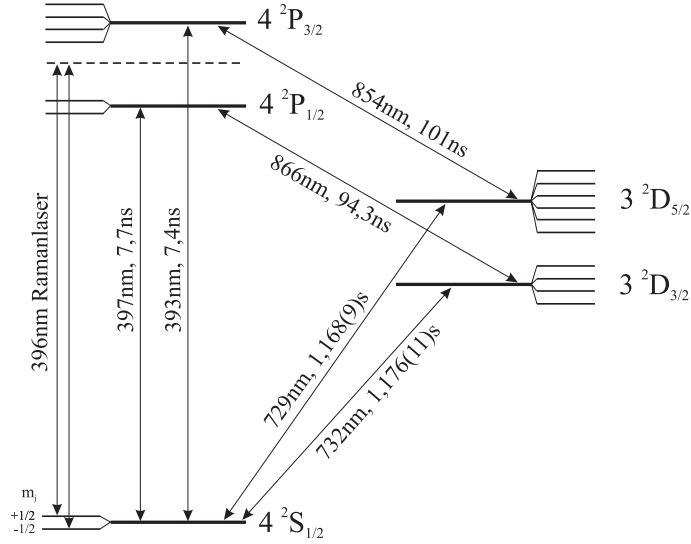


Abb. 3.5: Wichtige Übergänge im einfach ionisierten Kalziumatom

Qubit wird in unserer Gruppe in den zwei Zeeman-Niveaus des Grundzustands implementiert:

- $|0\rangle$: $4\ ^2S_{1/2}, m_j = -1/2$
- $|1\rangle$: $4\ ^2S_{1/2}, m_j = +1/2$

Das **Kühlen der Ionen** erfolgt in zwei Schritten:

Der Laser bei 397 nm wird auf die Ionen eingestrahlt, die dadurch **dopplergekühlt** werden [9].

Da sich die Ionen im äußeren elektrischen Potential der Falle befinden, besitzen sie neben den elektronischen Zuständen auch diskrete Schwingungszustände $|n\rangle$. Dies kann für eine weitere Kühlmethode, die **Seitenbandkühlung** ausgenutzt werden. Hierfür wird das Ion durch den Laser bei 729 nm, der um die Fallenfrequenz rotverschoben ist, vom Grundzustand aus angeregt:

$$|4\ ^2S_{1/2}, n\rangle \longleftrightarrow |3\ ^2D_{5/2}, n-1\rangle \quad (3.3)$$

Bei diesem Vorgang wird die Schwingungsmodezahl um 1 reduziert. Der Laser bei 854 nm bringt das Ion dann in den Zustand $4\ ^2P_{3/2}$, von wo es

dann in den Grundzustand $|4\ ^2S_{1/2}, n=1\rangle$ übergeht. Wird dieser Zyklus mehrmals wiederholt, so wird die Schwingungsmodenzahl jedesmal um 1 reduziert und kühlt das Ion somit ab bis der Schwingungsgrundzustand $|n=0\rangle$ erreicht ist. Diese Kühlmethode funktioniert nur, falls die Linienbreite des ersten Übergangs kleiner ist als der Abstand zwischen den Seitenbändern.

Die **Qubit-Präparation** kann erfolgen, falls das Ion sich aufgrund der Kühlung in einer kleinen Schwingungsmode befindet. Rechts-zirkular polarisiertes σ^+ -Licht des Lasers bei 397 nm bringt die Besetzung in den Zustand $|1\rangle$ ($4\ ^2S_{1/2}, m_j = +1/2$).

Qubit-Manipulationen werden über ein virtuelles Raman-Niveau mit dem Laser bei 396 nm realisiert. Pulsdauer und Intensität des Lasers bestimmen die Art der Qubitrotation.

Zur **Zustandsdetektion des Qubits** pumpt der Laser bei 729 nm durch einen π -Puls vom Zustand $4\ ^2S_{1/2}, m_j = +1/2$ ($|1\rangle$) in den metastabilen Zustand $3\ ^2D_{5/2}$ (Lebensdauer: $\tau = 1,168(9)$ s). Dann wird das Licht der Laser bei 397 nm und 866 nm eingestrahlt. Der Laser bei 397 nm pumpt vom verbleibenden Grundzustand $4\ ^2S_{1/2}, m_j = -1/2$ ($|0\rangle$) auf das $4\ ^2P_{1/2}$ Niveau. Unter spontaner Emission eines Photons geht das Ion dann hauptsächlich in den Grundzustand über. Dieses Fluoreszenzlicht wird durch eine EMCCD-Kamera² orts aufgelöst detektiert (genauere Beschreibung hierzu: [10]). Das Licht des Rückpump Lasers bei 866 nm bringt die Anregung aus dem metastabilen $4\ ^2S_{3/2}$ -Niveau zurück in den $4\ ^2P_{1/2}$ -Zustand, damit kein Fluoreszenzlicht verloren geht.

- Fluoreszenzlicht wird detektiert: Der Qubit-Zustand ist nach der Messung $|0\rangle$.
- Kein Fluoreszenzlicht wird registriert: Der Qubit-Zustand ist nach der Messung $|1\rangle$.

3.4 Linienbreiten relevanter Übergänge

In der folgenden Tabelle sind die Wellenlängen λ der wichtigen Übergänge zusammengefasst [11]. Die natürliche Linienbreite γ_0 erhält man aus der

² Electron-Multiply-Charge-Coupled-Device

Zerfallszeit τ :

$$\gamma_0 = \frac{1}{2\pi \cdot \tau} \quad (3.4)$$

Übergang	Wellenlänge [nm]	Lebensdauer τ	γ_0 (FWHM)
$4 \ ^1S_0 \leftrightarrow 4 \ ^1P_1$	422,7918	4,59ns [12]	34,7 MHz
$4 \ ^2S_{1/2} \leftrightarrow 4 \ ^2P_{1/2}$	396,9591	$7,7 \pm 0,2$ ns [12]	21 MHz
$3 \ ^2D_{5/2} \leftrightarrow 4 \ ^2P_{3/2}$	854,444	101ns [12]	1,58 MHz
$3 \ ^2D_{3/2} \leftrightarrow 4 \ ^2P_{1/2}$	866,452	94,3ns [12]	1,69 MHz
$4 \ ^2S_{1/2} \leftrightarrow 3 \ ^2D_{5/2}$	729,348	1,168(9)s [13]	0,134 Hz

Diese natürlichen Linienbreiten sind je nach Stadium des Experiments unterschiedlich stark verbreitert. Beim Übergang $4 \ ^1S_0 \leftrightarrow 4 \ ^1P_1$ (d. i. der erste Ionisationsschritt) ist die Dopplerverbreiterung ausschlaggebend, da die Atome mit einer thermischen Geschwindigkeitsverteilung aus dem Kalziumofen kommen. Die Linienbreite ist durch

$$\frac{\Delta\omega}{\omega_0} = 7,16 \cdot 10^{-7} \cdot \sqrt{\frac{T}{M}} \quad (3.5)$$

gegeben, wobei T die Temperatur [K] und m die Masse [AMU] ist (siehe Abschnitt 7.2.1).

Sind die Atome ionisiert, werden sie in der Falle gefangen. Sie haben dadurch keine thermische Geschwindigkeit mehr, die Absorptionslinien sind nicht mehr dopplerverbreitert. Die Linienbreiten des Kalzium-Ions sind während dem ersten Experimentschritt, dem Einfangen der Ionen, stark sättigungsverbreitert. Diese Verbreiterung hängt vom Sättigungswert S_0 ab:

$$\gamma_S = \gamma_0 \sqrt{1 + S_0} \quad (3.6)$$

Dabei bezeichnet γ_0 die natürliche und γ_S die sättigungsverbreiterte Linienbreite. Der Sättigungswert ist dabei durch

$$S_0 = \frac{3\lambda_0^3 \tau I}{2\pi \hbar c} \quad (3.7)$$

gegeben (siehe Abschnitt 7.2.2), wobei I die Laserintensität am Ort des Ions, $\hbar$ die Plancksche Konstante und c die Lichtgeschwindigkeit ist. Da der Strahlquerschnitt und die Laserleistung in der Falle nicht exakt bekannt sind, sollten die berechneten Linienbreiten γ_S nicht als exakte Werte, sondern als Abschätzung angesehen werden. Während des Einfang- und Suchvorgangs der Ionen müssen die Laserfrequenzen innerhalb der jeweiligen Linienbreiten stabilisiert werden.

Wellenlänge [nm]	Laserleistung [mW]	waist [μm]	Sättigungswert	Linienbreite [MHz]
422,7918	(1,8)	(50)	(5)	20000
396,9591	1	150	30	130
854,444	0,5	150	300	26
866,452	1	150	500	39

Beim Übergang bei 422,7918 von Kalzium ist der Haupteffekt für eine Änderung Linienbreite die Dopplerverbreiterung, daher sind die Daten für die Sättigungsverbreiterung in der Tabelle eingeklammert.

Beim eigentlichen Quanteninformations-Experiment werden die Laser, welche das Ion manipulieren, stark in der Intensität zurückgenommen. Der Sättigungswert liegt dann bei $S_0 < 1$ und die natürlichen Linienbreiten sind nur noch geringfügig verbreitert.

Die Frequenzen der Laser bei 866 nm und bei 854 nm müssen daher unter 2 MHz und der Laser bei 397 nm unter 30 MHz stabilisiert werden.

4. DAS LASERSYSTEM FÜR DEN $4\ ^1S_0 \leftrightarrow 4\ ^1P_1$ ÜBERGANG IN KALZIUM

Das Lasersystem¹ ist für die Anregung des $4\ ^1S_0 \leftrightarrow 4\ ^1P_1$ Übergangs bei $\lambda = 422,7918\text{ nm}$ im neutralen Kalziumatom zuständig. Die Laserleistung bei dieser Wellenlänge liegt bei $P = 3\text{ mW}$. In den zwei folgenden Abschnitten wird auf die Komponenten des Lasersystems eingegangen, bevor im letzten Abschnitt die Frequenzstabilisierung nach Pound-Drever-Hall erläutert wird.

4.1 Optischer und mechanischer Aufbau

Das im Dioden-Laser DL 100 erzeugte Infrarot-Licht passiert einen optischen Isolator. Über ein Spiegelsystem sowie eine Linse wird der Strahl in einen Ring-Resonator eingekoppelt. Das blaue Licht wird durch einen Bismut-Triborat-Kristall, der die Laserfrequenz verdoppelt und sich innerhalb des Frequenzverdopplungs-Resonators befindet, erzeugt. Damit der Verdopplungsresonator die maximale Lichtleistung resonant einkoppelt, ist die Resonatorlänge durch einen Piezo angetriebenen Spiegel veränderbar.

Master Oszillator DL 100

Die Frequenz des emittierten Lichts einer freilaufenden Laserdiode kann durch eine Änderung des Stroms und der Temperatur an der Diode fein verstimmt werden. Dies hat jedoch zur Folge, dass Modensprünge auftreten können: Die Wellenlänge springt in einen anderen Wertebereich. Ein weiterer Nachteil einer frei laufenden Laserdiode wäre die große Linienbreite von $50 - 100\text{ MHz}$.

Durch eine Gitterrückkopplung nach Littrow [14] können diese zwei Punkte verbessert werden (siehe Abbildung 4.2). Das aus der Laserdiode emittierte Licht wird durch eine Linse kollimiert und trifft auf ein Refle-

¹ DL-SHG 110 von Toptica

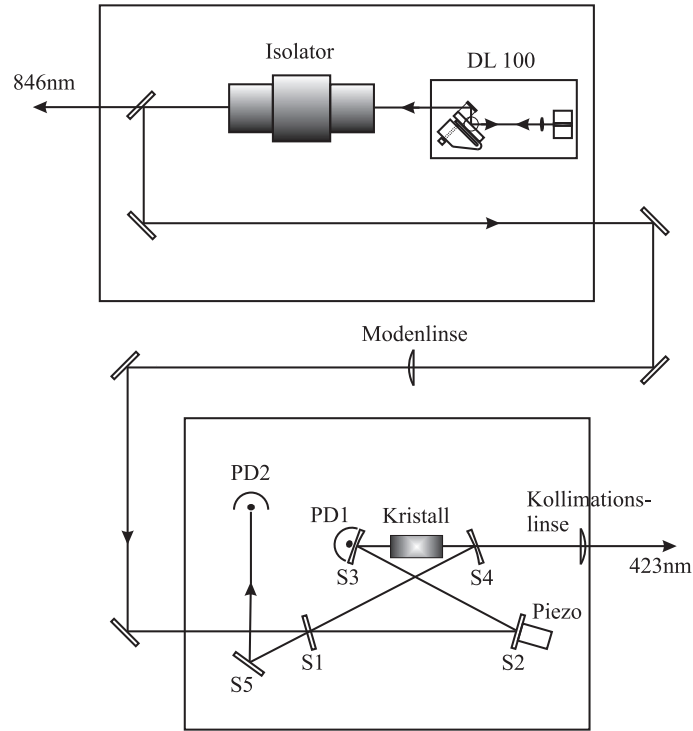


Abb. 4.1: Aufbau des DL-SHG 110

xionsgitter. Die Lage des Gitters zum einfallenden Strahl wird durch den Littrow-Winkel bestimmt:

$$\sin\alpha = \frac{k\lambda}{2d} \quad (4.1)$$

α ist hierbei der Winkel zwischen der Gitternormalen und dem einfallenden Strahl, $d = 556\text{ nm}$ gibt die Gitterkonstante und k die Beugungsordnung an.

Für $k = 1$ wird die erste Beugungsordnung des Gitters über den Kollimator in die Laserdiode zurückreflektiert, was zu einer Intensitätsverstärkung dieser Wellenlänge führt. Wird der Gitterwinkel α manuell oder über das Piezo-Element verändert, zwingt man den Laser über Gleichung (4.1) auf eine andere Wellenlänge. Bei zusätzlicher Anwendung der „feed-forward“ Funktion, welche den Diodenstrom linear mit der Piezospaltung ändert, gelingt eine Verstimmung der Frequenz ohne Modensprünge über einen Bereich von 20 GHz.

Die freilaufende Diode emittiert bei uns Licht bei einer Wellenlänge von $\lambda = 845,2\text{ nm}$ mit einer Leistung von 319 mW; mit der Gitterrückkopplung liegt die Wellenlänge bei 854,6 nm mit einer Leistung von 142 mW bei einem Strom von $I = 299\text{ mA}$ und einer Temperatur von $T = 20^\circ\text{C}$.

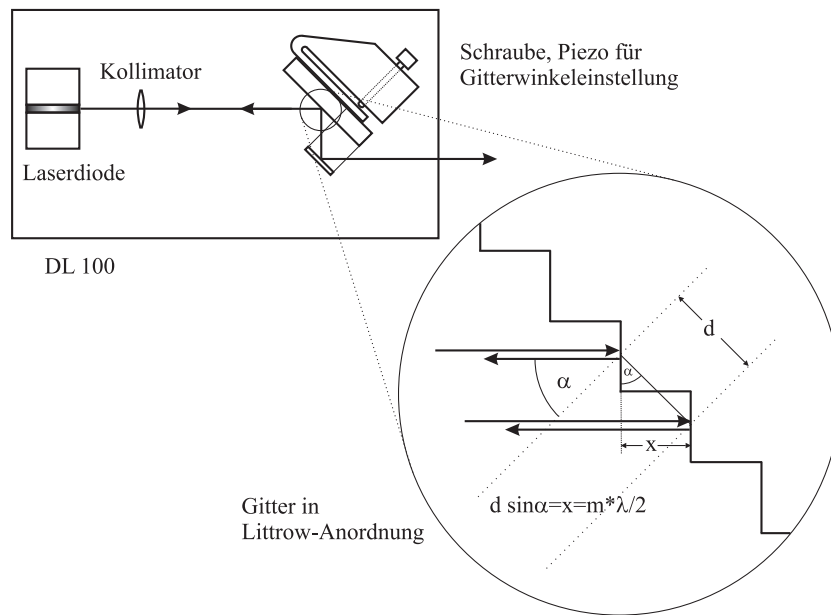


Abb. 4.2: Aufbau des Diodenlasers DL-100

Optischer Isolator und Moden-Linse

Der optische Faraday- Isolator verhindert, dass Licht in den DL 100 zurück-reflektiert wird und ermöglicht auf diese Weise einen stabileren Betrieb des Diodenlasers.

Die Modenlinse hat die Aufgabe, die Laserstrahlmode an die Fundamentalmode des Ringresonators anzupassen. Ihre Brennweite hängt von der Form des Strahlquerschnitts vor der Linse, der Geometrie des Ring-Resonators und der Größe des Kristalls ab.

Frequenz-Verdopplung

Der Ring-Resonator ist für die Einkopplung des Strahls in den Kristall und die Erhöhung der Lichtintensität zuständig. Die Geometrie des Resonators orientiert sich an der Theorie von Boyd und Kleinmann [15]. Aufgebaut ist der Resonator aus den vier Spiegeln S1-S4. Um den Resonator an die vom Master-Laser vorgegebene Modenstruktur anzupassen, kann seine Länge durch den Spiegel S2, welcher sich auf einem Piezo-Element befindet, verändert werden. Die Längenstabilisierung erfolgt durch das Pound-Drever-Hall-Verfahren, welches in Abschnitt 4.3 erläutert wird.

Für die Darstellung des Resonator-internen Modenspektrums nimmt die Photodiode PD1 die transmittierte Intensität am Spiegel S3 auf. Sowohl zwischen dem Spiegelpaar S1 und S2, als auch zwischen dem Spiegelpaar

S3 und S4 befindet sich ein Fokus, wobei der Kristall, welcher die Frequenz verdoppelt sich in dem zuletzt genannten Brennpunkt befindet. Damit das Lasersystem einen parallelen Ausgangsstrahl erzeugt, bündelt die Kollimatorlinse den aus dem Resonator ausgekoppelten Teilstrahl.

Kristall

Bei der Erzeugung von frequenzverdoppeltem Licht handelt es sich um einen Effekt der nichtlinearen Optik. Läuft eine monochromatische Lichtwelle $\vec{E}(t, z) = \vec{E}_0 e^{i(\omega t - kz)}$ durch einen Kristall, so werden die Elektronen zu Schwingungen angeregt und Dipolmomente $\vec{p} \propto \vec{E}$ erzeugt. Die Summe dieser Dipolmomente pro Volumeneinheit ist die dielektrische Polarisisation

$$P_i = \epsilon_0 \left(\chi_{ij}^{(1)} E_j + \chi_{ijk}^{(2)} E_j E_k + \dots \right) \quad (4.2)$$

wobei ϵ_0 die Dielektrizitätskonstante und χ^n der Tensor $(n+1)$ -ter Stufe der Suszeptibilität ist.

Geht man von einer in x -Richtung linear polarisierten Lichtwelle $\vec{E}_0 = (E_x, 0, 0)$ aus, so wird aus (4.2)

$$P_i = \epsilon_0 \left(\chi_{ix}^{(1)} E_x e^{i(\omega t - kz)} + \chi_{ixx}^{(2)} E_x^2 e^{i(2\omega t - 2kz)} + \dots \right). \quad (4.3)$$

Dies bedeutet, dass die induziert schwingenden Dipolsysteme, bestehend aus Atomkernen und Elektronen, neben einer Welle mit der Frequenz ω auch Wellen mit Vielfachen der Grundfrequenz ausstrahlen. Diese Erzeugung von höheren harmonischen Ordnungen ist abhängig von der Intensität des einfallenden Lichts, den Suszeptibilitätstensoren und der Phasenanpassung der ausgesandten Teilwellen. Die zwei letzteren Punkte sind Eigenschaften des verwendeten Kristalls, welche von seiner Temperatur und seiner Orientierung bezüglich des einfallenden Strahls abhängig sind. In unserem System befindet sich ein Bismut-Triborat-Kristall, welcher für die Erzeugung von blauem aus infrarotem Licht geeignet ist. Er eignet sich für Temperaturen von 15°C bis 30°C .

4.2 Komponenten der Lasersteuerung

Die Lasersteuerungseinheit ist modular aufgebaut und enthält für den DL 100 folgende Komponenten:

- Diodenstrom-Kontrollmodul DCC 110

- Diodentemperatur-Kontrollmodul DTC 110
- Frequenzverstimmungs-Kontrollmodul SC 110

Für die Frequenzverdopplung enthält es:

- Resonatorscan-Kontrollmodul SC 110
- Kristalltemperatur-Kontrollmodul DTC 110
- PID-Kontrollmodul PID 110
- Pound-Drever-Kontrollmodul PDD 110

4.3 Pound-Drever-Hall Frequenzstabilisierung

Die Länge des Verdopplungsresonators muss an die aktuelle Frequenz des Master-Lasers angepasst werden, damit die maximale Intensität eingekoppelt wird. Hierfür wird bei unserem Lasersystem das Pound-Drever-Hall-Verfahren angewendet [16].

Diese Frequenzstabilisierung beruht darauf, die vom Resonator reflektierte Intensität möglichst gering zu halten. Licht kann nur durch einen Resonator transmittiert werden, wenn seine Frequenz einem ganzen Vielfachen des freien Spektralbereichs (FSR²)

$$\Delta\nu_{FSR} = \frac{c}{2L} \quad (4.4)$$

entspricht, wobei L die Länge des Resonators ist. Die Pound-Drever-Hall-Methode erzeugt aus diesem je nach Laserfrequenz unterschiedlich stark reflektiertem Licht ein Fehlersignal.

Das Ziel jeder Erzeugung eines Fehlersignals ist es, das Signal proportional zu der Abweichung vom Sollwert und mit maximaler Steigung zu generieren. In Abbildung 4.3 ist ein berechnetes Pound-Drever-Hall- und ein optimales Fehlersignal gezeigt. Als eigentliches Fehlersignal kann nur die Flanke durch die x -Achse verwendet werden, da nur hier das Signal proportional zu der Abweichung vom Sollwert ist. Ein anderes Fehlersignal, das FMTS-Fehlersignal wird in Abschnitt 7.3.2 erläutert.

Damit auf das Minimum der reflektierten Intensität stabilisiert werden kann, muss Kenntnis darüber erlangt werden, auf welcher Seite des Minimums man sich befindet. Dies erfolgt durch sinusförmiges Variieren der

² Free Spectral Range

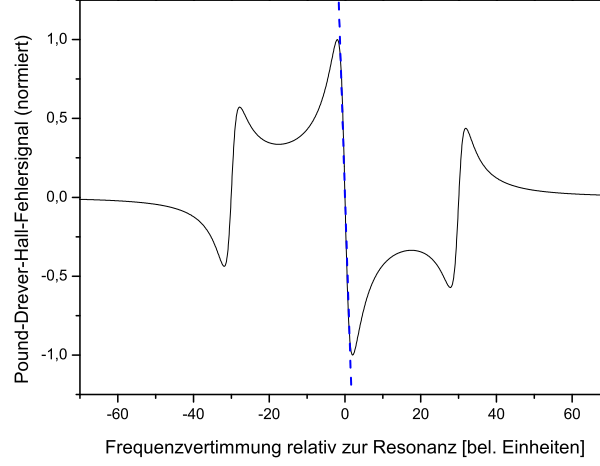


Abb. 4.3: Das Pound-Drever-Hall-Fehlersignal und ein optimales Fehlersignal (gestrichelt)

Laserfrequenz, wobei sich die reflektierte Intensität ebenfalls sinusförmig ändert. Befindet man sich auf der Seite der reflektierten Intensität mit positiver Steigung, so ist die reflektierte Welle in Phase mit der Laserfrequenz-Variation. Auf der Seite mit negativer Steigung liegt ein Phasenunterschied von 180° vor.

Durch die Informationen über die reflektierte Intensität und die Phase wird das Pound-Drever-Hall-Fehlersignal erzeugt. Dieses Signal wird an einen PID-Regler gegeben, der eine Ausgabespannung generiert. Diese wird verstärkt an den Piezo für die Längenänderung des Resonators gegeben.

Im folgenden wird dieses Fehlersignal hergeleitet. Für symmetrische Resonatoren mit keinen Verlusten kann der Reflektionskoeffizient $F(\omega)$ aus dem Verhältnis von reflektiertem zu transmittiertem Licht berechnet werden:

$$F(\omega) = \frac{r \left(\exp \left(i \frac{\omega}{\Delta\nu_{FSR}} \right) - 1 \right)}{1 - r^2 \exp \left(i \frac{\omega}{\Delta\nu_{FSR}} \right)} \quad (4.5)$$

Dabei ist r der Reflektionskoeffizient der Spiegel. Das Lichtfeld des modulierten Laserstrahls ist durch

$$E_{ein}(t) = \frac{E_0}{2} e^{i(\omega t + \beta \sin(\omega_M t))} + c.c. \quad (4.6)$$

$$= \frac{E_0}{2} e^{i(\omega t)} \cdot \sum_{n=-\infty}^{\infty} J_n(\beta) e^{in\omega_M t} + c.c. \quad (4.7)$$

gegeben. Es werden also zusätzliche Frequenzen bei den Vielfachen von ω_m

erzeugt. Die Größe des n -ten Seitenbands ist durch die Besselfunktion $J_n(\beta)$ gegeben. Bei der Erzeugung des Pound-Drever-Hall-Fehlersignals wird, im Gegensatz zur FMTS-Spektroskopie, nur so stark moduliert, dass zwei Seitenbänder entstehen. Daher kann Gleichung (4.7) vereinfacht werden:

$$E_{ein}(t) \approx \frac{E_0}{2} \left(J_0(\beta) e^{i\omega t} + J_1(\beta) e^{i(\omega+\omega_M)t} - J_1(\beta) e^{i(\omega-\omega_M)t} \right) + c.c. \quad (4.8)$$

Es treffen also drei Strahlen mit verschiedenen Frequenzen auf den Resonator. Der am Resonator reflektierte Strahl ist gegeben durch

$$E_{ref}(t) = \frac{E_0}{2} \left(F(\omega) J_0(\beta) e^{i\omega t} + F(\omega + \omega_M) J_1(\beta) e^{i(\omega+\omega_M)t} - F(\omega - \omega_M) J_1(\beta) e^{i(\omega-\omega_M)t} \right) + c.c. \quad (4.9)$$

Eine Photodiode detektiert die Leistung $P_{ref} = |E_{ref}(t)|^2$. Das Signal wird mit der Modulationsfrequenz ω_M gemischt, wodurch das Pound-Drever-Hall-Fehlersignal

$$\epsilon = -2\sqrt{P_\omega P_{\omega \pm \omega_M}} \cdot \text{Im} [F(\omega) F^*(\omega + \omega_M) - F^*(\omega) F(\omega - \omega_M)] \quad (4.10)$$

erzeugt wird (siehe Abbildung 4.3). P_ω und $P_{\omega \pm \omega_M}$ sind die Koeffizienten der reflektierten Leistungen bei der Trägerfrequenz ω und bei den Seitenbändern mit der Frequenz $\omega \pm \omega_M$.

5. MESSUNG VON WELLENLÄNGEN

Das spektrale Auflösungsvermögen eines Interferometers kann durch das Rayleigh-Kriterium angegeben werden: Zwei Wellenlängen λ_1 und $\lambda_2 = \lambda_1 + \Delta\lambda$ können gerade noch aufgelöst werden, wenn das Interferenzmaximum der ersten Wellenlänge mit dem Minimum der zweiten Wellenlänge zusammenfällt. Für das Maximum der Wegdifferenz der interferierenden Teilstrahlen gilt

$$\Delta s = 2n\lambda_1 \quad (5.1)$$

und für das Minimum

$$\Delta s = 2(n - 1)\lambda_2 \quad (5.2)$$

mit $n \in \mathbb{N}$. Eliminiert man n und setzt $\lambda^2 = \lambda_1\lambda_2$, so erhält man für das spektrale Auflösungsvermögen eines Interferometers

$$\frac{\lambda}{\Delta\lambda} \leq \frac{\Delta s}{\lambda}. \quad (5.3)$$

Der Weg Δs der interferierenden Teilstrahlen sollte somit möglichst groß gewählt werden, muss jedoch kleiner als die Kohärenzlänge des zu messenden Lichts sein, da sonst das Interferenzmuster verschwindet.

Im folgenden werden Verfahren vorgestellt, mit denen die Wellenlänge durch unterschiedliche Arten von Interferenzzeugung gemessen werden kann.

Im **Michelson-Interferometer** wird das zu messende Laserlicht mit einem Referenzlaserstrahl verglichen (Abbildung 5.1). Das Licht des Referenzlasers wird durch den Strahlteiler ST1 zweigeteilt, ein Teil passiert eine variable Wegstrecke und wird mit dem anderen Teil (gestrichelter Strahl) zur Interferenz gebracht. Die Photodiode PD1 misst die zeitabhängige Intensität. Der Lichtstrahl des Lasers mit der gesuchten Wellenlänge legt die gleichen Wege antiparallel zurück. Die zweite Photodiode PD2 misst auch hier die Interferenzintensität. Durch Vergleich der beiden Zählraten der Interferenzmaxima erhält man die gesuchte Wellenlänge. Die relative Genauigkeit ist bei dieser Methode besser als 10^{-8} .

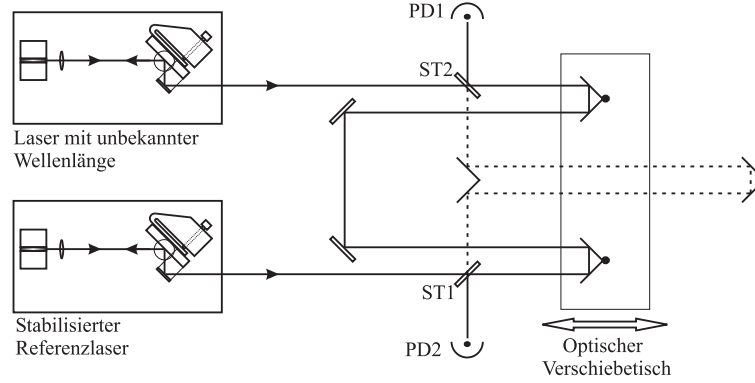


Abb. 5.1: Strahlengang in einem Michelson-Interferometer zur Wellenlängenmessung

Beim **Fabry-Perot Wavemeter** wird ausgenützt, dass zwei planparallele Glas- oder Quarzplatten (auch Etalon genannt) ein senkrecht dazu einfallendes aufgeweitetes Laserstrahlenbündel in ein konzentrisches Interferenzringsystem abbilden. Der Winkel β_l gibt dabei die Richtung zum l -ten Ring an. Die Wellenlänge berechnet sich aus

$$m\lambda = 2n_L d \cos \beta_l \quad (5.4)$$

mit dem Brechungsindex n_L für Luft, dem Plattenabstand d und $m = m_0 + l$, $m \in \mathbb{N}$. m_0 erhält man aus einer Messung an einem dünnen Fabry-Perot-Etalon. Durch gleichzeitiges Messen an dickeren Etalons erhöht man die Genauigkeit der Wellenlänge.

Bei dem von uns verwendeten Wavemeter handelt es sich um das Wavelengthmeter WS/Ultimate-30 der Firma HighFinesse, welches auf dem Prinzip des **Fizeau-Interferometers** basiert [17]. Der Aufbau eines Fizeau-Interferometers ist in Abbildung (5.2) schematisch dargestellt. Das zu messende Laserlicht wird stark aufgeweitet und fällt auf zwei keilförmig angeordnete Quarzplatten, die einen kleinen Winkel $\phi \approx 0,05^\circ$ einschließen. Der Teilstrahl A , welcher an der unteren Platte reflektiert wird, interferiert konstruktiv mit dem Teilstrahl A' , der an der Unterseite der oberen Platte reflektiert wird, wenn der Wegunterschied zwischen den Strahlen einem Vielfachen der Wellenlänge entspricht. Die Wegdifferenz Δs ist die Strecke, die der Lichtstrahl innerhalb des Keils zurücklegt. Für kleine ϕ ergibt sich

$$\Delta s = \frac{2n_L d(x)}{\cos \beta}. \quad (5.5)$$

Die nächste konstruktive Interferenz ergibt sich, wenn ein weiterer Wellenzug

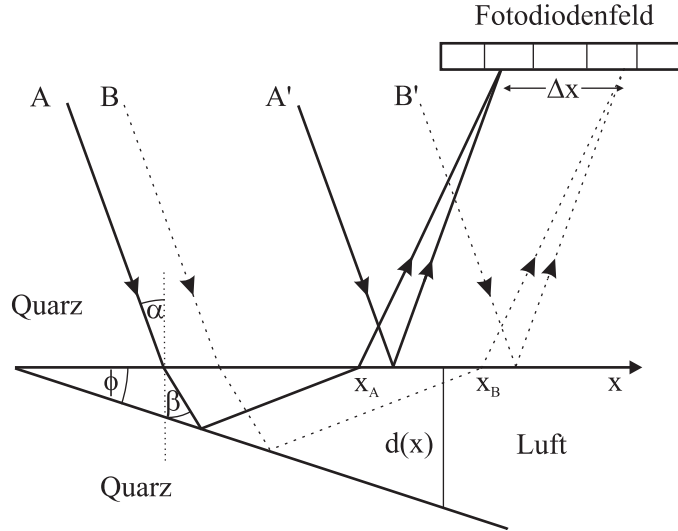


Abb. 5.2: Funktionsweise des Fizeau-Interferometers

auf die Wegstrecke im Keil passt (der gestrichelte Strahl B in Abbildung 5.2).

$$\Delta s_B - \Delta s_A = \lambda = \frac{2n_L}{\cos \beta} (d(x_B) - d(x_A)) \quad (5.6)$$

Mit $\tan \phi = \frac{d(x)}{x}$ ergibt sich für die Abstände der Interferenzmaxima auf dem Fotodiodenfeld:

$$\Delta x = \frac{\lambda \cos \beta}{2n_L \tan \phi} \quad (5.7)$$

Durch ein Ausmessen dieser Abstände kann die Wellenlänge mit einer Genauigkeit von etwa 10^{-4} angegeben werden.

Durch Korrelation der Messergebnisse von sechs Fizeau-Interferometern, welche sich in freiem Spektralbereich und der Finesse unterscheiden, erreicht das Wavemeter von High Finesse eine relative Genauigkeit von $3 \cdot 10^{-8}$, was einer absoluten Genauigkeit von 10 MHz bei 350 THz entspricht (das ist eine Genauigkeit von 0,026 pm bei 850 nm). Die hohe Genauigkeit wird durch einen nichtbeweglichen Aufbau der optischen Komponenten sowie eine thermische Isolierung ermöglicht.

Gemessen werden können Wellenlängen von 350 nm bis 1120 nm. Eingeleitet wird die Laserwellenlänge über eine Glasfaser, wobei die Laserleistung zwischen $0,06 \mu\text{W}$ und $15 \mu\text{W}$ liegen sollte, im infraroten Bereich ungefähr bei der doppelten Leistung. Empfohlen wird das Einlesen mit einer Einmoden-Glasfaser, da der Lichtstrahl dann unter einem definierten Winkel in das Wavemeter gelangt. Da es jedoch unser Ziel war, mehrere Laser (welche sowohl im infraroten wie auch im nahen ultravioletten Frequenzbereich Licht emittieren) kurz nacheinander messen zu können, wird von uns

eine Multimoden-Glasfaser verwendet. Nachteil dieser Methode ist, dass es vereinzelt zu Sprüngen von ~ 50 MHz in der Messung kommen kann. Dies ist darauf zurückzuführen, dass aufgrund des schrägen Einfallwinkels auf die Fizeau-Interferometer Fehler bei der Wellenlängenbestimmung über das Photodiodenarray entstehen können.

Die Verbindung zum PC erfolgt mittels einer PCI-Karte. Dabei sind prinzipiell Einleseraten von bis zu 200 Hz erreichbar; mit dem verwendeten PC-System und der Programmiersprache Labview werden ca. 30 Hz erreicht.

Der Hersteller empfiehlt eine Kalibrierung des Wavemeters alle zwei Wochen mit einem stabilisierten HeNe Laser. Mit der Modulations-Transfer-Spektroskopie (siehe Abschnitt 7.3.2) kann die Genauigkeit des Wavemeters auf ca. 0,5 MHz angegeben und darüber geeicht werden.

6. FREQUENZSTABILISIERUNG UND -VERSTIMMUNG VON LASERN

Damit ein Laser über längere Zeit bei einer Frequenz Licht emittiert, muss er von außen bei dieser Frequenz stabilisiert werden. Ohne diese aktive Stabilisierung driftet ein Dioden-Laser aufgrund von Temperatur- und Laserstromschwankungen um mehrere hundert MHz pro Stunde. Im Abschnitt 3.4 wurde gezeigt, in welchen Bereichen die Laserfrequenzen schwanken dürfen, um die jeweiligen Übergänge anregen zu können.

Es werden verschiedene Methoden eingesetzt, um diese Drift zu verhindern. Das Grundprinzip besteht darin, ein Fehlersignal bei der Zielfrequenz zu erzeugen. Hierfür wird eine Referenzfrequenz benötigt, welche typischerweise durch einen atomaren Übergang oder einen stabilen Resonator gegeben ist. Die wesentliche Eigenschaft dieser Signale ist ein geradliniger Nulldurchgang bei der Zielfrequenz. Wird dieses Signal in einen dafür abgestimmten Regler gegeben, so kann die dadurch erzeugte Ausgabe den Laser stabilisieren.

In diesem Kapitel wird eine Methode vorgestellt, um einen oder mehrere Laser durch ein Fizeau-Wavemeter mit Hilfe eines Computers stabil bei beliebigen Frequenzen zu halten. Außerdem kann dieses Verfahren für die Aufzeichnung spektroskopischer Signale in Abhängigkeit von der Frequenz eingesetzt werden.

6.1 Frequenzstabilisierung eines Lasers

Die Kontrolle über die Frequenz eines Lasers basiert auf einem Regelkreis. Dieser besteht aus dem zu regelnden Laser, einem schnellen Fizeau-Wavemeter und einem Computer. Die aktuelle Wellenlänge des Lasers wird über das Wavemeter in den PC eingelesen, wo sie mit einer frei wählbaren Zielwellenlänge verglichen wird. Die Abweichung wird in einen Software PID-Regler eingelesen, welcher ein Ausgabesignal generiert. Dieses wird

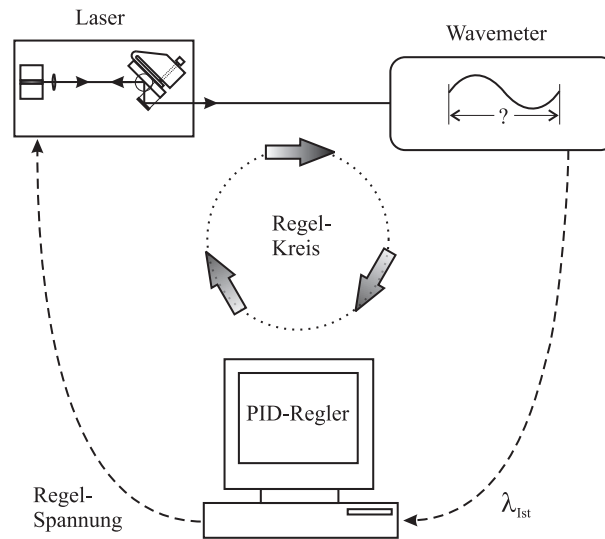


Abb. 6.1: Prinzip der Laserfrequenzstabilisierung

über einen Digital-Analog-Wandler¹ an den Laser weitergeleitet, der dadurch seine Wellenlänge in Richtung Zielwellenlänge ändert. Nach mehreren Regelzyklen ist der Laser bei der geforderten Wellenlänge.

6.1.1 Einlesen und Verarbeitung der Wellenlänge

Bei den von uns verwendeten Diodenlasern wird ein kleiner Teil des erzeugten Lichts über einen Strahlteiler für die Wellenlängenmessung ausgekoppelt. Der Teilstrahl wird mittels Glasfasern und einem Spiegelsystem zum Wavemeter geführt, welches die aktuelle Wellenlänge circa 30 Mal pro Sekunde an den Computer übermittelt. Dort wird mit einem selbstgeschriebenen Programm diese Ist-Wellenlänge λ_{Ist} mit einer Sollwellenlänge λ_{Soll} verglichen und die Abweichung $\Delta\lambda = \lambda_{Soll} - \lambda_{Ist}$ berechnet. Die aktuelle Abweichung $\Delta\lambda_i$ geht dann in eine Proportional-Integral-Differential-Regelung (PID) und erzeugt das Ausgabesignal a_i :

$$a_i = G \left(\Delta\lambda_i + I \sum_{j \leq i} \Delta\lambda_j \Delta t + D \frac{\Delta\lambda_i - \Delta\lambda_{i-1}}{\Delta t} \right) \quad (6.1)$$

I ist hierbei die Gewichtung der Integral-Regelung, D die Gewichtung der Differential-Regelung. G gibt die Stärke der Gesamtregelung vor. Die Zeitkonstante Δt ist gleich der Dauer eines Regelzyklus. Ein großer Vorteil des Software-PID-Reglers gegenüber eines Hardware-PID-Reglers besteht darin, dass sein Integralteil immer weiter Zahlen aufsummieren kann (in der

¹ BNC-2090 von National Instruments

Hardware-Version ist der verwendete Kondensator nach einer gewissen Zeit vollständig geladen).

Das aktuelle Ausgabesignal a_i wird an einen Digital-Analog-Wandler gegeben, welcher das Signal in einen analogen Spannungswert umwandelt. Dieser wird über einen Tiefpass, der hochfrequentes Störrauschen ausblendet, an den zu regelnden Laser weitergeleitet. Der Laser variiert entsprechend Gittereinstellung und Strom und ändert dadurch seine Wellenlänge in Richtung Sollwellenlänge. Die Lasersteckkarte, welche die externe Spannung an den Laser gibt, wird in Anhang A.1 näher erläutert.

In Abbildung 6.2 ist ein Histogramm der Frequenzschwankung für die Regelung des Lasers bei 423 nm gezeigt. Die Standardabweichung liegt bei 0,61 MHz. Da die Sollfrequenz auch während des Regelns geändert werden

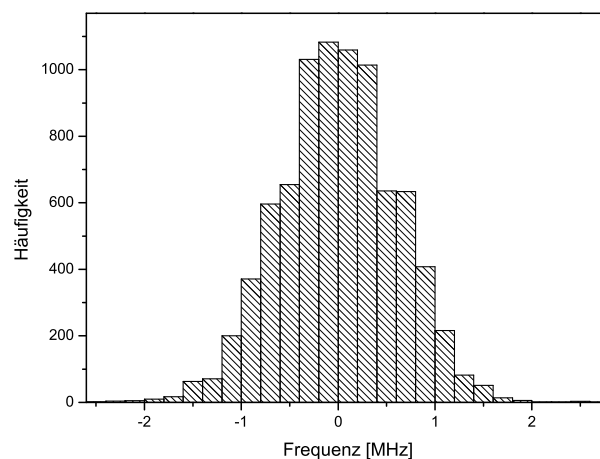


Abb. 6.2: Frequenzverteilung bei Regelung auf eine Wellenlänge

kann, ist es möglich, den Laser innerhalb kurzer Zeit zu verschiedenen, genau vorgegebenen Wellenlängen zu dirigieren. In Abbildung 6.3 sieht man, wie der Laser bei 423 nm nacheinander bei verschiedenen Frequenzen geregelt wurde. Die Stabilisierung bei einer neuen Zielwellenlänge erfolgt bei den gewählten PID-Parametern innerhalb von 3 – 4 Sekunden.

6.1.2 PID-Regelparameter

Es existieren verschiedene Verfahren, um die richtigen Regelparameter G , I und D in Gleichung (6.1) zu finden. Hier soll die Methode „closed loops“ nach Ziegler und Nichols vorgestellt werden [18].

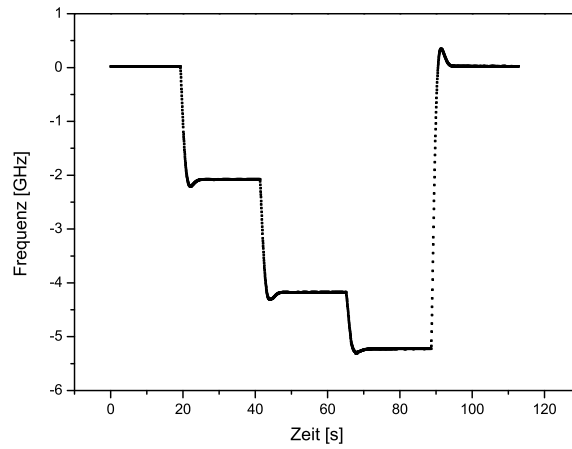


Abb. 6.3: Regeln eines Lasers bei unterschiedlichen Frequenzen

Zuerst werden alle Parameter auf Null gesetzt. Dann wird G solange erhöht, bis die Abweichung $\Delta\lambda$ mit konstanter Amplitude bei einer Periodendauer P schwingt. Die bei G_{Krit} zu wählenden Parameter sind dann:

- $G = 0,6 \cdot G_{Krit}$
- $I = \frac{2}{P}$
- $D = \frac{P}{8}$

Durch geringe Variation der oben genannten Werte konnte die Regelung nochmals verbessert werden.

6.2 Kontrolliertes Verstimmen der Laserfrequenz

Viele Anwendungen erfordern ein kontinuierliches Durchstimmen des Lasers in einem bestimmten Frequenzbereich. Das bisherige Verfahren besteht darin, dass die Spannung am Gitterpiezo des Lasers kontinuierlich geändert und dadurch die Frequenz des emittierten Lichts verändert wird. Um einen Zusammenhang zwischen dieser Spannung und der Laserfrequenz zu erhalten, wird das Laserlicht gleichzeitig in einen Resonator eingekoppelt und die Resonatormoden aufgezeichnet. Da der Abstand dieser Moden über den freien Spektralbereich des Resonators bekannt ist, lässt sich eine relative Frequenzabhängigkeit der Gitterspannung angeben.

Die in Abschnitt 6.1 gezeigte Laserregelung ermöglicht eine weitaus elegantere Methode der Laserverstimmung. Anstatt die Sollwellenlänge festzuhalten, wird sie jetzt im Programm linear verändert. Da sich die programminterne PID-Regelung am aktuellen Sollwert orientiert, führt sie die Laserwellenlänge entsprechend mit.

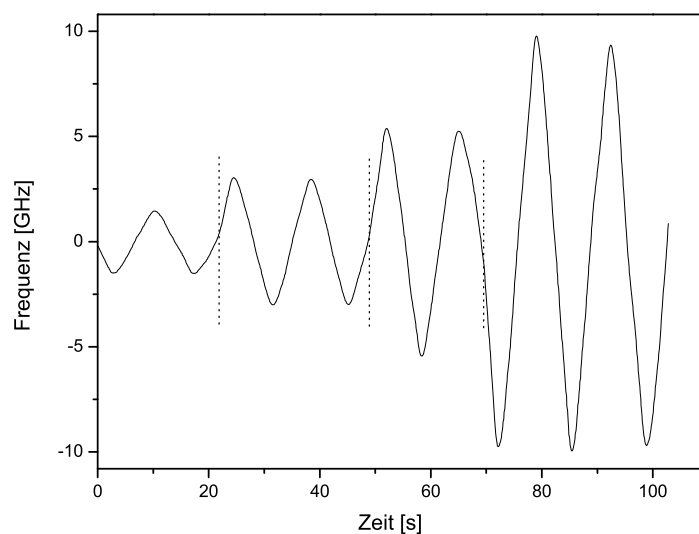


Abb. 6.4: Frequenzdurchstimmung bei verschiedenen Amplituden

Damit der Laser kontinuierlich verstimmt wird, wurde für die Änderung der Sollwellenlänge eine abwechselnd linear auf- und absteigende Rampe gewählt. Dadurch ändert sich die Laserwellenlänge dreieckförmig periodisch. Durch die Angabe der Mittenwellenlänge und der Amplitude der dreieckförmigen Kurve kann der geforderte Frequenzbereich ausgewählt werden. Die Durchstimmgeschwindigkeit kann durch die Periodendauer festgelegt werden. Abbildung 6.4 zeigt, wie der Laser bei 423 nm bei verschiedenen Amplituden verstimmt wird. In Kapitel 7 wird diese Methode dann verwendet, um die Signale direkt über der entsprechenden Frequenz aufzutragen.

Neben dieser linear auf- und absteigenden Rampe sind auch für andere Anwendungen passende Formen denkbar. Falls beispielsweise nur in eine Richtung durchgestimmt werden soll, kann die Rückführung auch schnell geschehen, dann steigt jedoch die Wahrscheinlichkeit, dass der Laser aus der internen Regelung läuft. Eine andere Möglichkeit wäre, dass abwechselnd auf verschiedenen Frequenzen geregelt wird.

6.3 Frequenzstabilisierung mehrerer Laser

Um mehrere Laser jeweils bei einer Frequenz zu halten, bräuchte man mit der oben vorgestellten Stabilisierungsmethode für jeden Laser ein Wavemeter und einen PC. Wie die Regelung trotzdem mit nur einem Wavemeter gelingt, wird hier vorgestellt.

Wie in Abbildung 6.5 zu sehen ist, werden die Laserstrahlen über ein Spiegelsystem zum Wavemeter geführt. Die einzelnen Strahlengänge können durch Shutter unterbrochen werden. Gesteuert werden diese vom „Shutter Master“, über den die Shutter von Hand oder über den PC per TTL-Puls geöffnet und geschlossen werden können (näheres hierzu im Anhang A.2). Es wurde eine Sequenz programmiert, in der die Shutter derart gestellt wer-

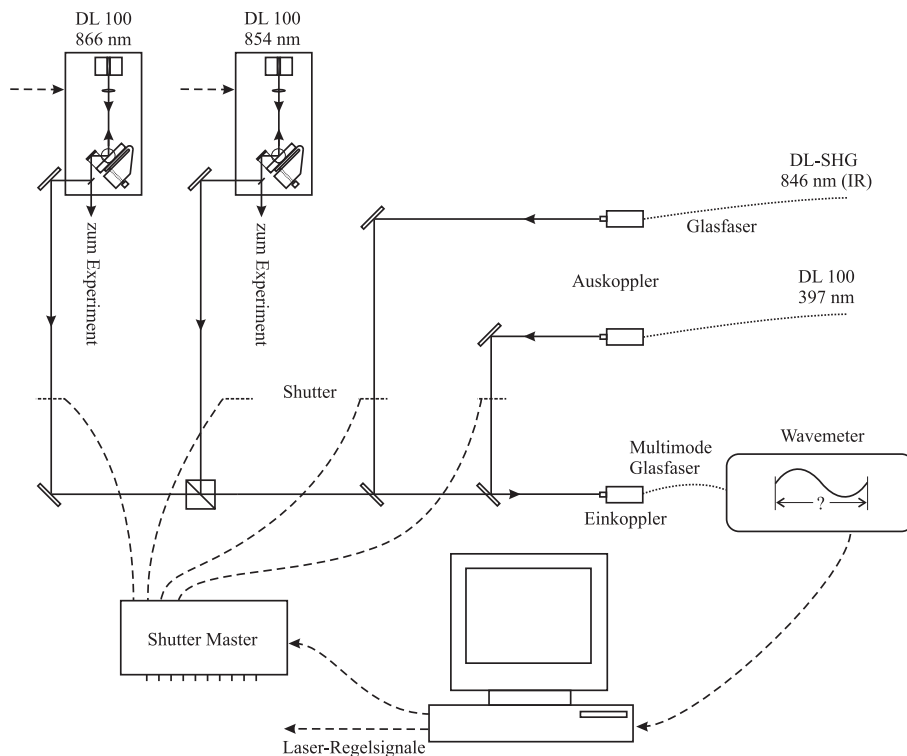


Abb. 6.5: Abwechselndes Einlesen von Lasern in das Wavemeter

den, dass ein Laser vom Wavemeter eingelesen und dieser dann im nächsten Sequenzschritt auf die Zielfrequenz geregelt wird. Dieses Schema wiederholt sich nacheinander für jeden zu regelnden Laser. Für eine dauerhafte Regelung befindet sich die Gesamtsequenz in einer Schleife, die beliebig oft wiederholt werden kann.

Da die verwendete PC-Karte nur über zwei Digital-Analog-Wandler verfügt, konnten nur zwei Laser gleichzeitig geregelt werden. In den Abbil-

dungen 6.6 und 6.7 sind die zwei Laser bei 854 nm und 866 nm einmal ohne Regelung und einmal geregelt aufgenommen. Hierbei wurde eine Regeldauer von 6 s mit einer Pause von 1 s für die Shutterverstellung gewählt. Bei

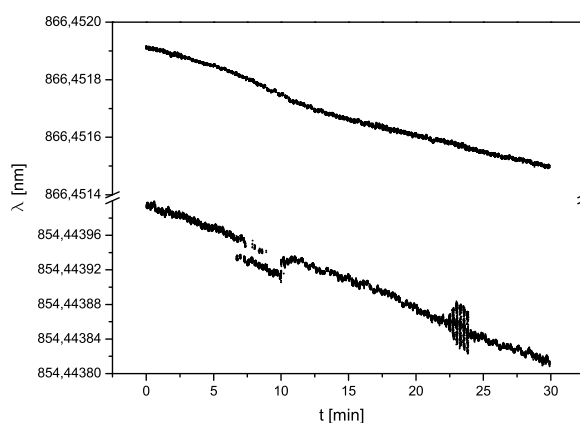


Abb. 6.6: Zeitlicher Frequenzverlauf von zwei unregelten Lasern

beiden Lasern ist ein deutliches Driften der Frequenz zu erkennen. Es liegt ein nahezu linearer Abfall der Wellenlänge vor. Die Änderung des Lasers bei 866 nm liegt bei umgerechnet 0,6 pm/h (240 MHz/h). Der Frequenzverlauf des Lasers bei 854 nm zeigt in zwei Bereichen Modensprünge. Die Änderung beläuft sich hier auf 0,34 pm/h (140 MHz/h).

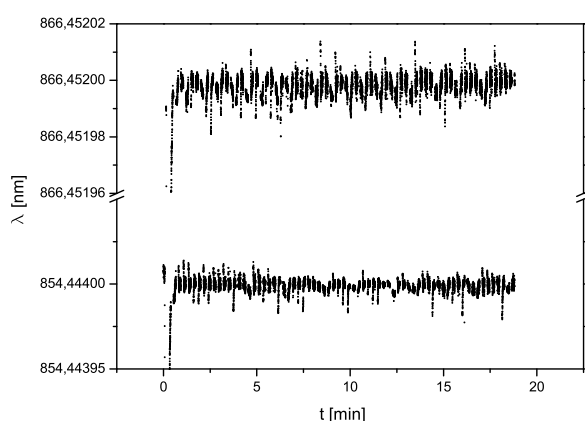


Abb. 6.7: Zeitlicher Frequenzverlauf zweier geregelter Laser

Zu Beginn der geregelten Frequenzverläufe ist zu sehen, wie beide Laser schnell bei den Zielwellenlängen 866,45200 nm und 854,44400 nm stabilisiert

werden. Die Schwankung um diese Werte liegt bei 0,01 pm (4 MHz).

Da die PC-Karte, welche die Regelspannungen an die Laser gibt, nur über zwei analoge Ausgänge verfügt, können beim Fallenexperiment nur die Wellenlängen der zwei Laser bei 854 nm und 866 nm stabilisiert werden. Die Wellenlängen der Laser bei 397 nm und bei 423 nm werden nur eingelesen und auf dem Bildschirm ausgegeben; sollte es zu einer Driftbewegung oder einem Modensprung kommen, so muss per Hand die richtige Frequenz eingestellt werden.

7. SPEKTROSKOPIE

Untersucht wird in der Spektroskopie die Absorption und Emission von Photonen in Abhängigkeit von der Frequenz durch Atome und Moleküle, welche dabei ihren internen Energiezustand ändern.

In einem typischen Aufbau zur Laser-Absorptionspektroskopie wird das Laserlicht dreigeteilt, ein Strahl wird durch eine Absorptionszelle geführt und trifft auf eine Photodiode, während ein zweiter Teil direkt auf eine andere Photodiode trifft. Das Absorptionssignal erhält man durch Division der Photodiodensignale während man den Laser durchstimmt. Eine relative Frequenzkalibrierung der Messung erhält man zum Beispiel dadurch, dass der dritte Teilstrahl ein Fabry-Perot-Interferometer passiert und eine weitere Photodiode die Transmissions-Signale im Abstand $\delta\nu = \frac{c}{2d}$ aufnimmt (freier Spektralbereich). Für eine absolute Frequenzkalibrierung wird noch ein genaues Wavemeter oder eine Referenzzelle mit bekannten Absorptionslinien benötigt.

Das in Abschnitt 6.2 vorgestellte Verfahren, bei der ein Laser direkt über seine Frequenz verstimmt wird, hat folgende Vorteile:

- Indem das Absorptionssignal in den PC eingelesen wird, kann es direkt über der Frequenz oder der Wellenlänge aufgetragen werden. Die Frequenzkalibrierung des Messsignals ist damit direkt gegeben!
- Man benötigt kein Fabry-Perot-Interferometer für die Frequenzkalibrierung. Es muss nicht zwischen den Resonanzen des Interferometers interpoliert werden. Außerdem steht damit für das spektroskopische Experiment mehr Lichtleistung zur Verfügung, da das Wavemeter nur Leistungen im Bereich von μW benötigt.
- Da die Frequenz nicht einer Spannung am Piezo zugeordnet wird, kommt es zu keinen Hysterese-Effekten. Die Langzeitgenauigkeit ist somit bei uns besser.

- Durch einfaches Ändern der zwei Scanparameter Mittenfrequenz und Amplitude der Dreieckskurve können schnell verschiedene Frequenzbereiche nach Absorptionslinien abgetastet werden.
- Die Änderung der Periodendauer der Dreiecksfrequenz ermöglicht ein Optimieren der Scangeschwindigkeit. (Die Änderung der Scanparameter erfolgt durch Eingabe am Computer.)

7.1 Die natürliche Linienbreite

Befinden sich in einem elektromagnetischen Strahlungsfeld Atome mit den Energieeigenwerten E_G und E_A , so kann Licht der Frequenz ω_0 absorbiert werden, wenn die Bedingung

$$\hbar\omega_0 = E_A - E_G \quad (7.1)$$

erfüllt ist.

Tatsächlich handelt es sich bei ω_0 um die Mittenfrequenz einer Verteilungsfunktion, welche wie folgt erklärt werden kann.

Befindet sich ein Atom im angeregten Zustand der Energie E_A , so kann es unter spontaner Emission eines Quants $\hbar\omega_0$ in den Grundzustand der Energie E_G übergehen. Klassisch betrachtet wechselt ein Elektron seinen Energiezustand zwischen zwei Schalen und erzeugt mit dem Kern einen zeitabhängigen Dipol, der Energie in Form von Licht abstrahlt. Diese Energieabstrahlung kann im Modell des klassischen Oszillators als Dämpfung der harmonischen Schwingung des Elektrons interpretiert werden. Die Lösung der Differentialgleichung $\ddot{x}(t) + \gamma\dot{x}(t) + \omega_0^2 x(t) = 0$ des gedämpften harmonischen Oszillators mit der Dämpfungskonstante γ und der Eigenfrequenz ω_0 lautet für kleine Dämpfungen ($\gamma \ll \omega_0$)

$$x(t) = x_0 e^{-\frac{\gamma}{2}t} \cos(\omega_0 t). \quad (7.2)$$

Bei solch einer gedämpften Schwingung ist die ausgesandte Welle nicht monochromatisch, sondern besitzt eine Frequenzverteilung. Ihre Amplitude erhält man durch Fourier-Transformation

$$A(\omega) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} x(t) e^{-i\omega t} dt. \quad (7.3)$$

Die Intensität ist durch $I(\omega) \propto A(\omega)A^*(\omega)$ gegeben. Mit der Gesamtintensität I_0 erhält man die frequenzabhängige Intensitätsverteilung:

$$I(\omega) = I_0 \frac{\frac{\gamma}{2\pi}}{(\omega - \omega_0)^2 + (\frac{\gamma}{2})^2} \quad (7.4)$$

Diese Verteilungsfunktion besitzt ein Lorentzprofil. Ihre Breite wird als volle Halbwertsbreite angegeben und ist nach Gleichung (7.4)

$$\delta\omega = \gamma. \quad (7.5)$$

Die Lebensdauern τ der beteiligten Niveaus hängen über $\delta E \cdot \tau \geq \hbar$ direkt von der Frequenzunschärfe $\delta\omega$ ab (mit $E = \hbar\omega$). Ist der energetisch niedrigere Zustand der Grundzustand, so ergibt sich für die minimale Lebensdauer des angeregten Zustands

$$\delta\omega = \frac{1}{\tau_A}. \quad (7.6)$$

Handelt es sich bei dem zu beschreibenden System um einen Übergang zwischen zwei angeregten Niveaus mit den Lebensdauern τ_{A1} und τ_{A2} , so addieren sich die Energieunschärfen. Die Frequenzunschärfe ist dann gegeben durch

$$\delta\omega = \left(\frac{1}{\tau_{A1}} + \frac{1}{\tau_{A2}} \right). \quad (7.7)$$

7.2 Linienverbreiterungen

Die natürliche Spektralverteilung mit lorentzförmigem Profil (7.4) wird im Allgemeinen durch folgende Effekte verbreitert:

- Dopplerverbreiterung
- Sättigungsverbreiterung
- Durchflugsverbreiterung
- Druckverbreiterung

Im folgenden werden diese in Bezug auf die Relevanz bei unseren Kalzium-Spektroskopie-Experimenten behandelt.

7.2.1 Dopplerverbreiterung

Bewegt sich ein Atom mit der Geschwindigkeit $\vec{v}$ in einem monochromatischen Lichtstrahl, so ist in seinem Inertialsystem die Lichtfrequenz, bei einer Geschwindigkeitskomponente des Atoms in Richtung des Strahls, rotverschoben. Bei einer Geschwindigkeitskomponente entgegen der Strahlrichtung ist die Frequenz dagegen blauverschoben. Wenn der transversale Doppler-Effekt vernachlässigt wird, gilt für die Absorptionsfrequenz bei einem Strahl in x -Richtung

$$\omega = \omega_0 \left(1 \pm \frac{v_x}{c} \right), \quad (7.8)$$

ω_0 ist hierbei die mittlere Absorptionsfrequenz der sich aus Gleichung (7.4) ergebenden Lorentzlinie für das ruhende Atom. v_x ist die Geschwindigkeitskomponente parallel zum Strahl und c die Lichtgeschwindigkeit.

Die Geschwindigkeitsverteilung der Atome kann durch die Maxwell-Boltzmann-Relation beschrieben werden. Die Anzahldichte der Atome mit der Geschwindigkeit in x-Richtung v_x im Intervall $[v_x, v_x + dv_x]$ ist

$$n(v_x)dv_x \propto \exp \left[- \left(\frac{mv_x^2}{2kT} \right) \right] dv_x \quad (7.9)$$

m ist die Atommasse, k die Boltzmannkonstante und T die Temperatur des atomaren Gases. Ersetzt man in Gleichung (7.9) v_x und dv_x mittels (7.8) durch ω und $d\omega$, so erhält man die Anzahldichte der Atome, deren Absorption in den Frequenzbereich $[\omega, \omega + d\omega]$ fällt:

$$n(\omega)d\omega \propto \exp \left[-C \left(\frac{\omega - \omega_0}{\omega_0 \sqrt{T}} \right)^2 \right] d\omega \quad (7.10)$$

Dabei ist C durch $C = \frac{mc}{2k}$ gegeben. Da die absorbierte Lichtintensität $I(\omega)$ proportional zu dieser Anzahldichte ist, ergibt sich für die Absorption ein Gaußprofil:

$$I(\omega) = I(\omega_0) \exp \left[-C \left(\frac{\omega - \omega_0}{\omega_0 \sqrt{T}} \right)^2 \right] \quad (7.11)$$

Die Halbwertsbreite (FWHM¹) ist damit

$$\frac{\Delta\omega}{\omega_0} = 7,16 \cdot 10^{-7} \sqrt{\frac{T}{M}}, \quad (7.12)$$

wobei T die Temperatur [K] und m die Masse [AMU] ist. Bei einer exakteren Betrachtung muss beachtet werden, dass das ruhende Atom nicht nur bei ω_0 absorbieren kann, sondern auch lorentzverteilt um diesen Wert. Dies führt auf eine Faltung aus Lorentz- und Gaußkurve, welche etwas breiter ist als eine Gaußverteilung und Voigtverteilung genannt wird.

Da bei den Temperaturen von 400° C in der Kalzium-Zelle die Breite der dopplerverbreiterten Linie zwei Größenordnungen größer als die Breite der Lorentzlinie ist, kann bei uns von einer Gauß-Verteilung ausgegangen werden.

7.2.2 Sättigungsverbreiterung

Aufgrund der hohen Intensitäten von Lasern (bei uns im Bereich von mW bei einem typischen waist von 100 μm) wird die Lorentzlinie mit natürlicher

¹ Full Width at Half Maximum

Linienbreite zusätzlich verbreitert. Diese Sättigungsverbreiterung beruht auf einer, durch den Pumpstrahl hervorgerufenen Änderung der Besetzungsdichten durch Absorption und stimulierte Emission.

Der Sättigungsparameter S wird definiert als

$$S = \frac{P}{\bar{R}}, \quad (7.13)$$

wobei P die Pumprate des Lasers und $\bar{R}$ die mittlere Relaxationsrate ist. Bei einer Anregung durch einen monochromatischen Pumpstrahl ist die Pumprate und damit auch der Sättigungsparameter durch ein Lorentz-Profil gegeben. Nach einer längeren Rechnung, bei der die absorbierte Leistung beim Übergang betrachtet wird, erhält man für den Absorptionskoeffizienten ein verbreitertes Lorentzprofil. Für die gesättigte Linienbreite $\Delta\omega_S$ ergibt sich

$$\Delta\omega_S = \Delta\omega_0 \sqrt{(1 + S_0)}, \quad (7.14)$$

S_0 gibt dabei den Sättigungswert in der Linienmitte $\omega = \omega_0$ an. Der Zusammenhang zwischen dem Sättigungsparameter und der Laserintensität I ist [19]

$$S = \frac{6\pi c^2 \tau}{\hbar \omega^3} I \quad (7.15)$$

Bei einer inhomogen verbreiterten Absorptionslinie tritt spektral selektive Sättigung auf, welche auch spektrales Lochbrennen genannt wird (siehe hierzu auch Abschnitt 7.3.1).

7.2.3 Durchflugsverbreiterung

Ist die Lebensdauer eines Übergangs im Bereich oder größer der Wechselwirkungszeit mit der Lichtwelle, dann ändert sich die Linienbreite in Abhängigkeit von der Wechselwirkungszeit. Für Atome, die mit der Geschwindigkeit v senkrecht zum gaussförmigen Laserstrahl mit Durchmesser² d fliegen, ergibt sich für das Linienprofil der Absorptionslinie die Gauss-Verteilung

$$I(\omega) = C \exp \left[- \left(\frac{d(\omega - \omega_0)}{2\sqrt{2}v} \right)^2 \right]. \quad (7.16)$$

Die volle Halbwertsbreite ist damit

$$\Delta\omega_{FZ} \approx 4,7 \frac{\bar{v}}{d}. \quad (7.17)$$

² Durchmesser des Strahls, bei der die Intensität auf $\frac{1}{e^2}$ abgefallen ist.

Die mittlere Geschwindigkeit eines Atoms in einem Gas lässt sich aus der Maxwell-Boltzmann-Geschwindigkeitsverteilung berechnen:

$$\bar{v} = \sqrt{\frac{8RT}{\pi M}}. \quad (7.18)$$

Für das Kalzium in der 400° C heißen Dampfzelle ergibt sich $\bar{v} = 600 \text{ m/s}$. Mit einem Laserstrahldurchmesser von $320 \mu\text{m}$ im Zentrum der Dampfzelle erhält man für die Durchflugszeit

$$t = 53 \mu\text{s}. \quad (7.19)$$

Da die Lebensdauer mit 4,6ns zwei Größenordnungen kleiner ist, kann der Effekt der Durchflugsverbreiterung vernachlässigt werden.

7.2.4 Druckverbreiterung

Durch Wechselwirkung zwischen Gasatomen ändern sich die Übergangswahrscheinlichkeiten. Wird nur ein Zwei-Niveau-System mit der Energie des angeregten Niveaus E_A und der Grundzustandsenergie E_G betrachtet, so ist die Übergangswahrscheinlichkeit die Summe aus der spontanen und der stoßinduzierten Wahrscheinlichkeit S_{AG} .

$$A_A^{eff} = A_{AG}(\text{spontan}) + S_{AG}. \quad (7.20)$$

Befindet sich in dem Gas nur eine Atomsorte der molaren Masse M , so ist

$$S_{AG} = N\sigma_{AG}\sqrt{\frac{16kT}{\pi M}}, \quad (7.21)$$

wobei σ_{AG} der Stoßquerschnitt ist. Die Teilchendichte $N = \frac{n}{V}$ erhält man aus dem idealen Gasgesetz:

$$p = NkT \quad (7.22)$$

Für die Abschätzung der stoßinduzierten Übergangswahrscheinlichkeit beim Kalzium, wird für den Stoßquerschnitt mit dem Durchmesser des Atoms gerechnet. Es ergibt sich

$$S_{AG} = 0,021 \text{ Hz}. \quad (7.23)$$

Dieser Wert ist gegenüber der spontanen Übergangswahrscheinlichkeit von $A_{AG} = 2,5 \cdot 10^8 \text{ Hz}$ zu vernachlässigen. Daher wird die Linie bei unseren Experimenten durch Stöße verschwindend verbreitert.

7.3 Dopplerfreie Spektroskopie

Methoden, die Dopplerverbreiterung zu umgehen, sind die Polarisations-, die Mehrphotonen- und die Sättigungsspektroskopie. Die letztere wird von uns verwendet.

7.3.1 Sättigungsspektroskopie

Befindet sich ein Atom in einem Lichtfeld und wird von diesem resonant angeregt, so tritt zusätzlich zur Absorption und Emission auch stimulierte Emission auf. Die Absorption und stimulierte Emission hängen von der spektralen Energiedichte der Strahlung ab. Die spontane Emission ist dabei unabhängig vom angelegten Lichtfeld.

Wird nun ein Atomensemble von einem starken Laserstrahl mit resonanter Frequenz $\omega = \omega_0$ (Sättigungsstrahl) durchsetzt, so kommt es zu einer teilweisen Sättigung der zwei beteiligten Niveaus, die Besetzung des oberen Niveaus nimmt stark zu.

Wird dieses Ensemble von einem weiteren Laserstrahl (Probestrahl) durchsetzt, so wird das Medium für die Lichtfrequenz ω_0 teilweise transparent. Dies kann man sich wie folgt klar machen:

Bei einer vollständigen Sättigung (Limes für unendlich hohe Laserintensitäten) wird das Besetzungsverhältnis von Grundzustand zu angeregtem Zustand nahezu 1 : 1. Der Probestrahl mit ω_0 hat dann zwei gleichverteilte Möglichkeiten der Interaktion mit diesem Atomensemble. Bei der Absorption wird ein Photon aufgenommen und keines ausgesandt, bei der induzierten Emission wird ebenfalls ein Photon aufgenommen, jedoch zwei in Probestrahldrichtung ausgesandt (vergleiche Abbildung 7.1). Photonen aus spontaner Emission können bei der Detektion vernachlässigt werden, da sie über den vollen Raumwinkel gleichverteilt emittiert werden und nur ein verschwindend kleiner Anteil in Strahlrichtung emittiert wird. Auf ein eingestrahktes Photon kommt ein emittiertes Photon. Daher wird das Medium für ein total gesättigtes Atomensemble für den Probestrahl bei der Frequenz ω_0 vollständig lichtdurchlässig.

Bei den verwendeten Laserintensitäten im Bereich von mW kommt es nur zu einer teilweisen Sättigung der Niveaus. Das Medium wird daher nur teilweise transparent für den Probestrahl.

Da Sättigungs- und Probestrahl bei der Resonanzfrequenz die gleiche Frequenz haben müssen, kommen sie in der Praxis von demselben Laser.

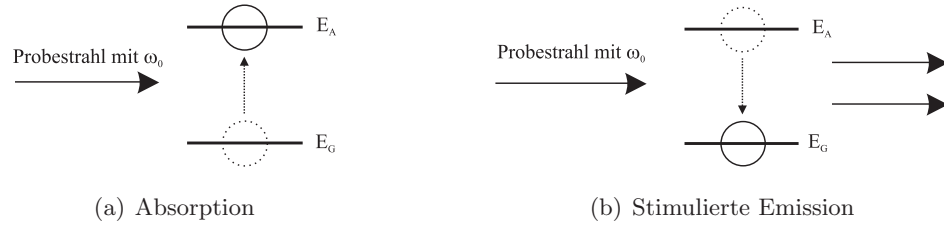


Abb. 7.1: Möglichkeiten der Interaktion eines vollständig gesättigten Atomensembles mit einem Probestrahl bei der Resonanzfrequenz ω_0 .

Werden sie antiparallel überlagert durch das Medium geschickt und über die Absorptionslinie verstimmt, dann befindet sich in der transmittierten Intensität des Probestrahls in der dopplerverbreiterten Verteilung bei ω_0 ein sogenannter „Lamb-Dip“ (Abbildung 7.2). Dieser „Lam-Dip“ ist je nach Laserintensität noch sättigungsverbreitert. Es werden alle Atome gesättigt,

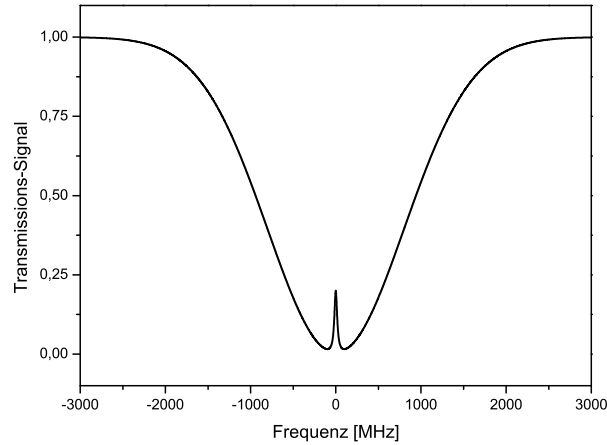


Abb. 7.2: Transmissions-Signal mit den Werten für den Kalzium-Übergang $4\ ^1S_0 \leftrightarrow 4\ ^1P_1$: $\gamma_S = 40\text{ MHz}$ und Dopplerbreite $\gamma_{Dop} = 2\text{ GHz}$.

welche aufgrund des Dopplereffekts die aktuelle Laserfrequenz absorbieren können. Angenommen ein Atom hat eine Geschwindigkeitskomponente parallel zum Sättigungsstrahl, so ist das Sättigungslicht für das Atom rotverschoben. Das Detektionslicht des Probestrahls ist für das Atom hingegen blauverschoben. Für den Probestrahl durchlässig werden daher nur die Atome mit verschwindender Geschwindigkeitskomponente in Laserstrahlrichtung. Der „Lamb-Dip“ ist also gerade das dopplerfreie Signal mit der natürlichen Linienbreite.

7.3.2 Frequenzmodulations-Transferspektroskopie (FMTS)

Mit der Frequenzmodulations-Transferspektroskopie (FMTS) können Übergangsfrequenzen von Atomen und Molekülen sehr genau gemessen werden, da es sich auch um eine dopplerfreie Methode handelt und die Atomübergangsfrequenz durch einen steilen Nulldurchgang markiert wird. Außerdem kann das mit dieser Methode erzeugte Signal als Fehlersignal verwendet werden, um beispielsweise einen Laser stabil bei einer Frequenz halten zu können.

Dem Sättigungsstrahl mit der Frequenz ω werden durch Phasen-Modulation mittels eines elektro-optischen Modulators (EOM) Seitenbänder bei den Frequenzen $\omega \pm n\omega_M$ aufmoduliert. Der modulierte Sättigungsstrahl wird antiparallel mit dem unmodulierten Probestrahl im Kalziumdampf überlagert. Das Kalzium wirkt als nichtlineares Medium und es kommt zu einem Effekt, der als „four wave mixing“ bezeichnet wird. Bei diesem Effekt wechselwirken die verschiedenen Frequenzen miteinander, beschreibbar durch den Suszeptibilitätstensor 3.Ordnung, 4.Stufe $\chi^{(3)}$. Dabei entstehen neue Frequenzen. Werden beispielsweise nur die zwei Frequenzen $\omega_1 = \omega$ und $\omega_2 = \omega + \omega_M$ betrachtet, so treten die Frequenzen

$$\omega_1^{neu} = 2\omega_1 - \omega_2 \quad (7.24)$$

$$= \omega - \omega_M \quad (7.25)$$

$$\omega_2^{neu} = 2\omega_2 - \omega_1 \quad (7.26)$$

$$= \omega + 2\omega_M \quad (7.27)$$

auf. Bezieht man auch andere Frequenzkombinationen aus dem Seitenbandspektrum des Sättigungsstrahls und der Frequenz des Probestrahls in die Betrachtung mit ein, so erkennt man, dass sämtliche Seitenbänder des Sättigungsstrahls wieder als Seitenbänder des Probestrahls vorkommen.

Der modulierte Sättigungsstrahl modifiziert nicht nur die Absorption des Probestrahls in der Zelle ($\propto \kappa$) wie bei der Amplituden-Modulation, sondern auch den dazugehörigen Real-Teil, die Dispersion (n').

$$n(\omega) = n'(\omega) - i\kappa(\omega) \quad (7.28)$$

Die Dispersion wird dabei bei ω_M moduliert. Das hierdurch entstehende Signal des Probestrahls kann mittels zeitunabhängiger Störungsrechnung dritter Ordnung berechnet werden, wenn man sich auf ein Zweiniveau-System und ebene Wellen beschränkt [20] [21]. Diese Einschränkung ist für unser

Experiment gerechtfertigt, da nur an einem Übergang das Signal erzeugt wird und die Laserstrahlung in erster Näherung als ebene Welle betrachtet werden kann. Wird das Probestrahlsignal von einer schnellen Photodiode detektiert, so erzeugt dies einen Strom. Der Strom wird typischerweise intern in eine Spannung umgewandelt und hat dann die Form

$$U^{PD}(\Delta, t) = \frac{C}{\sqrt{\gamma^2 + \omega_M^2}} \sum_{n=-\infty}^{\infty} J_n(\beta) J_{n-1}(\beta) \cdot \left[\left(L_{\frac{n+1}{2}}(\Delta) + L_{\frac{n-2}{2}}(\Delta) \right) \cos(\omega_M t + \phi) + \left(D_{\frac{n+1}{2}}(\Delta) - D_{\frac{n-2}{2}}(\Delta) \right) \sin(\omega_M t + \phi) \right], \quad (7.29)$$

mit den Hilfsfunktionen

$$L_n(\Delta) = \frac{\gamma^2}{\gamma^2 + (\Delta - n\omega_M)^2} \quad (7.30)$$

und

$$D_n(\Delta) = \frac{\gamma(\Delta - n\omega_M)}{\gamma^2 + (\Delta - n\omega_M)^2} \quad (7.31)$$

$\Delta = \omega_{\text{Laser}} - \omega_0$ ist die Frequenzverstimmung vom Linienzentrum, γ ist die natürliche Linienbreite des Übergangs, ω_M die Modulationsfrequenz, $J_n(\beta)$ ist die Besselfunktion n -ter Ordnung mit dem Modulationsindex β und ϕ ist die Phase beim Phasendetektor zwischen der Spannung $U^{PD}(\Delta, t)$ und der modulierenden Spannung $U(t) = U_0 \cos(\omega_M t)$. In der Konstanten C sind die Parameter des Mediums und der Strahlung zusammengefasst, die unabhängig von den obigen Variablen sind.

Im Phasendetektor wird die Spannung von der Photodiode U^{PD} mit der Modulationsspannung aus dem Signal-Generator gemischt:

$$U_{\beta, \phi}(\Delta) = U^{PD}(\Delta, t) \cdot U_0 \cos(\omega_M t) \quad (7.32)$$

Wird aus der Formel (7.29) exemplarisch nur ein $\cos$ -Term betrachtet, so sieht man, dass bei der Mischung ein zeitunabhängiger Term abhängig von der Phase ϕ und ein schnell rotierender Term entsteht:

$$\cos(\omega_M t + \phi) \cdot \cos(\omega_M t) = \frac{1}{2} (\cos(\phi) + \cos(2\omega_M t + \phi)) \quad (7.33)$$

Analoges kann für die $\sin$ -Terme in Gleichung (7.29) gezeigt werden.

Die schnell rotierenden Terme $\cos(2\omega_M t + \phi)$ würden zusätzlich ein dem eigentlichen Signal überlagertes zeitabhängiges Signal mit 50 MHz erzeugen,

welches daher durch einen 1,9 MHz Tiefpass (siehe Abbildung 7.18) gefiltert wird. Das FMTS-Signal hat dann folgende Form

$$U_{\beta,\phi}(\Delta) = \frac{C'}{\sqrt{\gamma^2 + \omega_M^2}} \sum_{n=-\infty}^{\infty} J_n(\beta) J_{n-1}(\beta) \cdot \left[\left(L_{\frac{n+1}{2}}(\Delta) + L_{\frac{n-2}{2}}(\Delta) \right) \cos(\phi) + \left(D_{\frac{n+1}{2}}(\Delta) - D_{\frac{n-2}{2}}(\Delta) \right) \sin(\phi) \right]. \quad (7.34)$$

Da FMTS durch Modulation des Sättigungsstrahls ein rein nichtlineares Phänomen ist, wird das Signal nicht durch den Doppleruntergrund der Linie gestört. Deshalb hat das Signal keinen Nullpunkt-Offset und eignet sich sehr gut als Fehlersignal (im Gegensatz zur Frequenzmodulations-Spektroskopie, bei der das Signal einen Offset aufweist).

7.4 Simulation des FMTS-Signals

In diesem Abschnitt wird gezeigt, dass das FMTS-Signal $U_{\beta,\phi}(\Delta)$ (siehe Gleichung (7.34)) je nach Parameter β und ϕ ein sehr unterschiedliches Aussehen annehmen kann. Durch die Simulation des Signals können die optimalen Parameter für das Experiment gefunden werden.

Die Form des FMTS-Signals hängt von der natürlichen Linienbreite des betrachteten Übergangs ab. Für den ^{40}Ca -Übergang $4\ ^1S_0 \leftrightarrow 4\ ^1P_1$ ist die natürliche Linienbreite $\gamma = 34,7\text{ MHz}$. Die Modulationsfrequenz wird mit der Bedingung $\omega_M \approx 0,7 \cdot 2\pi\gamma$ gewählt ([22]). Für die Kalziumlinie ergibt dies $\omega_M = 2\pi \cdot 24,3\text{ MHz}$. Da die resonante Schwingkreisverstärkung am EOM bei $\omega_M = 2\pi \cdot 23,7\text{ MHz}$ am besten arbeitet, wird auch diese Modulationsfrequenz im Modell verwendet.

Die Summe in Gleichung (7.34) läuft über alle $2n$ Seitenbandfrequenzen, welche vom EOM erzeugt werden. Die Summe läuft im folgenden von $n = -100$ bis 100 , dass heißt es werden 200 Seitenbänder berücksichtigt. Es hat sich gezeigt, dass ein Summieren mit mehr Seitenbändern keinen Sinn macht. Dies ist darauf zurückzuführen, dass sich Seitenbänder mit hohem n weit außerhalb der Absorptionslinie befinden, diese Frequenzen wechselwirken daher nicht mehr merklich mit dem Sättigungsdip und liefern keinen Beitrag zum Signal.

Als freie Parameter bleiben die Phase ϕ und der Modulationsindex β übrig. Mit den folgenden zwei Eigenschaften kann das FMTS-Signal (7.34) charakterisiert werden:

1. Größe des Signals: $M_{\beta,\phi} = \text{Max}(U_{\beta,\phi}(\Delta))$
2. Steigung im Nulldurchgang des Signals: $D_{\beta,\phi} = \left. \frac{\partial U_{\beta,\phi}(\Delta)}{\partial \Delta} \right|_{\Delta=0}$

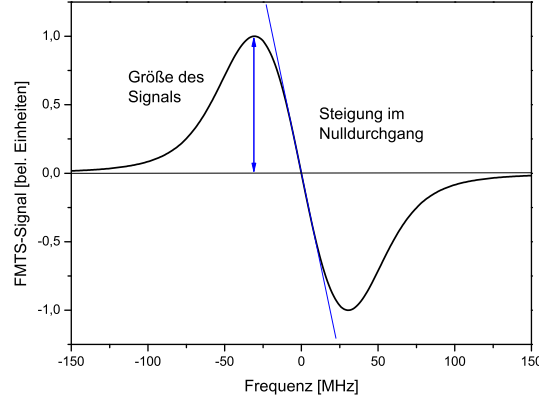


Abb. 7.3: Charakterisierung des FMTS-Signals

Das Verhalten dieser Eigenschaften des Signals kann wie folgt dargestellt werden.

Der zweidimensionale Wertebereich $(\beta, \phi) \in \mathbb{W}$ wird aufgespannt durch ϕ und β , wobei ϕ über den ganzen Wertebereich von 0 bis 2π läuft und β über den Bereich von 0 bis 10. Aus diesem Werteraum $\mathbb{W}$ werden für die Berechnung 100×100 gleichverteilte Punkte mit je einem Wertepaar (β, ϕ) herangezogen. Für jeden dieser Punkte wurde das Signal $U_{\beta,\phi}(\Delta)$ in Abhängigkeit von der Verstimmung Δ berechnet und daraus das Maximum $M_{\beta,\phi}$ bestimmt. In Abbildung 7.4 sind die Maxima für die verschiedenen Punkte mittels einer Grauskala aufgetragen. Dabei gilt, je dunkler die Schraffur, umso kleiner das Signal. Man sieht, dass das Maximum $M_{\beta,\phi}$ nach der Phase $\phi = \pi$ wieder gleich ist. Die optimalen Phasen ergeben sich bei circa $\phi = 0,85\pi$ und $\phi = 0,85\pi + \pi$. Ab einem Modulationsindex von $\beta = 3$ ergibt sich für diese Phasen ein großes Signal.

Um die Steigung $D_{\beta,\phi}$ im Nulldurchgang des Signals darzustellen, werden wieder 100×100 Punkte aus $\mathbb{W}$ zur Berechnung herangezogen. Für jeden Punkt wird die Ableitung im Nulldurchgang bestimmt. In Abbildung 7.5 sind die Steigungen $D_{\beta,\phi}$ für die verschiedenen Punkte wieder mittels einer Grauskala aufgetragen. Weiße Bereiche stellen maximal positive, schwarze maximal negative Steigungen dar. Man sieht, dass das Signal die maximale Steigung im Nulldurchgang bei ca. $\phi = 0,7\pi + \pi$ und $\beta = 2,6$ hat. Maximal

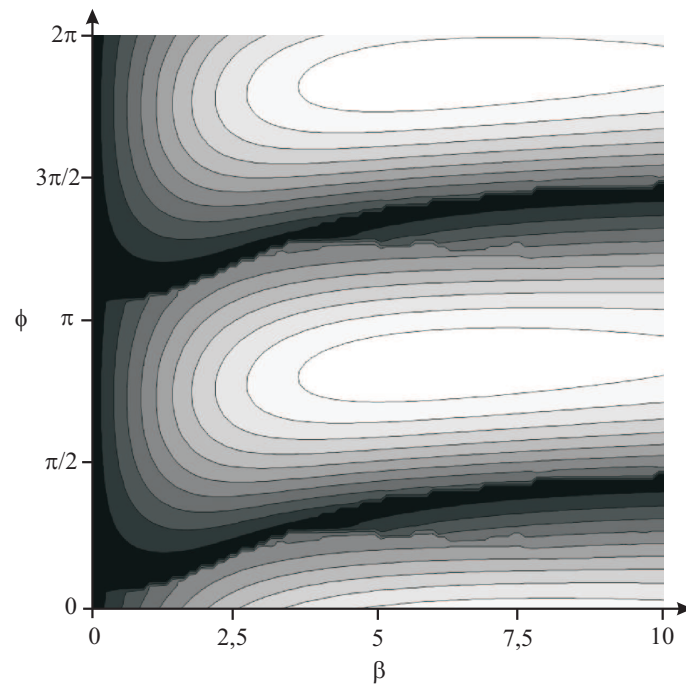


Abb. 7.4: Signalgröße $M_{\beta, \phi}$ in Abhängigkeit von der Phase ϕ und dem Modulationsindex β .

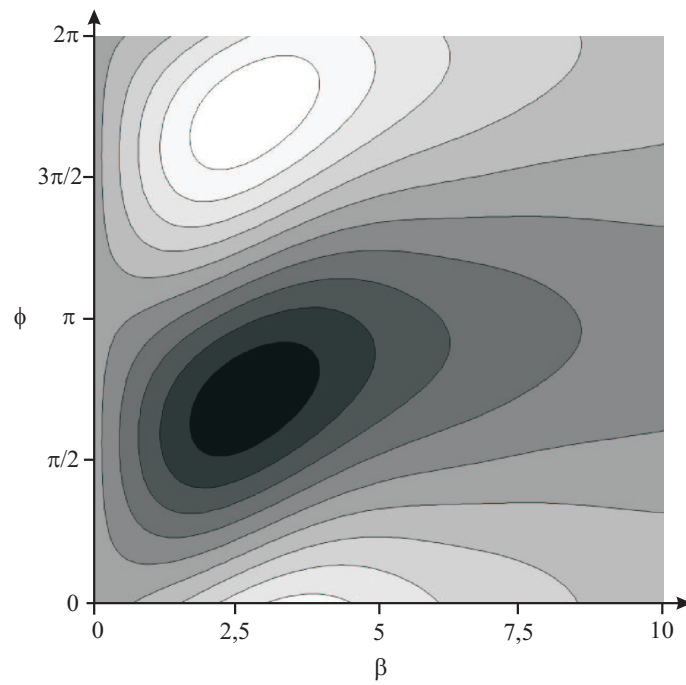


Abb. 7.5: Steigung $D_{\beta, \phi}$ im Nulldurchgang des Signals in Abhängigkeit von der Phase ϕ und dem Modulationsindex β .

negative Steigung im Nulldurchgang besitzt das Signal bei ca. $\phi = 0,7\pi$ und dem gleichen Modulationsindex $\beta = 2,6$.

Zusammenfassend ist in Abbildung 7.6 das FMTS-Signal für die Phase $\phi = 0,85\pi$ und einen variierenden Modulationsindex β dargestellt. Zu Beginn

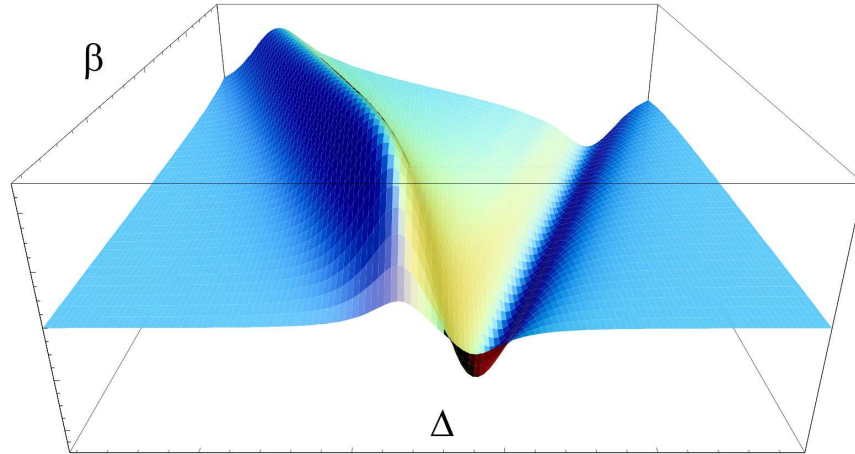


Abb. 7.6: FMTS-Signal für $\phi = 0,85\pi$ und $0,5 \leq \beta \leq 20$.

wächst das Signal schnell an, läuft ab $\beta \approx 3$ langsam gegen sein Maximum bei $\beta = 6$ und nimmt dann langsam wieder ab. Diesem Verhalten überlagert ist ein Auseinanderdriften des Signals ab $\beta \approx 3,5$.

Je nach Anwendung kann das FMTS-Signal unterschiedlich geformt werden: Bei spektroskopischen Anwendungen wird man zum Auffinden eines Übergangs den Modulationsindex möglichst nahe bei $\beta = 6$ wählen, damit man ein möglichst großes Signal erhält (dies wird noch von den aktuellen EOMs begrenzt, welche nur bis $\beta \approx 4$ gleichförmige Seitenbänder erzeugen). Zusätzlich muss eine Phasenanpassung erfolgen, um ein möglichst großes Signal gewährleisten zu können. Zum genauen Detektieren der Übergangsfrequenz wird der Modulationsindex auf $\beta \approx 2,6$ geändert, da hier die Flanke durch den Nulldurchgang am steilsten ist.

Um das FMTS-Signal als Fehlersignal verwenden zu können, wird ein Signal mit einer möglichst steilen Flanke benötigt. Der Modulationsindex sollte dann bei $\beta \approx 2,6$ sein, wobei die Phase in Bezug auf eine maximale Steigung angepasst werden muss.

In Abbildung 7.7 ist ein optimiertes FMTS-Signal mit zugehöriger Seitenbandkonfiguration und Absorptionslinie dargestellt.

Betrachten wir das FMTS-Signal bei konstantem Modulationsindex $\beta = 2,6$, aber unterschiedlichen Phasen: Dies entspricht in den Abbildungen 7.4

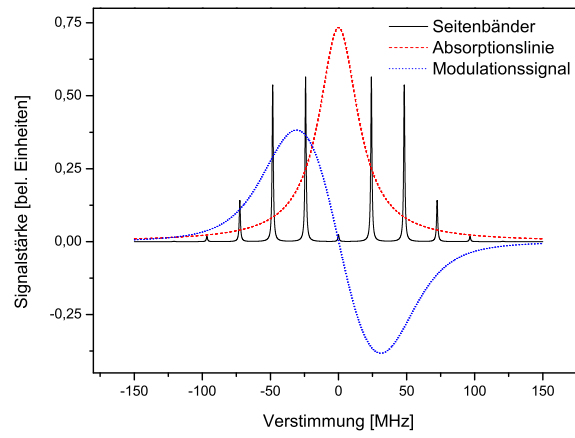
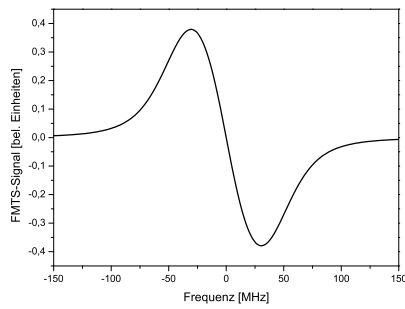
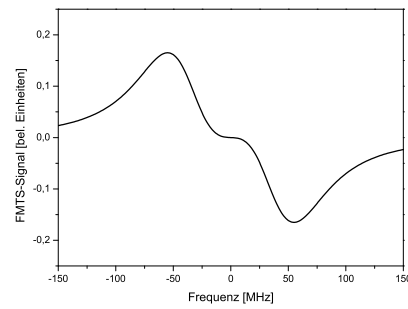


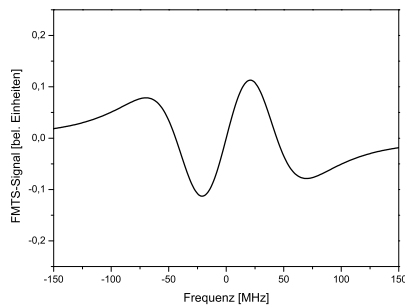
Abb. 7.7: Lorentzlinie des Kalziumübergangs, Intensitäten der Seitenbänder des Sättigungsstrahls und damit erzeugtes FMTS-Signal



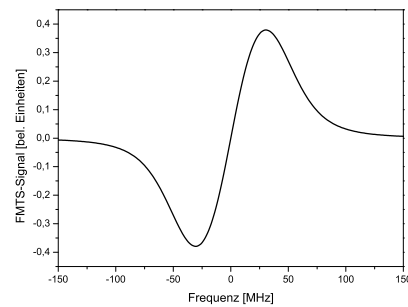
(a) Phase: $0,7\pi$



(b) Phase: $0,7\pi + 0,5\pi$



(c) Phase: $1,34\pi$



(d) Phase: $0,7\pi + \pi$

Abb. 7.8: Berechnete FMTS-Signale mit verschiedenen Phasen beim Modulationsindex $\beta = 2,6$

und 7.5 einem vertikalen Schnitt. In Abbildung 7.8 sind die berechneten Signale für ausgesuchte Phasen dargestellt.

Bei einer Phase von $0,7\pi$ hat das Signal maximal negative Steigung im Nulldurchgang (Abbildung 7.8(a)), bei einer Phasenerhöhung von π gerade maximal positive Steigung (Abbildung 7.8(d)). Der Übergang des Signals vom ersten in den zweiten Zustand erfolgt dadurch, dass die Steigung im Mittelpunkt des Signals zunächst immer kleiner wird. Bei $0,7\pi + 0,5\pi$ ist die Steigung Null, das Signal zwar kleiner, aber immer noch ausgeprägt (Abbildung 7.8(b)). Bei weiterer Erhöhung der Phase wird die Steigung positiv, wobei jetzt drei Nulldurchgänge auftreten (Abbildung 7.8(c)). Wird die Phase auf $0,7\pi + \pi$ erhöht, so wird der zweite Zustand erreicht (Abbildung 7.8(d)).

Bei der Verwendung des FMTS-Signals ist somit stets auf eine richtige Phasenwahl zu achten.

7.5 Kalzium-Dampfzelle

Aufbau

Damit Spektroskopie an Kalzium durchgeführt werden kann, muss dieses in die Gasphase überführt werden. Hierfür wurde ein baugleiches Exemplar einer von Michael Bacher [23] konstruierten Dampfzelle verwendet. Diese

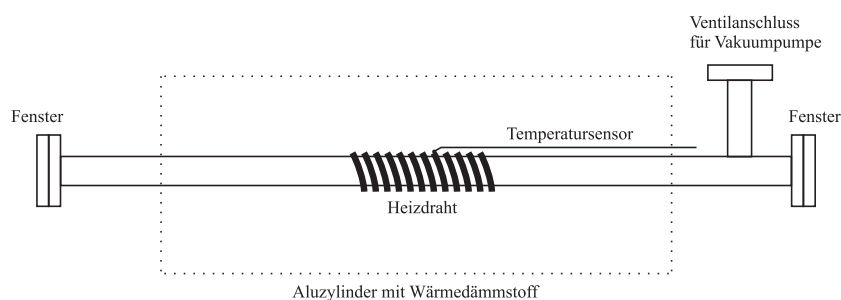


Abb. 7.9: Aufbau der Dampfzelle für Spektroskopie an Kalzium

besteht aus einem 50 cm langen Stahlrohr (Durchmesser 18 mm), welches mittig auf einer Länge von 10 cm mit einem Heizleiter³ umwickelt ist. Um Zugang zur Befüllung mit Kalzium⁴ zu haben werden die Enden jeweils von einem CF16-Fenster abgeschlossen. Die Flansche sind leicht schräg auf das Rohr geschweißt, damit störende Reflexe des Lasers an den Fenstern nicht

³ SEI 20/200 von Thermocoax

⁴ Ca gekörnt von Merck

im Strahlengang verlaufen, da sonst ein zusätzliches Signal auf den Photodioden registriert werden würde. Die Länge von 50 cm ist nötig, damit sich möglichst wenig Kalzium-Dampf, der im Bereich des Heizleiters entsteht, auf den Fenstern absetzt.

Zum Evakuieren der Zelle befindet sich am Rohr ein KF-Anschluss mit Ventil, an das eine Vakuumpumpe angeschlossen werden kann. Damit Abschätzungen der Temperatur in der Zelle gemacht werden können, ist ein Thermoelement an den Heizdraht angebracht. Zur thermischen Isolierung kommt die Zelle im mittleren Bereich in ein 30 cm langes Aluminium-Rohr mit einem Durchmesser von 9 cm, welches mit zwei Halbschalen eines Wärmedämmstoffes⁵ ausgelegt ist.

Betrieb

Die Aufheizung der Zelle erfolgt durch den oben erwähnten Heizdraht bei Spannungen von 15 – 20 V. In Abbildung 7.10 ist die Temperatur des Heizdrahts in Abhängigkeit vom Heizstrom dargestellt. Das Befüllen der Dampf-

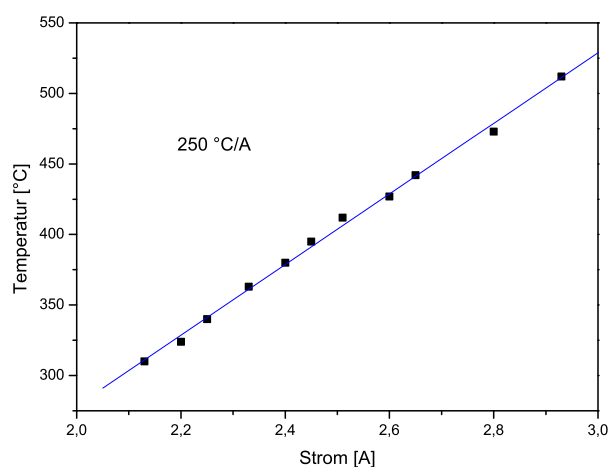


Abb. 7.10: Abhängigkeit der Temperatur vom Strom am Heizdraht

zelle mit Kalzium erfolgt mittels eines langen Spachtels durch eines der Fenster. Eine Menge von 5 g Kalzium ist ausreichend und sollte sich mittig im Rohr beim Heizdraht befinden. Da Kalzium an Luft zu CaO und CaN reagiert und damit die Absorptionsmessungen stören würde, sollte das Laden und Abpumpen der Zelle zügig durchgeführt werden.

⁵ WDS-Shape von Porextherm

Die Zelle wurde auf unter 10^{-5} mbar evakuiert. Dank der sehr guten thermischen Isolierung verhält sich die Zelle sehr temperaturstabil und bleibt innerhalb von einem $1\text{ }^{\circ}\text{C/h}$ konstant.

Test der Zelle

Um zu sehen, bei welchen Temperaturen der Dampfzelle genügend gasförmiges Kalzium für die Sättigungsspektroskopie entsteht, wurde die Zelle von dem Laser bei 423 nm resonant durchstrahlt. Die transmittierte Intensität wurde für verschiedene Temperaturen aufgenommen und in Abbildung 7.11 dargestellt. Bei Temperaturen kleiner als 330°C wird nahezu kein Licht ab-

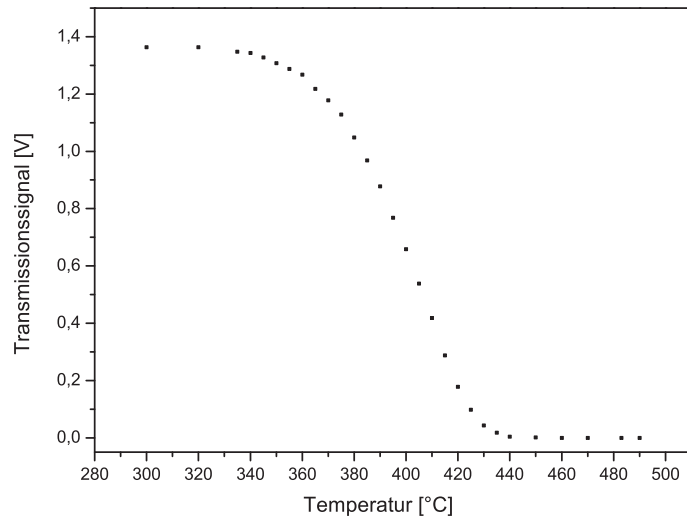


Abb. 7.11: Transmission in Abhängigkeit der Temperatur

sorbiert. Ab 440°C ist die Zelle derart gesättigt, dass nahezu keine resonante Frequenz mehr transmittiert wird. Bei ca. 400°C absorbiert das Kalzium gerade die Hälfte. Diese Temperatur wurde für die Sättigungsexperimente als Ausgangswert verwendet.

In Abbildung 7.12 sieht man die Dopplerverbreiterung bei verschiedenen Temperaturen. Da das Lasersystem bei 423 nm Leistungsschwankungen in der Größenordnung von $10\text{ }\mu\text{W}$ zeigt und das Signal daher nur verrauscht detektiert werden konnte, wurde mit einer hohen Auflösung aufgezeichnet und ein gleitender Durchschnitt über 20 Folgedaten gebildet. Da der detektierte Probestrahl von einem Sättigungsstrahl überlagert wurde, sieht man zusätzlich den „Lamb-Dip“.

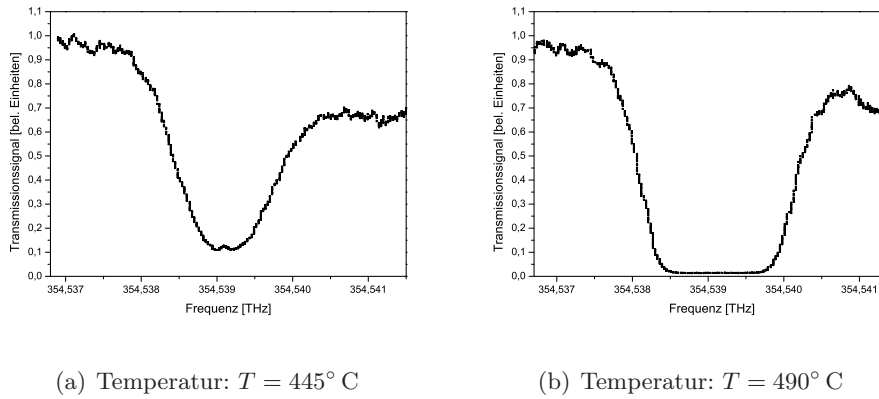


Abb. 7.12: Transmissionslinien bei verschiedenen Temperaturen

7.6 Experimentelle Sättigungsspektroskopie mit Amplituden-Modulation

7.6.1 Versuchsaufbau

Da die Laser bei 423 nm und 374 nm für die Ionisierung der Kalziumatome beim Fallenexperiment verwendet werden, ist die gesamte Strahlführung in Abbildung 7.13 eingezeichnet. Die beiden Laser erzeugen vertikal linear polarisiertes Licht. Für das Fallenexperiment werden die beiden Strahlen mit einem polarisationsabhängigen Strahlteiler (PBS1⁶) überlagert und über ein gemeinsames Spiegelsystem (nicht eingezeichnet) in die Falle geführt.

Für die Spektroskopie wird nur der Laser bei 423 nm benötigt. Über das $\lambda/2$ -Plättchen 1 kann eingestellt werden, welcher Anteil des Lichts zur Spektroskopie gelangen soll. Am $\lambda/2$ -Plättchen 2 kann das Verhältnis von der Leistung des Sättigungsstrahls zur Leistung des Probestrahls eingestellt werden. Der Sättigungsstrahl wird durch einen Strahlunterbrecher (Chopper) amplitudenmoduliert. Die Linsen f_1 und f_2 bündeln das Licht der zwei Teilstrahlen in der Mitte der Kalzium-Dampfzelle auf einen Durchmesser von $320 \mu\text{m}$. Der Probestrahl wird durch die Photodiode (PD) detektiert.

7.6.2 Bestimmung der natürlichen Linienbreite im Experiment

Um einen „Lamb-Dip“ möglichst rauschfrei aufnehmen zu können, wird phasensensitiv detektiert. Dazu wird der Sättigungsstrahl durch einen Chopper

⁶ Polarizing Beam Splitter: Reflektiert vertikal polarisiertes Licht und ist für horizontal polarisiertes Licht durchlässig.

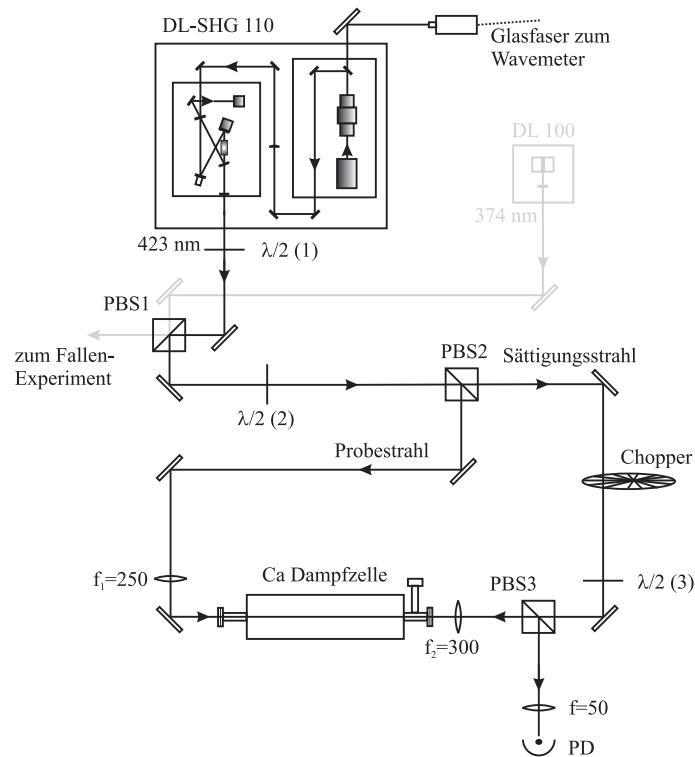


Abb. 7.13: Versuchsaufbau für Amplituden-Modulations-Spektroskopie. Brennweiten in mm.

mit einer Frequenz von 218 Hz periodisch unterbrochen. Der Kalziumdampf wird dadurch periodisch gesättigt. Ein Lock-In-Verstärker⁷ erhält das Photodiodensignal (PD1) des Probestrahls und die Frequenz des Choppers.

Die richtige Phase kann gefunden werden, indem die Phase so lange verändert wird, bis der „Lamb-Dip“ verschwindet; wird zu dieser Phase 90° addiert, so erhält man die optimale Phase. Falls der „Lamb-Dip“ dann negativ ist, müssen noch 180° addiert werden.

Die Zeitkonstante muss an die Laserdurchstimmrate des Lasers angepasst werden, ansonsten erhält man ein verzerrtes Signal. Eine Erhöhung der Zeitkonstante hat ein rauschärmeres Signal zur Folge.

Um die Linienverbreiterung durch Sättigung zu demonstrieren, sind in Abbildung 7.14 zwei „Lamb-Dips“ bei den Laserleistungen $I = 120 \mu\text{W}$ und $I = 450 \mu\text{W}$ aufgetragen. Für die Zeitkonstante wurde 100 ms gewählt. Man erkennt eine deutliche Linienverbreiterung aufgrund der Sättigung durch den Laser.

Um die natürliche Linienbreite zu bestimmen, wurden für verschiedene

⁷ EG&G Princeton Applied Research, Lock-In Amplifier Model 5209

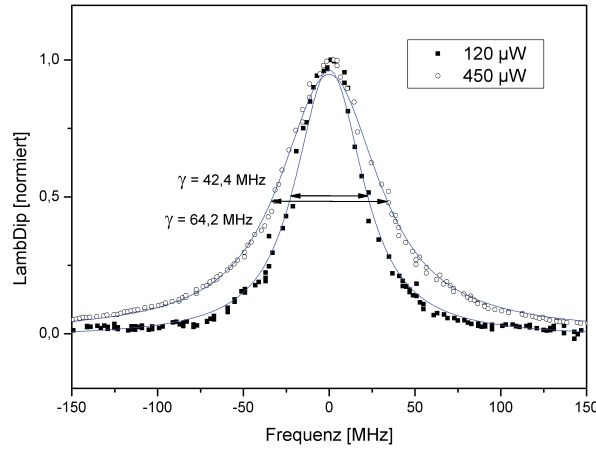


Abb. 7.14: „Lamb-Dip“ für verschiedene Laserleistungen

Laserleistungen „Lamb-Dips“ aufgenommen und die gesättigten Linienbreiten γ_S daraus abgelesen. Die Leistungen wurden dabei in der Linienmitte gemessen. Die Linienbreiten wurden in Abbildung 7.15 über die Laserleistung aufgetragen. Gleichung (7.14) beschreibt den Zusammenhang zwischen Linienbreite und Sättigungswert S_0 . Da die Leistung I proportional zu diesem Sättigungswert ist ($S_0 = b \cdot I$), kann diese Gleichung auch folgendermaßen dargestellt werden:

$$\Delta\omega_S = \Delta\omega_0 \sqrt{1 + b \cdot I} \quad (7.35)$$

Diese Gleichung ist einmal mit Gewichtung des Fehlers in der Laserleistungsschwankung (rote Linie) und einmal ohne Gewichtung (blaue gestrichelte Linie) an die Punkte gefittet. Mit Gewichtung ergibt sich eine natürlich Linienbreite von

$$\gamma_0 = 34,4 \pm 5,3 \text{ MHz}. \quad (7.36)$$

Der Sättigungswert entspricht der 15fachen Laserintensität. Ohne Gewichtung des Fehlers ist die natürliche Linienbreite etwas größer:

$$\gamma_0 = 35,2 \pm 4,1 \text{ MHz} \quad (7.37)$$

Der Wert der natürlichen Linienbreite stimmt sehr gut mit dem Literaturwert von $\gamma_0 = 34,7 \text{ MHz}$ überein [24]. Einzig die Schwankungen in der Laserintensität erzeugen eine Ungenauigkeit in diesen Messungen.

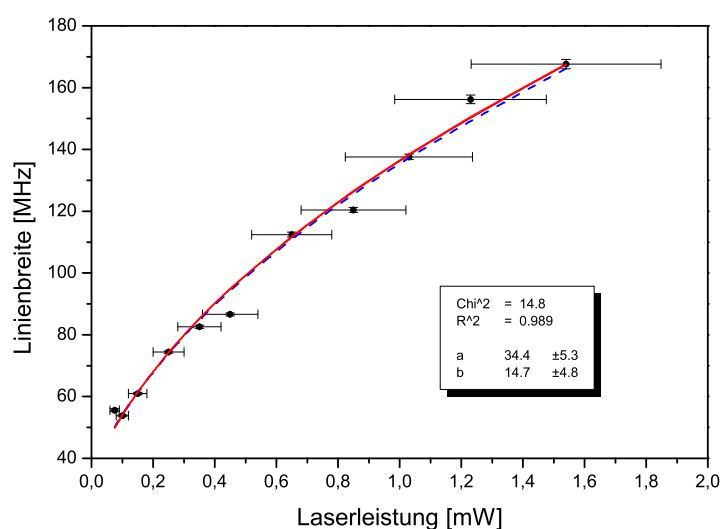


Abb. 7.15: Gesättigte Linienbreite für verschiedene Laserleistungen

7.6.3 Detektion von Kalzium-Isotopen

Durch die Wahl einer Zeitkonstanten von 300 ms und einem langsamen Verstimmen der Laserfrequenz konnten mehrere Kalzium-Isotope detektiert werden.

In einem natürlich vorkommenden Kalzium-Isotopengemisch ist das ^{40}Ca mit 96,9% Häufigkeit das am meisten vertretene Isotop. Die Übergänge der anderen Kalziumarten sind gegenüber dieser Linie blauverschoben. Deutlich zu erkennen ist ^{44}Ca , welches mit einer Häufigkeit von 2,09% vorkommt.

Die anderen Isotope machen zusammen 1% in der Isotopenverteilung aus, ihre Linien sind daher weitaus weniger stark ausgeprägt. ^{48}Ca (0,187%) ist am weitesten von der Hauptlinie entfernt, wird daher am wenigsten von ihr überlagert und ist daher auch noch gut zu erkennen. Im Gegensatz dazu befindet sich die ^{42}Ca -Linie (0,647%) nahe an der Hauptlinie und wird von ihr stark überlagert. Da ^{43}Ca (0,135%) einen Kernspin besitzt, hat es drei Hyperfein-Komponenten. Diese werden hier nicht aufgelöst, es ist nur eine Überlagerung der drei Linien zu erkennen.

Das Signal-Rausch-Verhältnis bei der Zeitkonstanten von 300 ms beträgt 700. Daher konnten nur Isotope mit einer Häufigkeit $> 0,14\%$ detektiert werden. Einzig das ^{46}Ca , welches sich bei einer relativen Frequenz von 1160 MHz

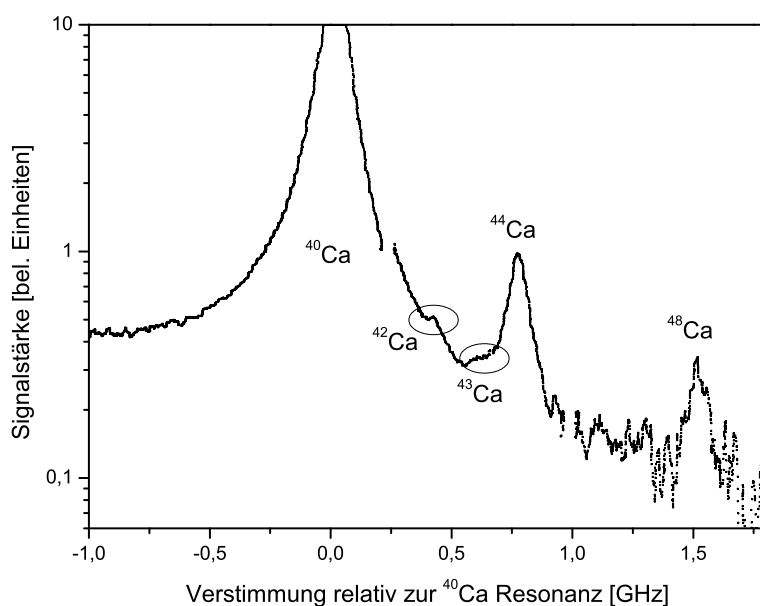


Abb. 7.16: Detektion von Kalzium-Isotopen

befinden sollte, konnte wegen der zu geringen Häufigkeit von 0,004% nicht detektiert werden.

Die Lücke in der rechten Flanke der Hauptlinie stammt von einem Sprung des Wavemeters in der Wellenlängenmessung.

In der folgenden Tabelle sind die Frequenzverschiebungen der Isotope relativ zur ^{40}Ca -Linie aufgelistet. Für das ^{43}Ca wird das Zentrum und die Ausdehnung der Verteilung angegeben.

Isotop	Messung [MHz]	Literaturwerte [MHz]	
		[5]	[25]
^{42}Ca	420	393,5	391,1
^{43}Ca	Zentrum: 610 Verteilung: 560-660	556,5 ($F = \frac{9}{2}$) 629,8 ($F = \frac{7}{2}$) 679,9 ($F = \frac{5}{2}$)	Zentrum: 611,0
^{44}Ca	774	773,8	770,8
^{48}Ca	1514	1513	1510,7

Unsere Messungen stimmen sehr gut mit den Werten von anderen Gruppen überein. Die Abweichung beim ^{42}Ca kann durch den Sprung des Wavemeters

erklärt werden: Die Verstimmung des Lasers erfolgte in Richtung höherer Frequenzen. Direkt nach dem Sprung wird eine zu hohe Frequenz gemessen, die dann dem ^{42}Ca zugeordnet wird.

7.7 Experimentelle FMTS

7.7.1 Versuchsaufbau

Der Lichtstrahl der Wellenlänge 423 nm wird am polarisationsabhängigen Strahlteiler PBS2 in den Sättigungsstrahl (der dann durch den EOM Seitenbänder aufmoduliert bekommt) und in den Probestrahl aufgeteilt. Beide Strahlen werden dann im Zentrum der Kalzium-Dampfzelle überlagert. Die Linsen f_1 und f_2 bündeln das Licht der zwei Teilstrahlen in der Mitte der Kalzium-Dampfzelle auf einen Durchmesser von $320\text{ }\mu\text{m}$ (Abbildung 7.17). Detektiert wird der Probestrahl auf der Photodiode PD1. Um die auf den

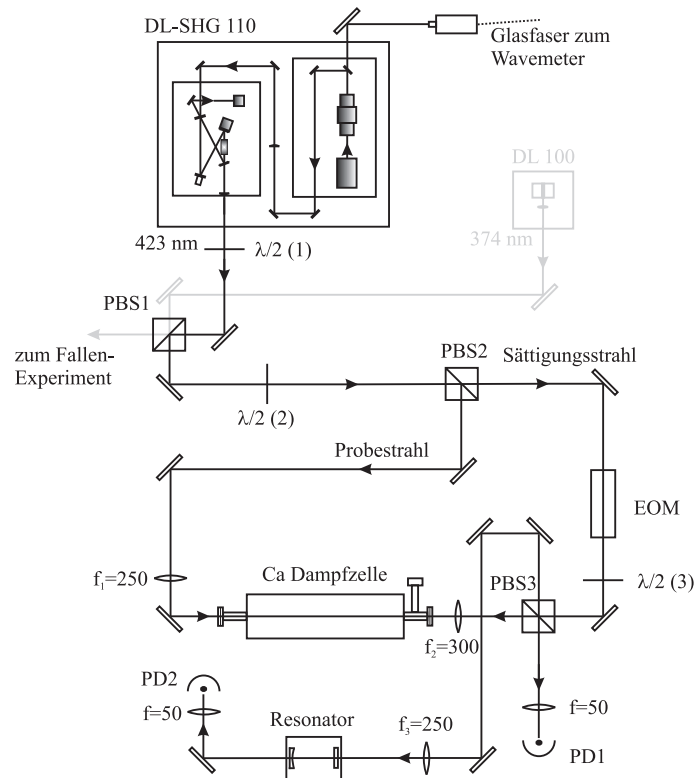


Abb. 7.17: Versuchsaufbau für FMTS. Brennweiten in mm.

Sättigungsstrahl modulierten Seitenbänder messen zu können, kann dieser Strahl durch Änderung der Polarisation am $\lambda/2$ -Plättchen 3 über den polarisationsabhängigen Strahlteiler PBS3 in einen Resonator eingekoppelt werden. Die transmittierte Intensität wird von der Photodiode PD2 detektiert.

Zusätzlich zu diesem Aufbau auf dem optischen Tisch werden zur FMTS-Signalerzeugung die in Abbildung 7.18 dargestellten Komponenten benötigt. Der Signal-Generator erzeugt ein Signal $U(t) = U_0 \cos \omega_M t$ (10dBm⁸), das

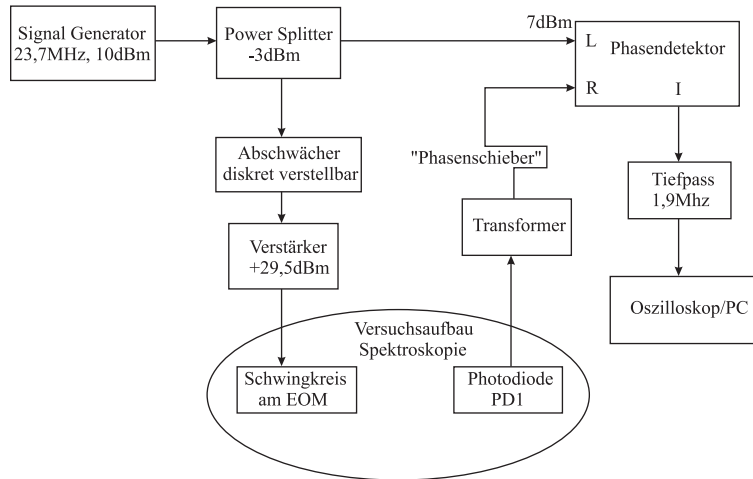


Abb. 7.18: Elektronischer Aufbau bei der Frequenzmodulations-Transferspektroskopie

durch einen Power-Splitter (-3dBm) aufgeteilt wird. Ein Teil geht direkt zum Phasendetektor (Eingang: 7dBm), die andere Hälfte wird über einen Abschwächer an einen Verstärker (+29,5dBm) gegeben. Der Abschwächer lässt sich in -1dBm Schritten verstellen. Das in der Leistung veränderbare Signal wird über einen Schwingkreis (Güte: $\frac{\Delta f}{f} = 38$) an den EOM gegeben. Der Schwingkreis verstärkt das Signal bei seiner Resonanzfrequenz von 23,7 MHz.

Eine schnelle Photodiode mit einer Grenzfrequenz von 125 MHz detektiert das Signal. Ein Transformer blockt Gleichspannungen ab, welche durch äußere Störungen auftreten können und nicht zum Signal gehören (siehe Gleichung (7.29)). Der Phasendetektor mischt die beiden Signale wieder und erzeugt damit das FMTS-Signal (siehe Gleichung (7.34)), welches durch einen Tiefpass (1,9 MHz) von hochfrequentem Störgeräusch bereinigt wird. Durch Verändern der Kabellänge vor dem Phasendetektor wird die Phase zwischen den ankommenden Signalen verschoben.

Das FMTS-Signal kann auf einem Oszilloskop über die Zeit, oder am PC direkt über die Frequenz aufgezeichnet werden.

⁸ dBm steht für eine Leistung, die sich auf ein Milliwatt bezieht: $P[\text{dBm}] = 10 \log \left(\frac{P[\text{mW}]}{1 \text{ mW}} \right)$

7.7.2 Seitenbandspektrum des Sättigungsstrahls

Um das Seitenbandspektrum und daraus den Modulationsindex zu erhalten, wurde der modulierte Strahl in einen Resonator eingekoppelt (siehe Abbildung 7.17). Die Frequenz des Lasers wird derart eingestellt, dass die TEM₀₀-Mode optimal eingekoppelt ist. Durch Verstimmen des Lasers bei dieser Frequenz erhält man mit einer Photodiode (PD2) das Seitenbandspektrum. Die Größen der Seitenbänder auf der elektromagnetischen Strahlungswelle sind proportional zu den Besselfunktionen $J_n(\beta)$. Da Photodioden nur Intensitäten $I(t) \approx |E(t)|^2$ messen, ist die Größe des detektierten n -ten Seitenbands proportional zum Quadrat der n -ten Besselfunktion. Um den

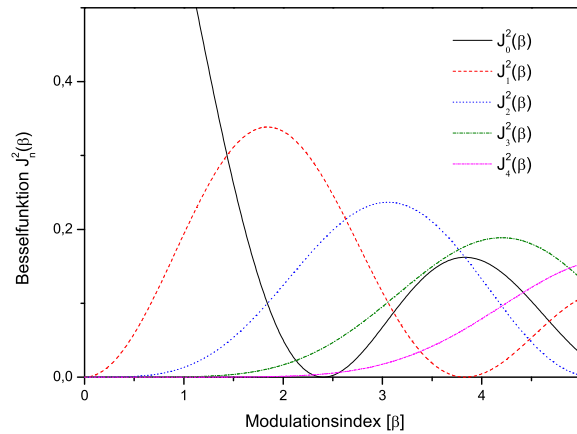


Abb. 7.19: Quadrate der Besselfunktionen

Zusammenhang zwischen angelegter Leistung am Schwingkreis des EOMs und dem Modulationsindex β zu erhalten, wurde für verschiedene Leistungen (veränderbar mit einem Abschwächer, siehe Abbildung 7.18) das Seitenbandspektrum aufgenommen. Für jedes Spektrum konnte dann aus den Verhältnissen der Seitenbandhöhen der Modulationsindex bestimmt werden.

In Abbildung 7.20 sind Seitenbandspektren bei verschiedenen Leistungen und daraus bestimmte Modulationsindizes gezeigt. Die einzelnen Linien werden durch die Linienbreite des Resonators geprägt. Mittels einer sich aus dem Abstand der Linien ergebenden Frequenzkalibrierung kann die Linienbreite zu $\Delta\nu = 13,5$ MHz bestimmt werden. Der freie Spektralbereich $\delta\nu = \frac{c}{2l}$ ist durch die Länge des Resonators ($l = 10$ cm) bestimmt: $\delta\nu = 1,5$ GHz. Die Finesse $F = \frac{\delta\nu}{\Delta\nu}$ des verwendeten Resonators kann damit zu $F = 111 \pm 2$

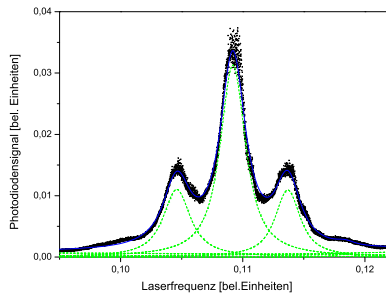
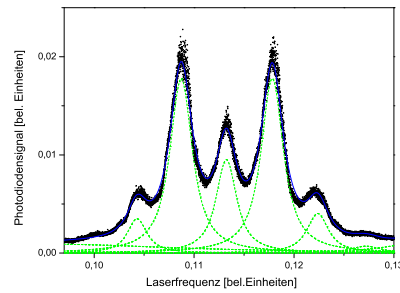
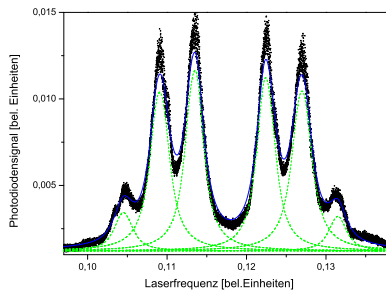
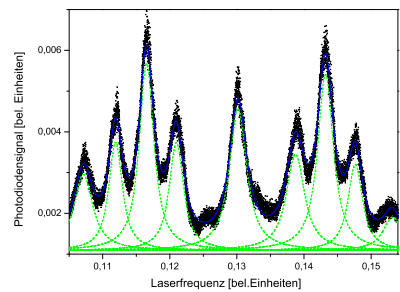
(a) $\rightarrow$ Modulationsindex: $\beta \approx 1$ (b) $\rightarrow$ Modulationsindex: $\beta \approx 1,65$ (c) $\rightarrow$ Modulationsindex: $\beta \approx 2,6$ (d) $\rightarrow$ Modulationsindex: $\beta \approx 4,2$

Abb. 7.20: Seitenbandspektren für verschiedene Leistungen am Schwingkreis des EOM und daraus bestimmte Modulationsindizes.

bestimmt werden.

Ab einem Modulationsindex von $\beta \approx 4$ werden die Seitenbänder unsymmetrisch, da der EOM hier an seine Leistungsgrenze stößt. Dies hat zur Folge, dass auch das FMTS-Signal signifikant schlechter wird. In Abbildung 7.21 ist der ermittelte Zusammenhang zwischen der angelegten Leistung am Schwingkreis des EOM und des damit erzeugten Modulationsindex zu sehen.

7.7.3 FMTS-Signale

Um ein rauscharmes und deutliches Signal zu erhalten, muss auf folgende Kriterien geachtet werden:

- Probe- und Sättigungsstrahl müssen möglichst genau antiparallel überlagert werden.

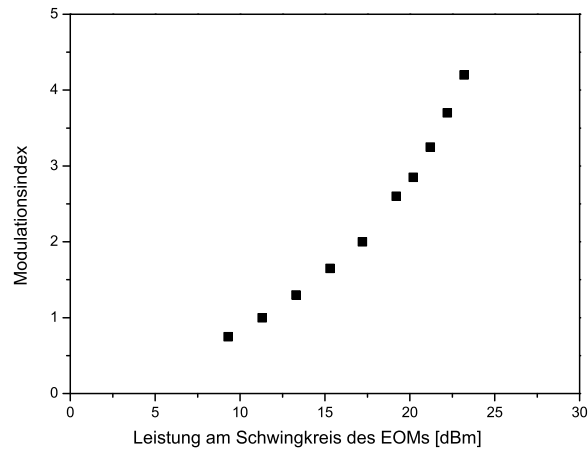


Abb. 7.21: Zusammenhang zwischen der Leistung am Schwingkreis des EOMs und dem Modulationsindex

- Das Verhältnis von Sättigungsstrahl- zu Probestrahllleistung sollte ungefähr bei 3:1 liegen.
- Der EOM-Kristall muss optimal vom Sättigungsstrahl durchleuchtet werden.
- Eine höhere Laserleistung ergibt ein größeres und rauschärmeres Signal, aufgrund der höheren Sättigungsleistung aber auch ein breiteres Signal.

Die Einstellungen bei den ersten drei Punkten können durch das Optimieren des FMTS-Signals am Oszilloskop erfolgen.

Die Phasenabhängigkeit des FMTS-Signals soll hier experimentell gezeigt werden. Die Messungen erfolgten bei einem Modulationsindex $\beta = 2,6$. Die Veränderung der Phase zwischen der Modulationsspannung und dem Photodiodensignal am Phasenmischer erfolgt durch unterschiedlich lange BNC-Kabel zwischen der Photodiode und dem Phasenmischer.

Die Signalausbreitungsgeschwindigkeit in einem Kabel liegt nach [26] bei

$$c_{Ph} = \frac{1}{\sqrt{L^{(L)} \cdot C^{(Q)}}}, \quad (7.38)$$

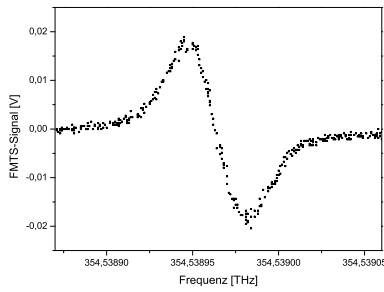
wobei die Querkapazität für ein abgeschirmtes Kabel durch $C^{(Q)} \approx 100 \frac{pF}{m}$ gegeben ist. Die Längsinduktivität $L^{(L)}$ kann über den Scheinwiderstand

$Z = \sqrt{\frac{L^{(L)}}{C^{(Q)}}}$ ($Z = 50\Omega$) berechnet werden. Die Signalgeschwindigkeit in einem BNC-Kabel liegt damit bei $c_{Ph} = 2,00 \cdot 10^8 \frac{m}{s}$. Die Modulationsfrequenz ist $\omega_M = 2\pi \cdot 23,7 \text{ MHz}$. Daraus folgt für die Länge eines Wellenzuges:

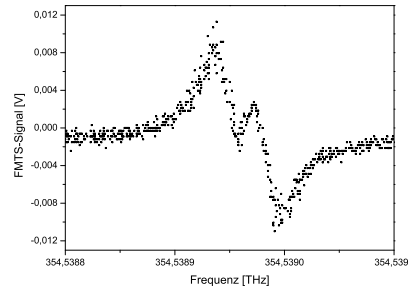
$$\lambda = \frac{2\pi \cdot c_{Ph}}{\omega_M} = 8,33 \text{ m} \quad (7.39)$$

Die Phase kann somit mit einem Kabel der Länge 4,17 m um $\phi = \pi$ geändert werden. Dies konnte experimentell bestätigt werden.

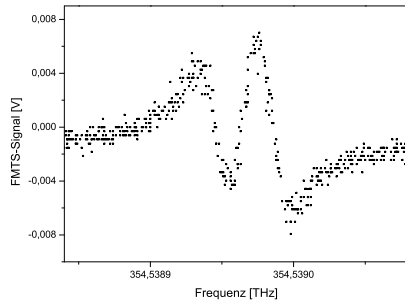
In Abbildung 7.22 sind FMTS-Signale mit einem Modulationsindex $\beta = 2,6$ und variierender Phase gezeigt.



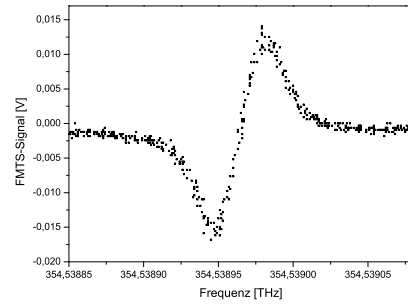
(a) Phase: $0,7\pi$



(b) Phase: $1,26\pi$



(c) Phase: $1,32\pi$



(d) Phase: $0,7\pi + \pi$

Abb. 7.22: Gemessene FMTS-Signale in Abhängigkeit von der Phase ϕ ($\beta = 2,6$)

7.8 Vergleich der experimentell ermittelten FMTS-Daten mit dem Modell

In den Simulationen wurde gezeigt, dass das FMTS-Signal sich in Abhängigkeit vom Modulationsindex β und von der Phase ϕ stark ändert. Das Aus-

sehen des Signals kann mit den zwei Kontourdiagrammen 7.4 und 7.5 verdeutlicht werden.

Im folgenden sollen Messungen für eine optimierte Phase und sich ändernden Modulationsindex mit den Simulationen verglichen werden.

Um die Simulationen zu überprüfen, wurde das FMTS-Signal bei einem Modulationsindex von $\beta = 2,6$ auf seine maximale Größe hin optimiert, indem die Phase durch Verändern der Kabellängen zwischen Photodiode und dem Phasendetektor angepasst wurde. Da eine negative Steigung im Nulldurchgang vorlag, ist die Phase $\phi = 0,85\pi + \pi$ (vergleiche Abbildungen 7.4 und 7.5).

Für diese Phase wurde bei verschiedenen Modulationsindizes das FMTS-Signal $U_{\beta,\phi}(\Delta)$ aufgenommen und die maximalen Werte $M_{\beta,\phi} = \text{Max}(U_{\beta,\phi}(\Delta))$ abgelesen. Für den Vergleich mit dem theoretischen Modell sind in Abbildung 7.23 die berechneten Signalgrößen für verschiedene Modulationsindizes bei der Phase $\phi = 0,85\pi + \pi$ aufgetragen (dies entspricht einem horizontalen Schnitt in Abbildung 7.4). Das Maximum dieser Kurve wurde dabei auf eins normiert. Die gemessenen Werte wurden an die Simulationskurve angefügt, indem die Summe der Abstandskquadrate in y-Richtung minimiert und dadurch ein gemeinsamer Faktor für die Messwerte berechnet wurde. Es liegt eine sehr gute Übereinstimmung zwischen den

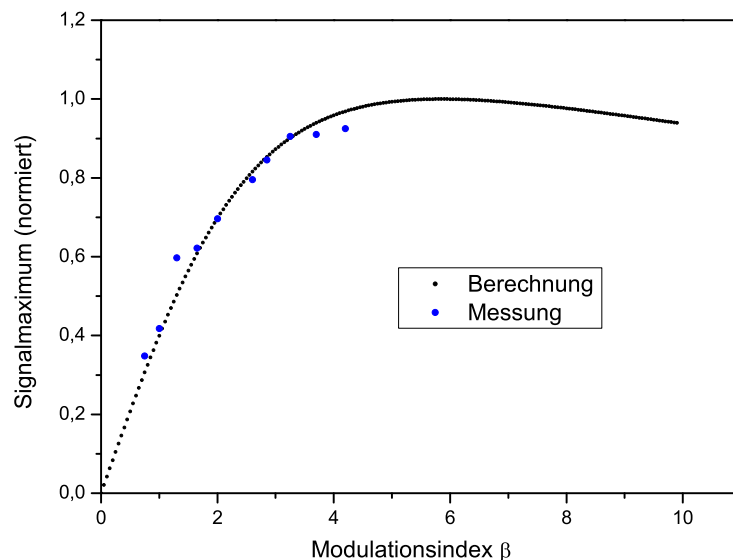


Abb. 7.23: Vergleich der Messwerte der Signalmaxima von FMTS-Signalen bei verschiedenen Modulationsindizes mit der Simulation

Messpunkten und der Theoriekurve vor. Die leichte Abweichung bei einem Modulationsindex von $\beta > 4$ kann damit erklärt werden, dass der EOM bei dieser hohen Leistung keine vollständig symmetrischen Seitenbänder erzeugt. Das FMTS-Signal kann daher nicht seine volle Größe erreichen.

Desweiteren wurde aus den gemessenen FMTS-Signalen jeweils die Steigung $D_{\beta,\phi} = \left. \frac{\partial U_{\beta,\phi}(\Delta)}{\partial \Delta} \right|_{\Delta=0}$ im Nulldurchgang berechnet. Zum Vergleich mit der Theorie ist in Abbildung 7.24 der Verlauf der Steigungsänderung im Nulldurchgang des FMTS-Signals in Abhängigkeit vom Modulationsindex gezeigt. Das Maximum der Simulationskurve ist auf eins normiert. Die gemessenen Werte wurden an die Simulationskurve angefitet, indem die Summe der Abstandsquadrate in y-Richtung minimiert und dadurch ein gemeinsamer Faktor für die Messwerte berechnet wurde (aufgetragen sind die Beträge der Werte). Auch hier liegt eine gute Übereinstimmung von Messung

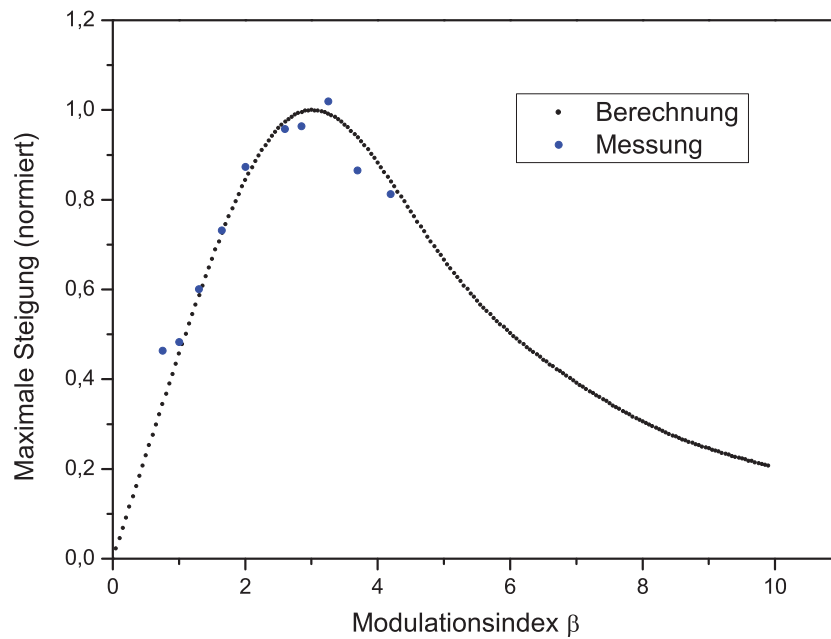


Abb. 7.24: Vergleich der Messwerte für die Steigung im Nulldurchgang mit der Simulation (aufgetragen sind die Beträge der Werte)

und Simulation vor. Ein deutlicher Rückgang der Steigung ist ab einem Modulationsindex von $\beta = 3,5$ zu erkennen.

8. CHARAKTERISIERUNG DER REGELUNGSSTABILITÄT

Die in Kapitel 6 vorgestellte Frequenzregelung von Lasern durch ein Wavemeter ist ein elegantes Verfahren, einen Laser stabil bei einer frei wählbaren Wellenlänge zu halten. Im folgenden wird erläutert, wie exakt die Regelung aufgrund der Ungenauigkeiten des Wavemeters ist. Die Charakterisierung erfolgt mittels der Allan-Varianz.

8.1 Die Allan-Varianz

Die von David W. Allan entwickelte Methode der Allan-Varianz [27] ermöglicht die Analyse einer Serie von Daten hinsichtlich ihres Driftverhaltens auf unterschiedlichen Zeitskalen τ . Die einzelnen Daten $\nu(t_i) \equiv \nu_i$ ($i = 0, 1..N$) werden hierfür in einem zeitlich äquidistanten Abstand δt aufgezeichnet.

Die Datenreihe ν_i wird in zeitlich gleich lange Abschnitte der Länge

$$\tau = k \cdot \delta t \quad (8.1)$$

geteilt (wobei k für jedes y_n eine konstante Zahl ist). Aus den Werten von jedem Abschnitt wird ein Mittelwert y_n gebildet:

$$y_n = \frac{1}{k} \sum_{i=nk}^{(n+1)k-1} \nu_i \quad (8.2)$$

Die Allan-Varianz σ_y^2 ist dann definiert als die Hälfte des Mittelwerts von dem Quadrat der Differenz aus allen nebeneinanderliegenden Datenabschnitts-Mittelwerten y_n :

$$\sigma_y^2 = \frac{1}{2} \left\langle (y_{n+1} - y_n)^2 \right\rangle \quad (8.3)$$

Diese Allan-Varianz wird jeweils berechnet für verschiedene Zeitabschnitte τ , d.h. unterschiedlichen Werten der ganzen Zahl k . Diese Zahl wird im

Allgemeinen exponentiell aufsteigend gewählt:

$$k = 2^m \quad (8.4)$$

mit $m = 0, 1, 2, \dots$

$\sigma_y^2(\tau)$ zeigt dann das Driftverhalten für die Zeitskalen τ . Dargestellt wird im allgemeinen die Allan-Standardabweichung:

$$\sigma(\tau) = \sqrt{\sigma_y^2(\tau)} \quad (8.5)$$

Neben dieser Allan-Varianz gibt es zahlreiche Varianten, unter anderem die modifizierte Allan-Varianz, die totale Varianz und die Hadamard-Varianz [28].

8.2 Charakterisierung der Langzeitstabilität des Wavemeters

Zur Charakterisierung der Stabilität des Wavemeters wird der Kalziumübergang $4\ ^1S_0 \leftrightarrow 4\ ^1P_1$ bei der Wellenlänge $\lambda = 422,7918\text{ nm}$ als Referenz verwendet. Der Übergang wird mit dem FMTS-Signal detektiert (siehe Kapitel 7.3.2). Zwei Methoden werden angewendet, um das Driftverhalten des Wavemeters zu charakterisieren:

1. Das FMTS-Signal wird als Fehlersignal für einen Software-PID-Regler eingesetzt, um den Laser bei 423 nm auf der Kalziumlinie zu halten. Parallel dazu wird die Wellenlänge des Lasers durch das Wavemeter aufgezeichnet. Die Laserstrahlführung in das Wavemeter erfolgt einmal durch eine Multi-Mode-Faser und einmal durch eine Single-Mode-Faser.
2. Der Laser bei 423 nm wird über das Wavemeter bei einer Wellenlänge gehalten. Parallel dazu wird das FMTS-Signal aufgezeichnet. Eingelesen wurde die Wellenlänge über eine Multi-Mode-Faser.

8.2.1 Laserlock auf das Fehlersignal

Das FMTS-Signal hat einen Nulldurchgang bei der Kalziumlinie. Es kann daher direkt als Fehlersignal verwendet werden. Damit der Laser bei 423 nm durch dieses Fehlersignal bei der Referenzfrequenz gehalten werden kann, wird der Laser derart eingestellt, dass sich das Signal im Nulldurchgang befindet. Dann wird die Software-Regelung eingeschaltet. Das Fehlersignal

wird dafür in einen PC eingelesen, welcher daraus durch ein Software-Regelprogramm ein Ausgabesignal generiert. Dieses wird an den Laser weitergeleitet, der dadurch auf die Frequenz des Kalziumübergangs gelockt wird. Die Schwankungen der Laserfrequenz um die Kalziumlinie liegen unter 1 MHz. Da die Laserfrequenz dadurch festgehalten wird, kann die Genauig-

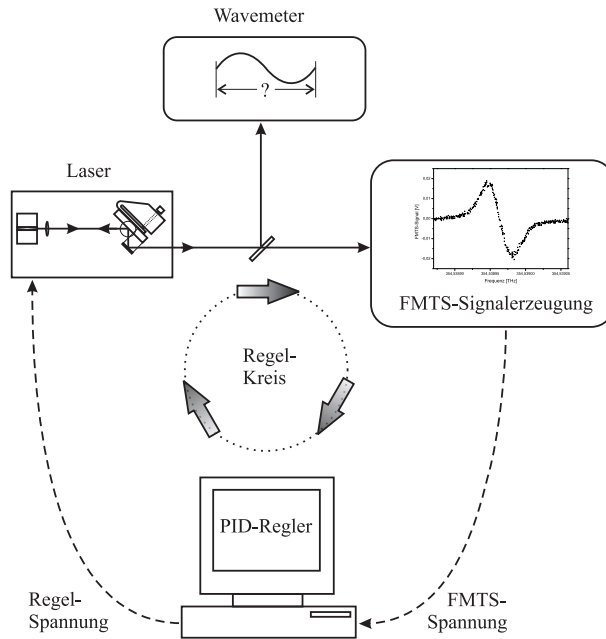


Abb. 8.1: Frequenzstabilisierung durch das FMTS-Fehlersignal

keit des Wavemeters überprüft werden. Dazu wurde eine Langzeitaufzeichnung der Wavemeterausgabe über einen Zeitraum von 48 h durchgeführt (siehe Abbildung 8.2). Der Laserstrahl wurde über eine Multi-Mode-Faser in das Wavemeter geführt. Zu Beginn driftet die Frequenz über circa 35 MHz. Dies kann mit einer Erwärmung der Fizeau-Interferometer im Wavemeter durch den zu messenden Laserstrahl erklärt werden. In Kapitel 5 wurde für die Abstände der Interferenzmaxima auf dem Fotodiodenfeld folgende Formel hergeleitet (Gleichung (5.7)).

$$\Delta x = \frac{\lambda \cos \beta}{2n_L \tan \phi} \quad (8.6)$$

Mit dem Ausdehnen des Interferometers ist eine Vergrößerung der Abstände Δx verbunden. Dadurch wird die Wellenlänge zu groß berechnet. Die Erwärmung dauert ungefähr fünf Stunden, in diesem Zeitraum ist eine für Temperaturangleichungen charakteristische exponentielle Abhängigkeit von der Zeit erkennbar.

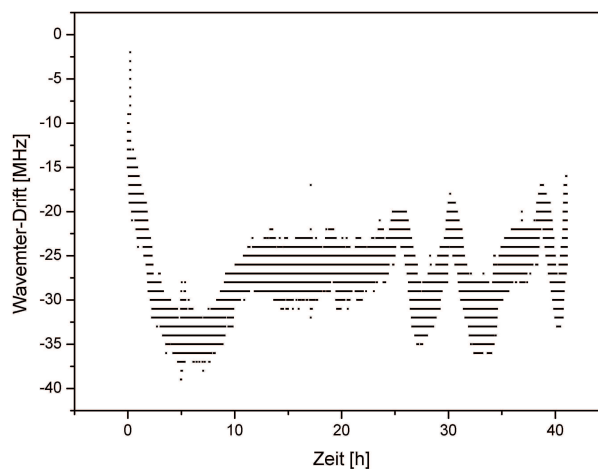


Abb. 8.2: Frequenzverlauf des Wavemeters.

Spätere Schwankungen in der Frequenz beruhen auf äußeren Temperaturänderungen.

In Abbildung 8.3 ist ein Histogramm des Frequenzverlaufs dargestellt. Der Mittelwert der Verteilung wurde auf 0 MHz gesetzt. Die Standardabweichung beträgt 4,24 MHz. In Abbildung 8.4 ist die berechne-

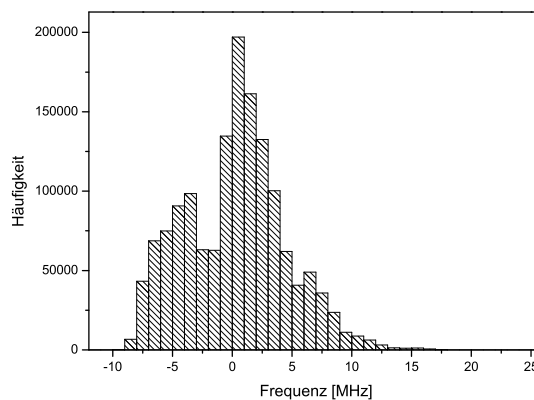


Abb. 8.3: Histogramm der Frequenz

te Allan-Standardabweichung dargestellt. Auf Zeitskalen zwischen 2 s und 1 min ist die Wellenlängenmessung durch das Wavemeter mit einer Allan-Standardabweichung von 0,2 MHz am besten. Bei kleineren Zeiten sieht man die nicht perfekte Stabilisierung des Lasers auf das FMTS-Fehlersignal.

Bei Zeiten größer als 1 min sieht man das Driften des Wavemeters in der

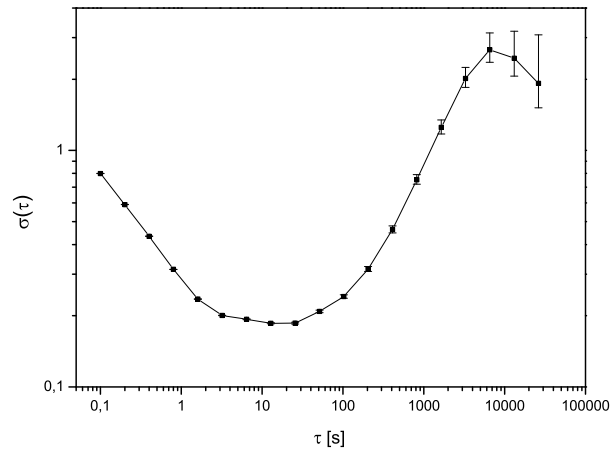


Abb. 8.4: Allan-Standardabweichung bei der Messung mit einer Multi-Mode-Faser

Wellenlängenmessung. Auf Zeitskalen größer als 2 h bleibt die Abweichung des Wavemeters unter einem Niveau von 3 MHz.

Zwei weitere Langzeitmessungen der Frequenz wurden mit einer Single-Mode-Faser als Strahlzuführung zum Wavemeter durchgeführt. Die zwei Messungen dauerten jeweils ca. 15 h und wurden aufeinanderfolgend gemacht. In Abbildung 8.5 sind die berechneten Allan-Standardabweichungen dargestellt. Beide Kurven zeigen eine kleinere Allan-Standardabweichung

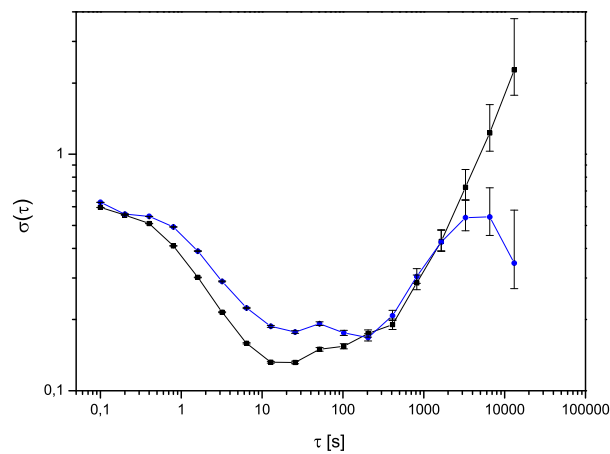


Abb. 8.5: Allan-Standardabweichungen bei zwei Messungen mit einer Single-Mode-Faser

auf kleinen Zeitskalen im Vergleich zu der Messung mit der Multi-Mode-Faser. Das Minimum liegt ebenfalls bei ca. 0,2 MHz, bleibt aber bis zu einer Zeitskala von 10 min auf diesem Niveau. Die blaugefärbte Kurve, welche die Daten aus der zweiten Messung enthält, zeigt eine deutlich kleinere Drift des Wavemeters auf Zeitskalen ab 30 min. Dies ist darauf zurückzuführen, dass die Erwärmung der Fizeau-Interferometer im Wavemeter durch den Laserstrahl zu Beginn der ersten Messung geschah und die Temperatur der Interferometer dann bei der zweiten Messung relativ konstant war.

8.2.2 Laserlock auf das Wavemeter

Die Frequenz des Laser bei 423 nm wird durch die Wavemeter-Laserfrequenzstabilisierung zum Nulldurchgang des FMTS-Signals hingeführt, wo der Laser dann geregelt wird. Aufgezeichnet wird die FMTS-Spannung $U_{\beta,\phi}(\Delta)$. Da das Wavemeter in der Frequenz driftet, ändert sich die Frequenzverschiebung Δ vom Nulldurchgang und damit die FMTS-Spannung. Diese Spannung wurde in einer Langzeitmessung aufgezeichnet. Um diese Spannung in eine Frequenz umrechnen zu können, wurde ein vollständiges FMTS-Signal über die Verstimmung Δ aufgenommen.

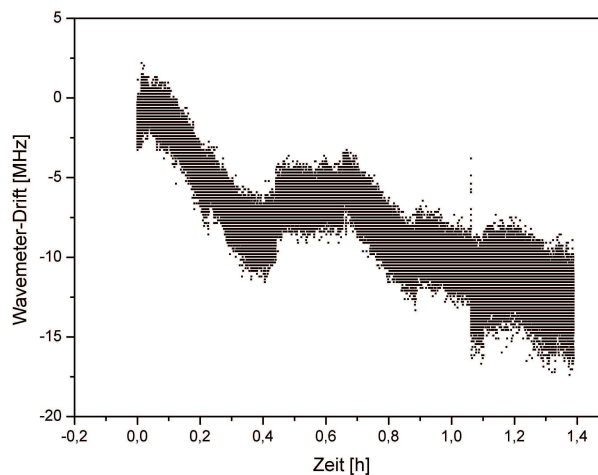


Abb. 8.6: Frequenzverlauf des Wavemeters.

Die Breite eines typischen FMTS-Signals vom Maximum zum Minimum liegt bei ca. 50 MHz. Ein linearer Zusammenhang zwischen FMTS-Signalspannung und Frequenz besteht nur in einem Bereich von ca. 35 MHz. Wenn der Messpunkt aus diesem Bereich driftet besteht keine eindeutige

Zuordnung der Wellenlänge mehr. Mit dieser Methode kann somit - wenn vom Nulldurchgang des FMTS-Signals ausgegangen wird - nur das Driften in eine Richtung von 17 MHz aufgezeichnet werden. Dies ist hier nach 1,4 h erreicht.

Der Frequenzverlauf ist in Abbildung 8.6 zu sehen. Wieder ist ein Driften in der Frequenz um ca. 10 MHz/h hin zum roten Spektralbereich zu erkennen. Das Histogramm zu diesem Frequenzverlauf ist in Abbildung 8.7 dargestellt. Die Standardabweichung beträgt 3,24 MHz.

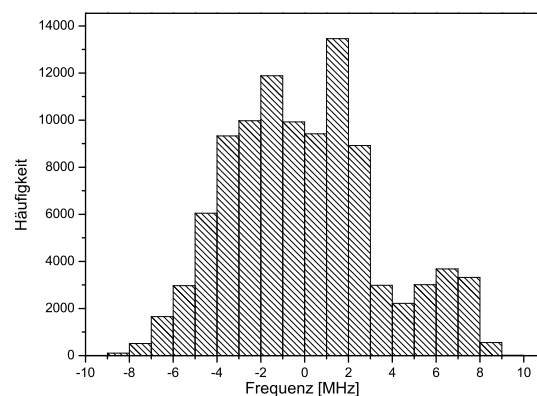


Abb. 8.7: Histogramm der Frequenz

Die Allan-Varianz (Abbildung 8.8) zeigt ein ähnliches Verhalten wie bei der ersten Messmethode. Das Minimum der Allan-Standardabweichung liegt auch hier im Bereich von 10 s. Ein maximales Niveau wird für die Allan-Standardabweichung nicht erreicht, da hierfür mehr Daten für größere Zeiten benötigt würden.

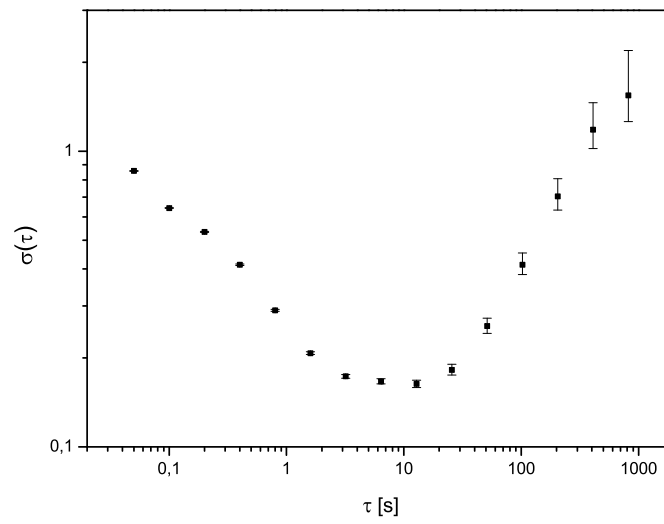


Abb. 8.8: Allan-Standardabweichung bei Laserlock auf das Wavemeter

ZUSAMMENFASSUNG UND AUSBLICK

Stabilisierung

In dieser Arbeit wurde eine neue Möglichkeit der Laserfrequenzstabilisierung gezeigt. Die Regelabweichung vom Sollwert liegt bei ca. 0,5 MHz. Die Qualität des Regelsystems ist bestimmt durch die Referenzwellenlänge, welche das Wavemeter vorgibt (Genauigkeit ca. 10 MHz). Die Charakterisierung des Wavemeters mit der Allan-Varianz hat gezeigt, dass die Genauigkeit des Wavemeters auf der Zeitskala zwischen 1 s und 100 s am höchsten ist. Das größte Driften in der Wellenlängenmessung erfolgt zu Beginn einer Messung durch die Erwärmung der Fizeau-Interferometer durch den Laserstrahl.

Das Ziel weiterer Arbeiten wird sein, die Referenzwellenlänge des Wavemeters zu stabilisieren. Die Genauigkeit des Gesamtsystems könnte auf unter 1 MHz gebracht werden. Die Langzeit-Stabilisierung des Wavemeters könnte durch periodisches Kalibrieren ($T \approx 1$ min) erreicht werden. Kalibriert werden kann mit dem FMTS-Signal, welches spektroskopisch erzeugt wird und bei uns mit einer Genauigkeit von 0,5 MHz die Frequenz des Kalziumübergangs $4\ ^1S_0 \leftrightarrow 4\ ^1P_1$ angibt.

Die Genauigkeit des Systems kann noch gesteigert werden, indem das Wavemeter permanent die gleiche - möglichst kleine - Laserlichtleistung erhält. Die Fizeau-Interferometer bleiben dadurch bei der gleichen Temperatur und messen die Wellenlänge mit weniger Abweichung.

Die Anwendung der Laserfrequenz-Stabilisierung mit Hilfe eines Wavemeters wurde am Beispiel von Diodenlasern gezeigt. Sie kann aber auch für alle anderen Laserarten, deren Frequenz von außen veränderbar ist, eingesetzt werden. Angepasst werden müssen nur die PID-Parameter sowie die Regelgeschwindigkeit.

Wird an den Regelparametern und der Sollfrequenz nichts mehr geändert, so kann der Computer und der Digital-Analog-Wandler durch einen frei programmierbaren Chip ersetzt werden. Dieser FPGA¹ erhält von

¹ Field Programmable Gate Array

dem Wavemeter die Ist-Wellenlänge des Lasers und gibt ein Regelsignal zurück an den Laser. Dafür muss der FPGA eine Einlesefunktion, einen PID-Regler und eine Ausgabefunktion enthalten. Die Vorteile sind eine schnellere und zeitlich konstantere Regelung. Für die Stabilisierung mehrerer Laser kann der FPGA auch die Logik für die Shutter-Steuerung enthalten.

Spektroskopie

Mit der dopplerfreien Sättigungsspektroskopie konnte ein Signal-Rausch-Verhältnis von 700 erreicht werden. Dadurch war es möglich, die meisten Kalzium-Isotope zu detektieren und ihre Frequenzverschiebung zu messen. Die natürliche Linienbreite des $4\ ^1S_0 \leftrightarrow 4\ ^1P_1$ -Übergangs in Kalzium konnte durch dopplerfreie Sättigungsspektroskopie zu

$$\gamma_0 = 34,4 \pm 5,3 \text{ MHz} \quad (8.7)$$

bestimmt werden, womit der Literaturwert [24] von $\gamma_0 = 34,7 \text{ MHz}$ bestätigt wird.

Die Simulationen des FMTS-Signals haben gezeigt, dass seine Form grundlegend von der Phase ϕ (zwischen dem Modulationssignal und dem Schwebungssignal von der Photodiode am Phasendetektor) und dem Modulationsindex β ($\propto$ Leistung am EOM) abhängt. Für die Parameter des betrachteten Kalziumübergangs wurden folgende optimalen Werte berechnet:

- Für ein möglichst großes Signal: $\phi = 0,85\pi + n\pi$ ($n \in \mathbb{N}$) und $\beta = 6$.
- Für ein Signal mit maximaler Steigung im Nulldurchgang: $\phi = 0,7\pi + n\pi$ ($n \in \mathbb{N}$) und $\beta = 2,6$.

Die Simulationen konnten im Experiment bestätigt werden.

ANHANG

A. ELEKTRONISCHE BAUTEILE

A.1 Steckkarte für Laserregelung

Die verwendeten Diodenlaser können über einen Bereich von 20 GHz manuell verstimmt werden. Damit dies auch durch eine von außen vorgegebene Spannung über das Gitter und den Strom erfolgen kann, wurde eine Steckkarte für das Laserrack angefertigt. Diese Karte gibt die Regelspannung auf

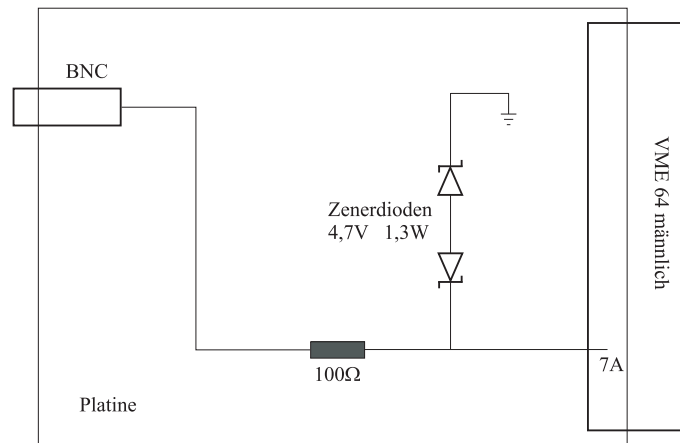


Abb. A.1: Aufbau der Lasersteckkarte

den Pin 7a der Busplatine des Lasers. Da das eingehende Signal zwischen -5 und 5 Volt liegen sollte, befindet sich ein Spannungsbegrenzer bestehend aus einem Widerstand und zwei gegeneinander geschalteten Zenerdioden auf der Karte. Damit der Scan Control (SC 110) die Spannung zu seinem voreingestellten Wert hinzufügt, muss der Jumper *JP17* in diesem Modul gesetzt werden. Der Eingangswiderstand liegt bei $4,7\text{ k}\Omega$.

A.2 Shutter & Shutter-Master

Für die Unterbrechung der Laserstrahlen werden modifizierte PC-Lautsprecher als Shutter verwendet. Die Membran des Lautsprechers wird hierfür entfernt, nachdem die Spulenzuleitungsdrähte mit Heißkleber fixiert worden sind. Nach dem Entfernen des äußeren Metallrings können zwei der

verbleibenden Arme nach oben gebogen und als Begrenzung der Spulenauslenkung herangezogen werden. Wird nun eine Spannung von 1 V ($I=150\text{ mA}$) mit wechselnder Polung angelegt, so kann die sich um ca. 5 mm hebende und senkende Spule als Unterbrecher eines Strahls dienen. Ein ähnliches Shutterdesign wird in [29] erläutert. Das Umpolen der Spannungen für die Shutter und die Synchronisation der Laserstrahlunterbrechungen kontrolliert der Shutter-Master.

Dieser ist für bis zu zehn Shutter ausgelegt und kann sowohl per Hand als auch durch einen vom PC kommenden digitalen TTL-Puls die Shutter öffnen und schließen. Dafür wurden zehn Spannungsumschalter auf eine Platine gelötet, die jeweils einen Shutter ansprechen (siehe Abbildung A.2). Mit

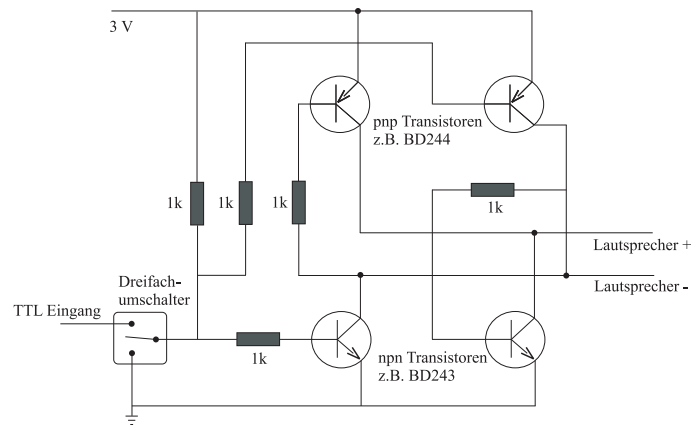


Abb. A.2: Schaltplan für Spannungsumschalter

solch einem Spannungsumschalter wird die Spule eines Shutters durch ein 5 V TTL-Signal je nach Verdrahtung des Shutters entweder gehoben oder gesenkt. Das Abstimmen der Shutterstellungen übernimmt ein Umschaltchip¹. Dieser wird über vier Digitalkanäle angesprochen und ist mit den TTL-Eingängen der zehn Spannungsumschalter verbunden. Er spricht eine gewählte Anzahl Shutter (je nach digitaler Codierung) derart an, dass genau einer von ihnen offen ist.

¹ SN54/74L542

Hiermit erkläre ich, dass ich die vorliegende Diplomarbeit selbständig verfasst und nach bestem Wissen und Gewissen keine als die angegebenen Quellen und Hilfsmittel verwendet habe.

Ulm, April 2006

Johannes F. Eble

DANKSAGUNG

Abschließend möchte ich mich bei allen bedanken, die mich in diesem Jahr der Diplomarbeit begleitet und unterstützt haben.

Der größte Dank gilt Prof. Ferdinand Schmidt-Kaler für die Aufnahme in seine Arbeitsgruppe und die Betreuung meiner Diplomarbeit mit Rat und Tat.

Auch apl. Prof. Matthias Freyberger, der mit seinen sehr guten Vorlesungen bei mir das Interesse an der Quanteninformationsverarbeitung geweckt hat, gilt großer Dank.

Besonders bedanken möchte ich mich bei Dr. Kilian Singer, der mir mit vielen Antworten auf viele Fragen weiterhelfen konnte.

Danke auch an Robert Maiwald und Wolfgang Schnitzler, mit denen ich ein Büro geteilt habe, für die vielen Diskussionen über die Physik und natürlich für den vielen Spass, den wir hatten.

Desweiteren geht mein Dank an alle in der Gruppe für ihre Unterstützung und eine schöne Zeit. Insbesondere Michael Ferner für seine Hilfe bei Computerfragen und Gerhard Huber, Wolfgang Schnitzler und Thomas Deuschle für die Durchsicht meiner Arbeit.

Ein besonderer Dank gilt auch meinen Eltern für ihr immerwährendes Vertrauen in meine Fähigkeiten und ihre Unterstützung, wodurch sie meine Studienzeit überhaupt erst ermöglicht haben.

Auch Dir Inka vielen Dank für Deine Liebe...

LITERATURVERZEICHNIS

- [1] NIELSEN, M. A. ; CHUANG, I. L.: *Quantum Computation and Quantum Information*. Cambridge : Cambridge University Press, 2000
- [2] VINCENZO, D. P.: The physical implementation of quantum computation. In: *Fortschritte der Physik* 48 (2000), S. 771–783
- [3] HUGHES, R. J. ; JAMES, D. F. V. ; KNILL, E. H. ; LAFLAMME, R. ; PETSCHKE, A. G.: Decoherence Bounds on Quantum Computation with Trapped Ions. In: *Phys. Rev. Lett.* 77 (1996), S. 3240
- [4] LEIBFRIED, D. ; BLATT, R. ; MONROE, C. ; WINELAND, D.: Quantum dynamics of single trapped ions. In: *Rev. of modern Phys.* 75 (2003), S. 281–324
- [5] STACEY, J. P.: *Stabilization and Control in a Linear Ion Trap*, Wadham College Oxford, Diss., 2003
- [6] GULDE, S.: Simple and efficient photo-ionization loading of ions for precision ion-trapping experiments. In: *Appl. Phys. B* (2001), Nr. 73, S. 861
- [7] KJAERGAARD, N. ; HORNEKAER, L. ; THOMMESEN, A. M. ; VIDESSEN, Z. ; DREWSSEN, M.: Isotope selective loading of an ion trap using resonance-enhanced two-photon ionization. In: *Appl. Phys. B* 71 (2000), S. 207–210
- [8] RISBERG, G.: In: *Ark. Fys.* 37 (1968), Nr. 231
- [9] ESCHNER, J. ; ET AL.: Laser cooling of trapped ions. In: *J. Opt. Soc. Am. B* 20 (2003)
- [10] MAIWALD, R.: *Abbildungs- und Steuerungssystem für ein Experiment mit einzelnen Ionen*, Universität Ulm, Diplomarbeit, 2006
- [11] READER, J. ; CORLISS, C. H.: *Handbook of Chemistry and Physics*. CRC Press, 1998

- [12] JAMES, D. F. V.: Quantum dynamics for cold trapped ions with application to quantum computation. In: *Appl. Phys. B* 66 (1998), S. 181–190
- [13] KREUTER, A.: *Spontaneous Emission of a Single Trapped Ca^+ -Ion*, Universität Innsbruck, Diss., 2004
- [14] DEMTRÖDER, W.: *Laserspektroskopie*. Springer, 2000
- [15] BOYD, G. D. ; KLEINMANN, D. A.: Parametric Interaction of Focussed gaussian Light Beams. In: *Appl. Phys.* (1963), S. 3597–3639
- [16] BLACK, E. D.: An introduction to Pound-Drever-Hall laser frequency stabilization. In: *Am. J. Phys.* 69 (2001), Nr. 1
- [17] MORRIS, M. B. ; MCCLLRATH, T. J. ; SNYDER, J. J.: Fizeau wavemeter for pulsed laser wavelength measurement. In: *Appl. Opt.* 23 (1984), Nr. 21
- [18] ZIEGLER, J. G. ; NICHOLS, N. B.: *Control engineering*. onlinebook, 2004
- [19] DRAKE, G. W. F.: *Springer Handbook of Atomic, Molecular, and Optical Physics*. Springer, 2006
- [20] SHIRLEY, Jon H.: Modulation transfer processes in optical heterodyne saturation spectroscopy. In: *Opt. Lett.* 7 (1982), Nr. 11
- [21] JAATINEN, E.: Theoretical determination of maximum signal levels obtainable with modulation transfer spectroscopy. In: *Opt. Com.* 120 (1995), S. 91–97
- [22] MA, L. S. ; COURTEILLE, Ph. ; RITTER, G. ; NEUHAUSER, W. ; BLATT, R.: Spectroscopy of Te_2 with modulation transfer: reference lines for precision spectroscopy in Yb^+ at 467 nm. In: *Appl. Phys. B* 57 (1993), S. 159–162
- [23] BACHER, M.: *Sättigungsspektroskopie an Kalziumdampf und Laserstabilisierung für Photoionisationsexperimente*, Universität Innsbruck, Diplomarbeit, 2005
- [24] SUGAR, J. ; CORLISS, J.: In: *J. Phys. Chem.* (1985), Nr. 14, S. 1–1664

- [25] ANDL, A. ; BEKK, K. ; GÖRING, S. ; HANSER, A. ; NOWICKI, G. ; REBEL, H. ; SCHATZ, G. ; THOMPSON, R. C.: Isotope shifts and hyperfine structure of the $4s^2\ ^1S_0 - 4s4p\ ^1P_1$ transition in calcium isotopes. In: *Phys. Rev. C* 26 (1982), Nr. 5
- [26] SIMONYI, K.: *Theoretische Elektrotechnik*. Wiley-Vch, 1993
- [27] ALLAN, D. W.: Statistics of Atomic Frequency Standards. In: *Proc. IEEE* 54 (1966), Nr. 2
- [28] ALLAN, D. W. ; BARNES, J. A.: A Modified Allan Variance with Increased Oscillator Characterization Ability. In: *Proceedings of the 35.th annual frequency control symposium* (1981), S. 470–475
- [29] SINGER, K. ; JOCHIM, S. ; MUDRICH, M. ; MOSK, A. ; WEIDEMÜLLER, M.: Low-cost mechanical shutter for light beams. In: *Rev. Sci. Instrum.* 73 (2002), Nr. 4402