

---

# Abbildungs- und Steuerungssystem für ein Experiment mit einzelnen Ionen

---

Diplomarbeit  
von  
Robert Maiwald



Universität Ulm

Abteilung Quanteninformationsverarbeitung

April 2006

Hauptberichter: Prof. Dr. F. Schmidt-Kaler

Berichter: apl. Prof. Dr. M. Freyberger



# Inhaltsverzeichnis

<b>Einleitung und Motivation</b>	<b>1</b>
<b>1 Die Fluoreszenz eines Mehrniveausystems</b>	<b>3</b>
1.1 Modell der Wechselwirkung von Licht und Materie . . . . .	3
1.1.1 Hamilton-Operator des Systems . . . . .	5
1.1.2 Dämpfungen des Systems . . . . .	6
1.1.3 Analytische Lösungen der Optischen Bloch-Gleichungen . . . . .	8
1.2 Optische Anregung am Beispiel des $^{40}\text{Ca}^+$ . . . . .	10
1.2.1 Sättigung . . . . .	11
1.2.2 Sättigung im Falle eines 3-Niveau-Systems . . . . .	13
1.2.3 Resonanzspektrum . . . . .	14
1.2.4 Sättigungsverbreiterung . . . . .	16
1.2.5 Linienbreite . . . . .	19
1.2.6 Weitere Phänomene im Fluoreszenzspektrum . . . . .	21
1.2.7 Abschätzung der Photonenstreurrate . . . . .	23
<b>2 Die Messung der Fluoreszenz</b>	<b>25</b>
2.1 Kennzahlen optischer Elemente . . . . .	25
2.1.1 Abbildungsobjektiv . . . . .	28
2.2 Im Fokus . . . . .	29
2.3 Vom fluoreszierenden Ion zum Bild . . . . .	33
2.3.1 Aufbau der Detektionsoptik . . . . .	36
2.3.2 Raumwinkel . . . . .	36
2.3.3 Transmissionsverluste am Objektiv . . . . .	37
2.3.4 Filter . . . . .	37
2.3.5 Photomultiplerröhre . . . . .	37
2.3.6 Kamera . . . . .	39
2.3.7 Erwartete Zählrate . . . . .	41
<b>3 Die segmentierte Ionenfalle</b>	<b>43</b>
3.1 Aufbau und Charakteristika der Falle . . . . .	43
3.1.1 Prinzip einer Paul-Falle . . . . .	43
3.1.2 Segmentierte Falle . . . . .	46
3.1.3 Arbeitsparameter . . . . .	47
3.2 Kalziumofen . . . . .	48
3.3 Notwendige Lasersysteme . . . . .	48

3.3.1	Photoionisation . . . . .	48
3.3.2	Kühlung und Fluoreszenzanregung . . . . .	50
3.3.3	Optisches Pumpen . . . . .	50
3.3.4	Aufbau und Leistungsdaten der Lasersysteme . . . . .	50
3.3.5	Optischer Aufbau der akusto-optischen Modulatoren . . . . .	54
3.3.6	Streulichtrate . . . . .	58
<b>4</b>	<b>Die Suche nach dem Ion</b>	<b>59</b>
4.1	Verdampfungsöfen . . . . .	59
4.2	Differenzmodus . . . . .	59
4.2.1	Experimentsteuerung . . . . .	60
4.2.2	Automatisierter Differenzmodus . . . . .	60
4.2.3	Photomultiplier mit Blende . . . . .	63
4.2.4	„Ionenseilbahn“ . . . . .	63
4.3	CCD Kamera als Photonen-zähler . . . . .	64
4.3.1	Kamerasteuerung . . . . .	64
4.3.2	Binning . . . . .	64
4.3.3	Photonenzähler . . . . .	65
4.3.4	Region of Interest . . . . .	65
4.3.5	Fokussierung . . . . .	66
	<b>Zusammenfassung und Ausblick</b>	<b>68</b>
<b>A</b>	<b>Entwickelte Software</b>	<b>71</b>
A.1	Experimentsteuerung „QIVControl“ . . . . .	71
A.1.1	Beispielskript . . . . .	72
A.2	Kamerasteuerung „iXonControl“ . . . . .	78
<b>B</b>	<b>Ausgewählte Lösung der Optischen Bloch-Gleichungen</b>	<b>81</b>
B.1	Spezialfall verschwindender Laserlinienbreiten . . . . .	81
<b>C</b>	<b>Gaußsche Strahlen</b>	<b>83</b>

# Einleitung und Motivation

Einzelne Atome sind ein ideales Beispiel für fundamentale Quantensysteme. Sie lassen sich mit Hilfe von Paul- oder Penning-Fallen [1, 2] gut von der Umgebung isolieren, wodurch unerwünschte Wechselwirkungen mit anderen Atomen nahezu komplett ausgeschaltet werden können. Externe wie interne Freiheitsgrade dieser Atome können durch elektromagnetische Wellen gezielt manipuliert und eingestellt werden, ohne weitere Atome und andere Wechselwirkungen mit einbeziehen zu müssen.

Diese Eigenschaften machen gefangene Atome zum idealen Testfeld der Quantenmechanik. Es lassen sich eine Vielzahl unterschiedlicher Konfigurationen realisieren und Vorhersagen zur Dynamik solcher Systeme verifizieren. Beispiele sind die Beobachtung von Rabi-Oszillationen, die Erzeugung verschiedenster verschränkter Zustände und die Übertragung von Quantenzuständen (Teleportation [3]). Aber auch grundlegende Untersuchungen zu Dekohärenzeffekten lassen sich mit gefangenen Atomen durchführen, um das noch immer vage Grenzgebiet zwischen quantenmechanischer und klassischer Welt weiter zu erforschen.

Eine weitere Anwendung einzelner Atome lässt sich in der Quanteninformationsverarbeitung finden [4]. Nach den Kriterien, die DiVincenzo [5] für einen skalierbaren Quantencomputer aufgestellt hat, kann man Realisierungen, die auf gefangenen Ionen basieren, zur Zeit als vielversprechendste Kandidaten bezeichnen [6]. Nachdem demonstriert wurde, dass grundlegende Rechenoperationen mit wenigen Qubits möglich sind [7], geht es nun darum, die Systeme auf viele Qubits zu erweitern. Hierbei ist besonders die sichere Speicherung und der Transport einzelner Atome von Bedeutung.

Schließlich seien noch die spektroskopischen Möglichkeiten erwähnt, die einzelne, gefangene und in den Schwingungsgrundzustand gekühlte Atome eröffnen: In Verbindung mit den geringen Linienbreiten von frequenzstabilisierten Lasern und mit Hilfe von optischen Kammgeneratoren lassen sich Frequenzstandards bauen, die auf den Uhrenübergängen einzelner gefangener Atome basieren. Mit diesen Experimenten lässt sich sogar die Konstanz von Naturkonstanten überprüfen [8]. Einen Überblick über das große Gebiet der Laserspektroskopie gibt [9].

Die drei erwähnten Anwendungsgebiete haben gemeinsam, dass die gefangenen Atome mit an ihnen gestreutem Licht manipuliert und analysiert werden können. Bevor sich also Resonanzspektren, interne Zustände von Qubits sowie Positionen und Bewegungen einzelner Atome bestimmen lassen, muss eine möglichst effiziente und direkte Detektion des von den Atomen gestreuten Lichts realisiert werden. Handelt es sich um eine optische Abbildung, sind manche der gestellten Aufgaben nur durch die zusätzliche räumliche Information über die Abbildung auf einer CCD-Kamera lösbar.

An dieser Stelle, der optischen Abbildung des Streulichts, setzt diese Diplomarbeit an. Zunächst wird in Kapitel 1 anhand eines Modells für ein beleuchtetes Atom die

überhaupt zu erwartende Menge an Streulicht ermittelt. Hierbei werden auch Betrachtungen angestellt, von welchen inneren und äußeren Parametern die Lichtintensität abhängt und wie sie sich optimieren lässt.

Kapitel 2 wendet sich den optischen Eigenschaften des abbildenden Systems zu. Die kritischen Faktoren der Abbildung werden identifiziert und mit den Charakteristika optischer Elemente in Verbindung gebracht. Außerdem werden bestimmte Detektorarten näher betrachtet, um ihre Eigenheiten bei der Abbildung herauszustellen. Schließlich wird das gesamte abbildende System und sein Einfluss auf das messbare Streulicht analysiert.

Mit dem Fangen von Ionen beschäftigt sich Kapitel 3. Das Prinzip einer linearen Ionenfalle wird erläutert, anschließend auf Besonderheiten des Experiments eingegangen. Die nötigen Lasersysteme zum Fangen von Kalziumionen werden vorgestellt, einige technische Feinheiten bei der Justierung des Experiments erwähnt und ihre Bedeutung herausgestellt.

Kapitel 4 stellt Strategien und Verfahren zur Suche von Ionen in einer Falle vor. Dabei wird auf den Einsatz der für das Experiment entwickelten Steuerungssoftware eingegangen und ihre Möglichkeiten aufgezeigt. Außerdem werden Schwierigkeiten bei der Ionensuche erläutert und Maßnahmen besprochen, um diese zu umgehen.

Schließlich werden die Ergebnisse dieser Arbeit zusammengefasst und ein Blick auf die nächsten möglichen Schritte geworfen, welche zum Einen die Ergebnisse verifizieren können und zum Anderen der Fortsetzung der begonnenen experimentellen Arbeit dienen.

Zusätzliche Ergebnisse zu den Berechnungen in Kapitel 1 und Erläuterungen zu den entwickelten Steuerprogrammen finden sich im Anhang.

# Kapitel 1

## Die Fluoreszenz eines Mehrniveausystems

Dieses Kapitel beschäftigt sich zunächst mit der Grundvoraussetzung an ein Objekt, welches man abbilden möchte: Die Emission von Licht in einem für das abbildende System sichtbaren Frequenzbereich. Diese im alltäglichen Bereich leicht zu erfüllende Vorgabe stellt an den Grenzen unserer Erkenntnis schon beträchtliche Aufgaben an die Wissenschaft. Im Bereich mikroskopischer oder spektroskopischer Anwendungen hat sich besonders das Phänomen der *Fluoreszenz* als nützlich erwiesen.

Als Fluoreszenz bezeichnet man die unmittelbare<sup>1</sup> Emission von Licht nach vorangegangener Anregung durch Energieabsorption [10]. Es handelt sich hierbei um Anregungen in bestimmte diskrete Schwingungs- oder atomare Zustände, weshalb

- das beim Übergang in den jeweiligen elektronischen Grundzustand emittierte Licht eine charakteristische Frequenz besitzt und
- im Falle eines spontanen Übergangs in alle Raumrichtungen streut [11].

Aufgrund dieser beiden Eigenschaften ist Fluoreszenzlicht sowohl zum Nachweis als auch zur Abbildung von Atomen oder Molekülen besonders geeignet.

### 1.1 Modell der Wechselwirkung von Licht und Materie

Um theoretische Vorhersagen über die Eigenschaften des emittierten Fluoreszenzlichts machen zu können, soll in diesem Abschnitt zunächst ein Modell für die Wechselwirkung von Licht und Materie in seinen Grundzügen beschrieben werden.

Es wird ein 3-Niveau-Atom zugrunde gelegt, welches zwei stabile bzw. metastabile Grundzustände  $|1\rangle$  und  $|3\rangle$  und einen instabilen angeregten Zustand  $|2\rangle$  besitzt (siehe

---

<sup>1</sup>Erfolgt die Lichtemission über einen Zeitraum, der deutlich länger andauert, als die Anregung, spricht man von *Phosphoreszenz*. Beide Erscheinungen werden unter dem Begriff *Lumineszenz* zusammengefasst.

Abbildung 1.1) – eine sogenannte  $\Lambda$ -Konfiguration<sup>2</sup>. Die beiden Grundzustände können jeweils über resonant eingestrahlte Laserfelder in den oberen Zustand angeregt werden. Dies geschieht durch Ankopplung der beiden Laserfelder mit den Frequenzen  $\omega_b$  und  $\omega_r$  an die Dipolmomente  $\varphi_{12}$  und  $\varphi_{23}$  der Übergänge, d.h. mit den Rabi-Frequenzen  $\Omega_{12}$  und  $\Omega_{23}$ . Der angeregte Zustand  $|2\rangle$  kann spontan in einen der beiden Grundzustände mit den jeweiligen Zerfallsraten  $\Gamma_{21}$  bzw.  $\Gamma_{23}$  übergehen.

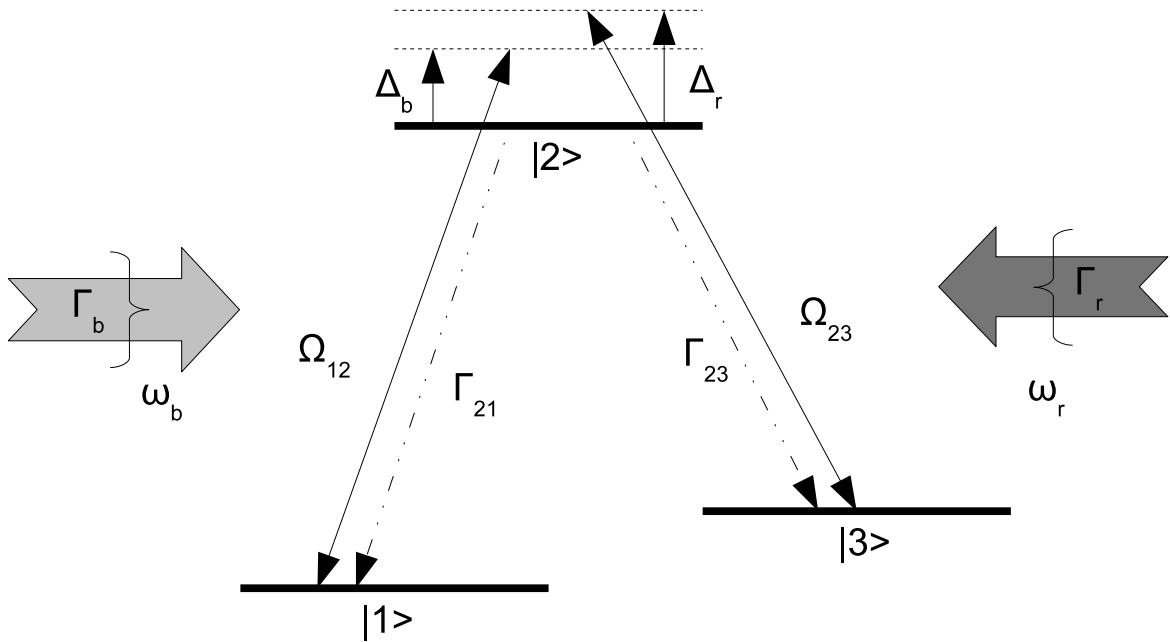


Abbildung 1.1: Das  $\Lambda$ -System besteht aus den zwei Grundzuständen  $|1\rangle$  und  $|3\rangle$  und dem angeregten Zustand  $|2\rangle$ , der mit den Raten  $\Gamma_{21}$  oder  $\Gamma_{23}$  in einen der Grundzustände zerfallen kann. Jeder der Übergänge kann durch ein Laserfeld der Frequenz  $\omega_b$  bzw.  $\omega_r$  mit Verstimmungen  $\Delta_b$  und  $\Delta_r$  und Linienbreiten  $\Gamma_b$  und  $\Gamma_r$  mit der Rabi-Frequenz  $\Omega_{12}$  oder  $\Omega_{23}$  angetrieben werden. Die Indizes b und r der mit den Laserfeldern verbundenen Größen beziehen sich auf die blauen und roten Laser, die später als Beispiel verwendet und hier schon passend gewählt werden.

Zusätzlich sollen in diesem Modell Eigenschaften der eingestrahlt Laserfelder berücksichtigt werden: Neben Verstimmungen  $\Delta_b$  und  $\Delta_r$  von den Resonanzfrequenzen werden auch Linienbreiten  $\Gamma_b$  und  $\Gamma_r$  in die Überlegungen mit einbezogen.

<sup>2</sup>Weitere mögliche 3-Niveau-Konfigurationen sind die V-Konfiguration, bei der es zu zwei angeregten Zuständen einen gemeinsamen Grundzustand gibt, und die  $\Xi$ -Konfiguration (Leiterkonfiguration), bei der es zwei stark gekoppelte angeregte Zustände über einem Grundzustand gibt [12].



### 1.1.1 Hamilton-Operator des Systems

Hier folgen wir im Wesentlichen den Ausführungen in [13]. Das Aufstellen des Hamilton-Operators nutzt viele Techniken und Näherungen der Quantenoptik, die in diesem Gebiet als Standard angesehen werden können. Daher soll der gesamte Weg hier nur skizzenhaft wiedergegeben werden, für Details sei auf [13] verwiesen.

Der Hamilton-Operator des zu beschreibenden Systems besteht aus zwei Teilen – dem Hamilton-Operator des internen Zustands des Atoms und seiner Wechselwirkung mit den Laserfeldern:

$$\mathcal{H} = \mathcal{H}_{\text{atom}} + \mathcal{H}_{\text{int}} \quad (1.1)$$

Hierbei werden externe Bewegungsfreiheitsgrade des Atoms vernachlässigt, d.h. das Atom soll sich in Ruhe befinden. Im Gegensatz zu Atom und Wechselwirkung sollen die zwei Laser nicht quantenmechanisch, sondern als klassische elektromagnetische Wellen

$$\vec{E}_{\text{b}}(t) = \vec{\mathcal{E}}_{\text{b}} \sin(\omega_{\text{b}}t) \quad (1.2a)$$

und

$$\vec{E}_{\text{r}}(t) = \vec{\mathcal{E}}_{\text{r}} \sin(\omega_{\text{r}}t) \quad (1.2b)$$

behandelt werden, weshalb sie letztlich nur als Koeffizienten in die quantenmechanische Wechselwirkung eingehen. Diese semiklassische Näherung [14] ist gerechtfertigt, da für hohe Laserintensitäten beim Übergang eines Photons aus dem Laserfeld ins atomare Teilsystem der Zustand des Laserfelds praktisch unverändert bleibt, so dass dem Laserfeld verloren gegangene Quanten vernachlässigt werden können. Außerdem wird in dieser Darstellung die Dipolnäherung durchgeführt, d.h. die Änderung von Amplitude und Phase der Welle über das Volumen des Atoms (normalerweise mit einem Argument  $\vec{k} \cdot \vec{r}$  berücksichtigt) wird vernachlässigt, da die optischen Wellenlängen mehrere Größenordnungen über dem Durchmesser von Atomen liegen. Wenn wie hier die Bewegung der Atome vernachlässigt wird, spricht man von Trägerübergängen. Tatsächlich können in einer Ionenfalle mit geringerer Rate auch Übergänge unter Änderung der Bewegungsquantenzahl auftreten.

#### Interner Zustand des Atoms

Der Hamilton-Operator des in Abbildung 1.1 skizzierten Atoms lautet in der Spektraldarstellung

$$\mathcal{H}_{\text{atom}} = \sum_{i=1}^3 \hbar\omega_i |i\rangle\langle i| \quad (1.3)$$

mit den atomaren Bohr-Frequenzen  $\omega_i$ . Zur Vereinfachung der Ausdrücke wird der Bezugspunkt der Energie auf den angeregten Zustand  $|2\rangle$  (mit  $\omega_{12} := \omega_1 - \omega_2$  und  $\omega_{32} := \omega_3 - \omega_2$ ) gesetzt und der Hamilton-Operator des Atoms in Form einer diagonalen

Matrix geschrieben:

$$\mathcal{H}_{\text{atom}} \equiv \hbar \begin{pmatrix} \omega_{12} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \omega_{32} \end{pmatrix} \quad (1.4)$$

### Wechselwirkung

Laserfelder mit Frequenzen in der Nähe der atomaren Dipolübergänge können das Atom von einem der Grundzustände in den oberen Zustand anregen. Dies beschreibt der Hamilton-Operator der Wechselwirkung [13]

$$\begin{aligned} \mathcal{H}_{\text{int}} = & \frac{\vec{d}_{12} \cdot \vec{\mathcal{E}}_b}{2} (|2\rangle\langle 1| e^{-i\omega_b t} + |1\rangle\langle 2| e^{+i\omega_b t}) \\ & + \frac{\vec{d}_{32} \cdot \vec{\mathcal{E}}_r}{2} (|2\rangle\langle 3| e^{-i\omega_r t} + |3\rangle\langle 2| e^{+i\omega_r t}) \end{aligned} \quad (1.5)$$

mit den reellen Dipolmatrixelementen  $\vec{d}_{12}$  und  $\vec{d}_{32}$  für die jeweiligen Übergänge  $|1\rangle \Leftrightarrow |2\rangle$  und  $|3\rangle \Leftrightarrow |2\rangle$ . Hierbei werden nicht resonante Wechselwirkungen und nicht energieerhaltende Prozesse vernachlässigt. Dies ist äquivalent zur sogenannten Drehwellennäherung (bekannter als **R**otating **W**ave **A**pproximation) [14].

### Kompletter Hamilton-Operator des Systems

Zur Verkürzung der Schreibweise werden noch die Rabi-Frequenzen

$$\Omega_{12} := \frac{\vec{d}_{12} \cdot \vec{\mathcal{E}}_b}{\hbar} \quad (1.6a)$$

und

$$\Omega_{23} := \frac{\vec{d}_{32} \cdot \vec{\mathcal{E}}_r}{\hbar} \quad (1.6b)$$

als Maß für die Kopplungsstärke zwischen Atom und elektromagnetischem Feld eingeführt. Damit ergibt sich schließlich für den gesamten Hamilton-Operator des Systems in Matrixdarstellung:

$$\mathcal{H} = \mathcal{H}_{\text{atom}} + \mathcal{H}_{\text{int}} \equiv \hbar \begin{pmatrix} \omega_{12} & \frac{\Omega_{12}}{2} e^{+i\omega_b t} & 0 \\ \frac{\Omega_{12}}{2} e^{-i\omega_b t} & 0 & \frac{\Omega_{23}}{2} e^{-i\omega_r t} \\ 0 & \frac{\Omega_{23}}{2} e^{+i\omega_r t} & \omega_{32} \end{pmatrix} \quad (1.7)$$

### 1.1.2 Dämpfungen des Systems

Bis hierhin lassen sich mit dem durch Gleichung (1.7) gegebenen Hamilton-Operator und der Schrödinger-Gleichung  $\frac{d}{dt} |\Psi(t)\rangle = -\frac{i}{\hbar} \mathcal{H} |\Psi(t)\rangle$  nur reine Zustände ohne Energieverluste beschreiben. Statt nun die Dephasierung und die spontanen Zerfälle des angeregten Niveaus in vollem Umfang als Kopplung an die Moden des Vakuumfeldes

zu beschreiben, beschränken wir uns auf die Betrachtung unseres Systems gekoppelt an die Umgebung als Reservoir. Hierbei hilft der Dichtematrixformalismus [15].

Die Zeitentwicklung der Dichtematrix wird durch die Liouville-Gleichung

$$\frac{d\hat{\rho}}{dt} = -\frac{i}{\hbar} [\mathcal{H}, \hat{\rho}] + \mathcal{L}_{\text{relax}}(\hat{\rho}) = \mathcal{S}(\hat{\rho}) \quad (1.8a)$$

beschrieben, wobei Dämpfungen mit den Lindblad-Termen der Form

$$\mathcal{L}_{\text{relax}}(\hat{\rho}) = -\frac{1}{2} \sum_m \left( \hat{C}_m^\dagger \hat{C}_m \hat{\rho} + \hat{\rho} \hat{C}_m^\dagger \hat{C}_m - 2\hat{C}_m \hat{\rho} \hat{C}_m^\dagger \right) \quad (1.8b)$$

berücksichtigt werden [16, 17]. Die Operatoren  $\hat{C}_m$  beschreiben hier die verschiedenen möglichen Zerfallskanäle. Nach den Anforderungen an das dargestellte Modell sind spontane Übergänge vom angeregten Zustand  $|2\rangle$  in den Grundzustand  $|1\rangle$

$$\hat{C}_1 = \sqrt{\Gamma_{21}} |1\rangle\langle 2| \quad (1.9)$$

und von  $|2\rangle$  nach  $|3\rangle$

$$\hat{C}_2 = \sqrt{\Gamma_{23}} |3\rangle\langle 2| \quad (1.10)$$

mit den jeweiligen Zerfallsraten  $\Gamma_{21}$  und  $\Gamma_{23}$  möglich.

Die Dephasierung der Dichtematrix durch die Linienbreiten  $\Gamma_b$  und  $\Gamma_r$  der antreibenden Laserlichtfelder kann nach [13, 18] mit den Operatoren

$$\hat{C}_3 = \sqrt{2\Gamma_b} |1\rangle\langle 1| \quad (1.11)$$

und

$$\hat{C}_4 = \sqrt{2\Gamma_r} |3\rangle\langle 3| \quad (1.12)$$

modelliert werden.

Der Hamilton-Operator ist, wie sich aus (1.7) ablesen lässt, explizit zeitabhängig. Durch eine unitäre Transformation  $\hat{\rho}' = \hat{U} \hat{\rho} \hat{U}^\dagger$  mit

$$\hat{U} = e^{-i(\omega_b |1\rangle\langle 1| + \omega_r |3\rangle\langle 3|)t} \quad (1.13)$$

wird das System in ein mit den Laserfrequenzen rotierendes Bezugssystem gebracht und damit die Zeitabhängigkeit eliminiert. Es lässt sich zeigen [13], dass diese Transformation den Hamilton-Operator (1.7) nach

$$\mathcal{H}' = \hat{U} \mathcal{H} \hat{U}^\dagger - i\hbar \hat{U} \frac{d\hat{U}^\dagger}{dt} \quad (1.14)$$

transformiert und alle Dämpfungsterme in  $\mathcal{L}_{\text{relax}}(\hat{\rho})$  unverändert bleiben. Nach der

Transformation erhält man schließlich den Hamilton-Operator

$$\mathcal{H}' \equiv \hbar \begin{pmatrix} \Delta_b & \frac{\Omega_{12}}{2} & 0 \\ \frac{\Omega_{12}}{2} & 0 & \frac{\Omega_{23}}{2} \\ 0 & \frac{\Omega_{23}}{2} & \Delta_r \end{pmatrix} \quad (1.15)$$

mit den Verstimmungen

$$\Delta_b := \omega_b - \omega_{12} \quad (1.16)$$

und

$$\Delta_r := \omega_r - \omega_{32}. \quad (1.17)$$

der eingestrahnten Laserfelder.

### 1.1.3 Analytische Lösungen der Optischen Bloch-Gleichungen

Bevor es daran geht, dieses Modell auszuwerten, soll noch einmal sein Nutzen deutlich gemacht werden. Da es letztlich in diesem Kapitel darum geht, etwas über die Fluoreszenz eines 3-Niveau-Systems zu erfahren, sind der angeregte Zustand  $|2\rangle$  und seine beiden Zerfallskanäle  $\hat{C}_1$  und  $\hat{C}_2$  (mit den Raten  $\Gamma_{21}$  und  $\Gamma_{23}$ ) von besonderem Interesse, da beim spontanen Zerfall dieses Zustands die freiwerdende Energie als Fluoreszenz abgestrahlt wird. Daher wird die Betrachtung auf das Matrixelement  $\rho_{22}$  konzentriert, da es die Besetzung des Zustands  $|2\rangle$  beschreibt.

Die Liouville-Gleichung (1.8) stellt eine Matrixdifferentialgleichung dar. Um leichter zu analytischen Lösungen zu gelangen, kann sie in eine Vektordifferentialgleichung umgewandelt werden. Das Verfahren wird ausführlich in [19] behandelt und hier auf das dargestellte Modellsystem angewandt.

Mit den Matrixelementen

$$\rho_{ij} = \langle i|\hat{\rho}|j\rangle \quad (1.18)$$

und

$$\dot{\rho}_{ij} = \langle i|\mathcal{S}(\hat{\rho})|j\rangle \quad (1.19)$$

lässt sich die Matrix  $\mathcal{S}(\hat{\rho})$  aus Gleichung (1.8) mittels

$$\mathcal{M} = \begin{pmatrix} \frac{\partial \dot{\rho}_{11}}{\partial \rho_{11}} & \frac{\partial \dot{\rho}_{11}}{\partial \rho_{12}} & \dots & \frac{\partial \dot{\rho}_{11}}{\partial \rho_{1N}} & \frac{\partial \dot{\rho}_{11}}{\partial \rho_{21}} & \dots & \frac{\partial \dot{\rho}_{11}}{\partial \rho_{NN}} \\ \frac{\partial \dot{\rho}_{12}}{\partial \rho_{11}} & \frac{\partial \dot{\rho}_{12}}{\partial \rho_{12}} & & & & & \\ \vdots & & \ddots & & & & \\ \frac{\partial \dot{\rho}_{1N}}{\partial \rho_{11}} & & & & & & \vdots \\ \frac{\partial \dot{\rho}_{21}}{\partial \rho_{11}} & & & & & & \\ \vdots & & & & \ddots & & \\ \frac{\partial \dot{\rho}_{NN}}{\partial \rho_{11}} & \dots & & & & & \frac{\partial \dot{\rho}_{NN}}{\partial \rho_{NN}} \end{pmatrix} \quad (1.20)$$

formal in die Matrix  $\mathcal{M}$  überführen. Anschließend werden die Elemente der Dichte-

matrix  $\hat{\rho}$  in der Vektorform

$$\vec{\rho} := (\rho_{11}, \rho_{12}, \dots, \rho_{1N}, \rho_{21}, \dots, \rho_{NN})^T \text{ mit } \rho_{ij} = \langle i | \hat{\rho} | j \rangle \quad (1.21)$$

geschrieben. Die Zeitentwicklung der Dichtematrix  $\hat{\rho}$  nach Gleichung (1.8) liegt nun in der Form

$$\frac{d\vec{\rho}}{dt} = \mathcal{M}\vec{\rho} \quad (1.22)$$

als Vektordifferentialgleichung vor. Durch dieses Verfahren erhält man die sogenannten Optischen Bloch-Gleichungen [20] für das System.

Auf diese Weise ergibt sich für das in diesem Kapitel entwickelte Modell das folgende System an Optischen Bloch-Gleichungen:

$$\frac{d}{dt} (\rho_{11}, \rho_{12}, \rho_{13}, \rho_{21}, \rho_{22}, \rho_{23}, \rho_{31}, \rho_{32}, \rho_{33})^T =$$

$$\begin{pmatrix} 0 & i\frac{\Omega_{12}}{2} & 0 & -i\frac{\Omega_{12}}{2} & \Gamma_{21} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ i\frac{\Omega_{12}}{2} & A & i\frac{\Omega_{23}}{2} & 0 & -i\frac{\Omega_{12}}{2} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & i\frac{\Omega_{23}}{2} & B & 0 & 0 & -i\frac{\Omega_{12}}{2} & 0 & 0 & 0 \\ -i\frac{\Omega_{12}}{2} & 0 & 0 & C & i\frac{\Omega_{12}}{2} & 0 & -i\frac{\Omega_{23}}{2} & 0 & 0 \\ 0 & -i\frac{\Omega_{12}}{2} & 0 & i\frac{\Omega_{12}}{2} & -\Gamma_{21} - \Gamma_{23} & i\frac{\Omega_{23}}{2} & 0 & -i\frac{\Omega_{23}}{2} & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{\Omega_{12}}{2} & 0 & i\frac{\Omega_{23}}{2} & D & 0 & 0 & -i\frac{\Omega_{23}}{2} \\ 0 & 0 & 0 & -i\frac{\Omega_{23}}{2} & 0 & 0 & E & \frac{\Omega_{12}}{2} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -i\frac{\Omega_{23}}{2} & 0 & i\frac{\Omega_{12}}{2} & F & i\frac{\Omega_{23}}{2} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \Gamma_{23} & -i\frac{\Omega_{23}}{2} & 0 & i\frac{\Omega_{23}}{2} & 0 \end{pmatrix} \cdot (\rho_{11}, \rho_{12}, \rho_{13}, \rho_{21}, \rho_{22}, \rho_{23}, \rho_{31}, \rho_{32}, \rho_{33})^T \quad (1.23)$$

mit

$$A = -i\Delta_b - \frac{\Gamma_{21}}{2} - \frac{\Gamma_{23}}{2} - \Gamma_b \quad (1.24a)$$

$$B = -i\Delta_b + i\Delta_r - \Gamma_b - \Gamma_r \quad (1.24b)$$

$$C = i\Delta_b - \frac{\Gamma_{21}}{2} - \frac{\Gamma_{23}}{2} - \Gamma_b \quad (1.24c)$$

$$D = i\Delta_r - \frac{\Gamma_{21}}{2} - \frac{\Gamma_{23}}{2} - \Gamma_r \quad (1.24d)$$

$$E = -i\Delta_r + i\Delta_b - \Gamma_b - \Gamma_r \quad (1.24e)$$

$$F = -i\Delta_r - \frac{\Gamma_{21}}{2} - \frac{1}{2}\Gamma_{23} - \Gamma_r \quad (1.24f)$$

## Stationäre Lösungen

Ersetzt man eine der Bloch-Gleichungen durch die Normierungsbedingung  $\sum_{i=1}^3 \rho_{ii} = 1$ , und fordert man

$$\mathcal{M}\vec{\rho} = 0 \quad (1.25)$$

so lassen sich analytische Lösungen  $\vec{\rho}_{\text{st}}$  für stationäre Zustände des Systems finden.

Aufgrund der Größe des Gleichungssystems sind solche Lösungen lang und deren Berechnung umfangreich, weshalb sie in den meisten Fällen nur mit Unterstützung durch Computeralgebrasysteme gelöst werden können. Ihr Vorteil gegenüber rein numerischen Lösungen liegt darin, dass sich weitere Optimierungsaufgaben an ihnen durchführen lassen und Spezialfälle leicht zu betrachten sind.

Die analytische Lösung für das interessierende Matrixelement  $\rho_{22}^{\text{st}}$  wird hier nur in abgekürzter Form wiedergegeben, da die vollständige Lösung sehr lang ist. Ein Spezialfall findet sich in Anhang B. Nach Lösung des linearen Gleichungssystems (1.25) erhält man:

$$\begin{aligned} \rho_{22}^{\text{st}} = N^{-1} & \left\{ 2\Omega_{12}^2\Omega_{23}^2 \left( 2\Gamma_{21}^2(\Gamma^2 + \Delta^2) + 2\Gamma_{23}^2(\Gamma^2 + \Delta^2) \right. \right. \\ & + 2\Gamma_{\text{b}} \left[ 4\Gamma_{\text{r}}(\Gamma^2 + \Delta^2) + \Gamma\Omega_{12}^2 \right] + 2\Gamma_{\text{r}}\Gamma\Omega_{23}^2 + \Gamma_{23}\Gamma(4\Gamma^2 + 4\Delta^2 + \Omega_{12}^2 + \Omega_{23}^2) \\ & \left. \left. + \Gamma_{21} \left[ 4\Gamma_{23}(\Gamma^2 + \Delta^2) + \Gamma(4\Gamma^2 + 4\Delta^2 + \Omega_{12}^2 + \Omega_{23}^2) \right] \right) \right\} \end{aligned} \quad (1.26)$$

mit

$$\Delta := \Delta_{\text{b}} - \Delta_{\text{r}} \quad (1.27\text{a})$$

$$\Gamma := \Gamma_{\text{b}} + \Gamma_{\text{r}} \quad (1.27\text{b})$$

und dem Normierungsfaktor  $N$ . Eine Besonderheit dieser Lösung soll hier schon angedeutet werden: Setzt man eine identische Verstimmung beider Laser ( $\Delta = 0$ ) und verschwindende Linienunschärfe derselben ( $\Gamma = 0$ ) voraus, verschwinden alle Terme in (1.26) und es gilt  $\rho_{22}^{\text{st}} = 0$ . Damit ist die Besetzung des angeregten Zustands leer und es kann keine Fluoreszenz auftreten. Bei diesem Phänomen handelt es sich um die sogenannten „Dunkelresonanzen“, die im Abschnitt 1.2.3 noch ausführlich behandelt werden. Mit der Lösung für die Besetzung des angeregten Zustands kann das entwickelte Modell auf ein reales System angewendet werden.

## 1.2 Optische Anregung am Beispiel des $^{40}\text{Ca}^+$

Das im vorangegangenen Abschnitt entwickelte Modell und seine Aussagen werden nun an einem Beispiel untersucht: Einfach positiv geladenes  $^{40}\text{Ca}$  wird von zwei resonanten Laserfeldern bestrahlt.

Dieses Ion des häufigsten Kalziumisotops (96,941%) hat die Elektronenkonfiguration des Argonatoms ( $1s^2 2s^2 2p^6 3s^2 3p^6$ ) mit einem zusätzlichen Elektron in der  $4s^2$ -Hülle. Abbildung 1.2 zeigt den unteren Teil des Termschemas von  $^{40}\text{Ca}^+$ . Hier sieht man, dass die D-Niveaus zwischen dem Grundzustand und den P-Niveaus liegen. Tabelle 1.1 fasst die Daten der abgebildeten Übergänge zusammen. Auffällig sind hier die Lebensdauern der dipolverbotenen Übergänge aus den D-Niveaus in den Grundzustand. Im Vergleich

zu den anderen Übergängen sind die Niveaus  $D_{5/2}$  und  $D_{3/2}$  extrem stabil, weshalb sich im Termschema von  $^{40}\text{Ca}^+$  nach den Voraussetzungen des vorgestellten Modells zwei  $\Lambda$ -Systeme identifizieren lassen: Einmal die beiden stabilen bzw. metastabilen Grundzustände  $S_{1/2}$  und  $D_{3/2}$  zum angeregten Zustand  $P_{1/2}$ , zum anderen die Zustände  $S_{1/2}$  und  $D_{5/2}$  als stabile bzw. metastabile Grundzustände zum angeregten Zustand  $P_{3/2}$ . Durch diese Konfiguration eignet sich  $^{40}\text{Ca}^+$  für die Quanteninformation: In dem oberen der beiden Systeme lässt sich ein Qubit speichern, während für die Messung der Qubit-Information das energetisch niedrigere der beiden  $\Lambda$ -Systeme von Bedeutung ist – das letztere System wird im Folgenden diskutiert.

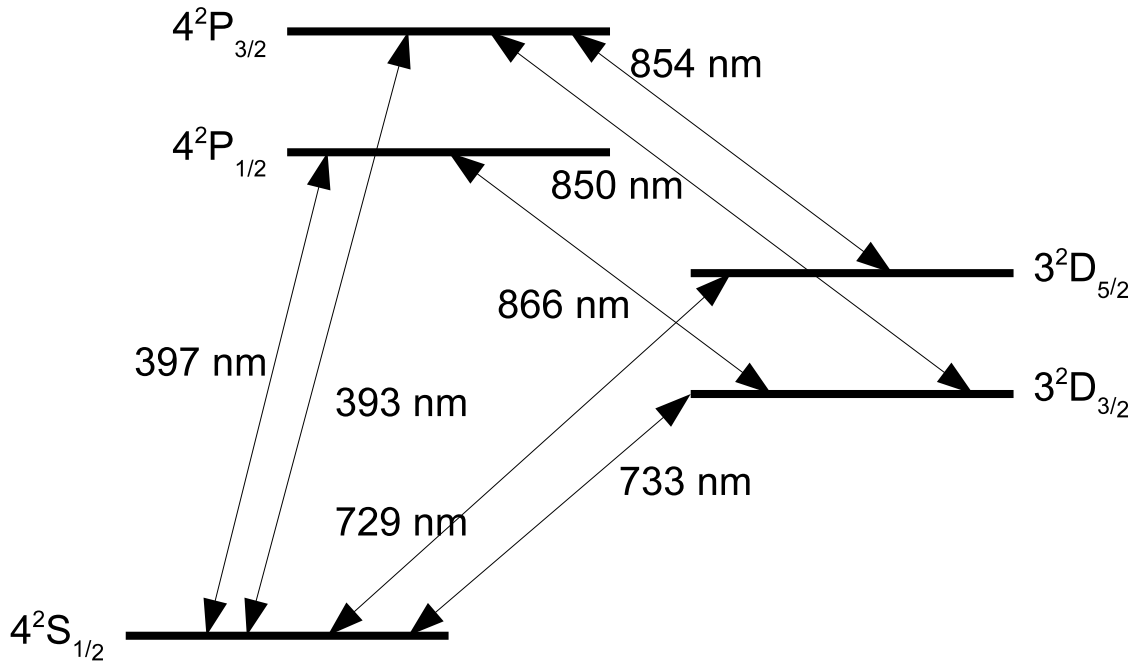


Abbildung 1.2: Termschema von  $^{40}\text{Ca}^+$  mit den jeweiligen Wellenlängen der Übergänge. Die im Experiment verwendeten fluoreszierenden (Dipol-)Übergänge liegen bei 393 nm und 397 nm. Quelle: [21]

### 1.2.1 Sättigung

Bisher fehlt noch ein letztes experimentelles Verbindungsstück zwischen dem Beispiel des Kalziumions in Laserfeldern und dem Modell dieses Kapitels. Die Raten des spontanen Zerfalls aus dem angeregten Zustand in die niedrigeren Zustände lassen sich aus Tabelle 1.1 ablesen. Im Folgenden wird diskutiert, wie die Rabi-Frequenzen  $\Omega_{12}$  und  $\Omega_{23}$  mit den Laserfeldern in Verbindung zu bringen sind. Dazu betrachten wir zunächst noch einmal die Definition der Rabi-Frequenz

$$\Omega_{ij} = \frac{\vec{d}_{ij} \cdot \vec{E}}{\hbar}. \quad (1.28)$$

Übergang	$\lambda_{\text{vac}}$ [nm] [22]	$\Gamma_{\text{nat}}$ [Hz] [22]	$\tau_{\text{nat}}$ [s] [21]
$4^2\text{S}_{1/2} \Leftrightarrow 4^2\text{P}_{3/2}$	393,4777	$2\pi \times (23,4 \pm 5,8) \cdot 10^6$	$7,4(3) \cdot 10^{-9}$
$4^2\text{S}_{1/2} \Leftrightarrow 4^2\text{P}_{1/2}$	396,9592	$2\pi \times (22,3 \pm 5,6) \cdot 10^6$	$7,7(2) \cdot 10^{-9}$
$4^2\text{S}_{1/2} \Leftrightarrow 3^2\text{D}_{3/2}$	732,591	$2\pi \times 0,2$	1,176(11) [23]
$4^2\text{S}_{1/2} \Leftrightarrow 3^2\text{D}_{5/2}$	729,348	$2\pi \times 0,2$	1,168(9) [23]
$3^2\text{D}_{3/2} \Leftrightarrow 4^2\text{P}_{3/2}$	850,035	$2\pi \times (177 \pm 44) \cdot 10^3$	$901 \cdot 10^{-9}$
$3^2\text{D}_{5/2} \Leftrightarrow 4^2\text{P}_{3/2}$	854,444	$2\pi \times (1,58 \pm 0,39) \cdot 10^6$	$101 \cdot 10^{-9}$
$3^2\text{D}_{3/2} \Leftrightarrow 4^2\text{P}_{1/2}$	866,452	$2\pi \times (1,69 \pm 0,42) \cdot 10^6$	$94,3 \cdot 10^{-9}$

Tabelle 1.1: Vakuumwellenlängen, natürliche Linienbreiten und Lebensdauern der Feinstrukturübergänge der 5 niedrigsten Energieniveaus von  $^{40}\text{Ca}^+$ .

Hierbei bezeichnet  $\vec{d}_{ij}$  das Dipolmatrixelement (also die Kopplungsstärke) des Übergangs  $|i\rangle \Leftrightarrow |j\rangle$  und  $\vec{E}$  die Stärke des elektrischen Feldes am Ort des Atoms. Den Zusammenhang zwischen der elektrischen Feldstärke und der messbaren Intensität eines Laserfeldes liefert [24]

$$I = \frac{1}{2} c \epsilon_0 E^2 \quad (1.29)$$

mit der Lichtgeschwindigkeit  $c$  und der elektrischen Feldkonstanten  $\epsilon_0$ .

Betrachtet man einen einzelnen Übergang innerhalb eines Systems, dessen Resonanzfrequenz weit von denen anderer Übergänge entfernt ist und dessen Zerfall und Anregung nur zwischen den beiden an diesem Übergang beteiligten Niveaus stattfindet, so hat man die Idealisierung eines 2-Niveau-Systems. Bei einem solchen System bezeichnet man die gleiche Besetzung des oberen und des unteren Niveaus als *Sättigung* [25]. Sie stellt den Zustand der maximal möglichen Besetzung des oberen Niveaus dar und tritt ein, wenn die Stärke des Feldes, welches das System antreibt, gegen unendlich strebt.

Um unterschiedliche Laserintensitäten vergleichbar zu machen, wird für ein solches 2-Niveau-Systeme die *Sättigungsintensität*

$$I_{\text{sat}} := \frac{4\pi^2 \hbar c \Gamma_{ij}}{3\lambda_{ij}^3} \quad (1.30)$$

eingeführt. Sie ist so definiert, dass im Falle  $\Omega_{ij} = \Gamma_{ij}$  die Laserintensität  $I = I_{\text{sat}}$  ist. Man erhält sie, indem man in (1.29) Gleichung (1.28) einsetzt, die Verbindung zwischen der Zerfallsrate und dem Dipolmatrixelement nach

$$\Gamma_{ij} = \frac{8\pi^2 d_{ij}^2}{3\epsilon_0 \hbar \lambda_{ij}^3} \quad (1.31)$$

verwendet [25] und schließlich  $\Omega = \Gamma$  setzt.

Um Abweichungen von der Sättigungsintensität bei  $\Omega = \Gamma$  einfach parametrisieren



zu können, wird auch der Sättigungsparameter

$$S := \frac{\Omega^2}{\Gamma^2} \quad (1.32)$$

eingeführt, womit sich statt Gleichung (1.30) auf gleichem Wege der Zusammenhang

$$I(S) = \frac{4\pi^2\hbar c\Gamma_{ij}}{3\lambda_{ij}^3} S = \frac{2\pi\hbar c}{3\lambda^3\tau_{ij}} S \quad (1.33)$$

ergibt. Das heißt für  $S = 1$  gilt gerade  $I(S) = I_{\text{sat}}$ .

### 1.2.2 Sättigung im Falle eines 3-Niveau-Systems

Obwohl es sich in unserem Fall nicht um ein 2-Niveau-System handelt, können Terminologie und Definitionen übernommen werden. Dies erlaubt einen Zugang zur Rabi-Frequenz und bringt sie damit mit experimentellen Größen in Verbindung. Allerdings verliert beim 3-Niveau-System der einfache Zusammenhang zwischen der maximalen Besetzung des oberen Niveaus und dem Sättigungsparameter seine Gültigkeit. Durch die Wechselwirkung mit dem dritten Niveau treten zusätzliche Effekte auf, wodurch die Besetzung nicht mehr nur von der den Übergang treibenden Laserintensität abhängt. Um dies genauer zu untersuchen und zu quantifizierbaren Aussagen über die Stärke der Fluoreszenz zu kommen, muss das Modell auf ein reales 3-Niveau-System angewendet werden.

Dazu wird beispielhaft ein  $^{40}\text{Ca}^+$ -Ion betrachtet, das nach Abbildung 1.2 als 3-Niveau-System verstanden werden kann. Der stabile Grundzustand  $|1\rangle$  entspricht dem atomaren Grundzustand  $4^2\text{S}_{1/2}$ . Als zweiten, metastabilen Grundzustand  $|3\rangle$  wählen wir das langlebige  $3^2\text{D}_{3/2}$ -Niveau und als kurzlebigen, angeregten Zustand  $|2\rangle$  das Niveau  $4^2\text{P}_{1/2}$ . Mit einem Verzweigungsverhältnis von

$$\beta = \frac{\Gamma_{21}}{\Gamma_{23}} \approx 12,2 \quad (1.34)$$

zerfällt der Zustand  $|2\rangle$  um den Faktor  $\beta$  häufiger in den Zustand  $|1\rangle$  als in den Zustand  $|3\rangle$ .

Für die beiden Übergänge  $|1\rangle \leftrightarrow |2\rangle$  und  $|3\rangle \leftrightarrow |2\rangle$  werden zwei Laserfelder mit der blauen Wellenlänge  $\lambda_b = 397 \text{ nm}$  und der infraroten Wellenlänge  $\lambda_r = 866 \text{ nm}$  benötigt. Nach Gleichung (1.33) ergeben sich für die beiden Übergänge die Laserintensitäten in Abhängigkeit vom Sättigungsparameter zu

$$I_b(S_b) = 864 \cdot S_b \left[ \frac{\text{W}}{\text{m}^2} \right] \quad (1.35)$$

$$I_r(S_r) = 6,78 \cdot S_r \left[ \frac{\text{W}}{\text{m}^2} \right] \quad (1.36)$$

mit  $S_b$  und  $S_r$  definiert analog Gleichung (1.32). Anhand dieser Gleichungen lassen sich aus im Experiment gemessenen Intensitäten die jeweiligen Sättigungsparameter bestimmen.

### 1.2.3 Resonanzspektrum

Nachdem nun alle Parameter festgelegt und mit experimentell messbaren Größen in Verbindung gebracht sind, können nun anhand des entwickelten Modells Aussagen über das Verhalten der Fluoreszenz von Kalziumionen getroffen werden.

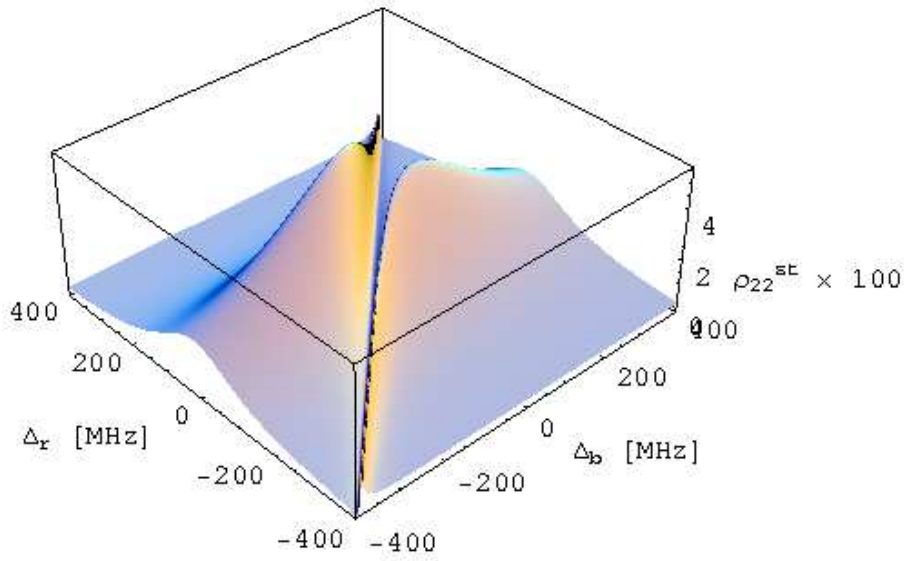
Die freien Parameter des Modells sind die Sättigungsparameter  $S_b$  und  $S_r$ , welche nach (1.32) die Rabi-Frequenzen  $\Omega_{12}$  und  $\Omega_{23}$  festlegen. Außerdem sind die Verstimmungen der Laser  $\Delta_b$  und  $\Delta_r$  und die Laserlinienbreiten  $\Gamma_b$  und  $\Gamma_r$  variabel. Zunächst wollen wir von idealen Lasern mit verschwindender Linienbreite ausgehen, d.h.  $\Gamma_b = \Gamma_r = 0$ . Ihr Einfluss wird später behandelt werden. Die Zerfallskonstanten  $\Gamma_{21}$  und  $\Gamma_{23}$  sind durch die im vorliegenden Fall betrachteten Kalziumionen festgelegt.

Da Fluoreszenz nur durch den Zerfall des oberen, angeregten Zustands entstehen kann, muss deren Intensität direkt proportional zur Besetzung dieses Zustands sein. Ist die Zeit, in der die Intensität der Fluoreszenz gemessen wird, groß gegenüber den Zeiten der internen Dynamik des Ions, kann für die Besetzung die stationäre Lösung der Optischen Bloch-Gleichungen benutzt werden (siehe Abschnitt 1.1.3). Daher wird im Folgenden die Abhängigkeit der Besetzung des oberen Zustands von den oben genannten Parametern untersucht.

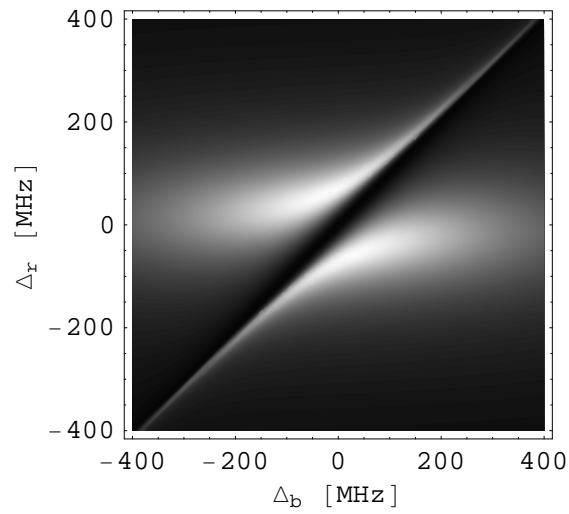
Für die Besetzung des Zustands  $|2\rangle$  wird die in Gleichung (1.26) gefundene Lösung für  $\rho_{22}^{\text{st}}$  verwendet. In Abbildung 1.3 ist diese Lösung über die Verstimmungen  $\Delta_b$  und  $\Delta_r$  aufgetragen. Die Rabi-Frequenzen wurden als  $\Omega_{12} = \Gamma_{21}$  und  $\Omega_{23} = \Gamma_{23}$  gewählt, was Sättigungsparametern von  $S_b = S_r = 1$  entspricht.

Zunächst lässt sich aus dieser Abbildung ablesen, dass für größer werdende Verstimmungen die Besetzung des angeregten Zustands abnimmt. Dies ist auch unmittelbar einsichtig, da der betreffende Übergang immer weniger resonant angeregt wird. Die auffälligste Eigenschaft der Abbildung ist jedoch das „Minimumtal“, welches sich durch den Graphen zieht: Über den gesamten gezeigten Bereich verschwindet die Besetzung für gleiche Verstimmung. Dies sind die sogenannten *Dunkelresonanzen*. Sie werden damit erklärt, dass unter der Bedingung  $\Delta_b = \Delta_r$  die Voraussetzungen für einen Raman-Übergang zwischen den Zuständen  $|1\rangle$  und  $|3\rangle$  erfüllt sind und damit das höhere Niveau  $|2\rangle$  nicht mehr besetzt wird. Die stationäre Lösung der Optischen Bloch-Gleichungen (1.23) ergibt in diesem Fall einen Superpositionszustand aus  $|1\rangle$  und  $|3\rangle$ . Obwohl die Laserfelder unvermindert auf das Ion eingestrahlt werden, findet keine Wechselwirkung mehr mit den Übergängen  $|1\rangle \Leftrightarrow |2\rangle$  und  $|3\rangle \Leftrightarrow |2\rangle$  statt.

Ein so großer Parameterraum, wie er in Abbildung 1.3 abgedeckt wird, ist experimentell nur schwer zu realisieren. Meist begnügt man sich daher mit der Aufnahme einzelner *Resonanzfluoreszenzspektren*. Diese erhält man, indem man die Frequenz eines der Laserfelder konstant hält, das andere über einen Bereich verstimmt und dabei die Intensität der Fluoreszenz für unterschiedliche Verstimmungen aufnimmt. Dieser Fall wird mit unserem Modell in Abbildung 1.4 nachgebildet. Die Verstimmung



(a) Veranschaulichung der Resonanz im  $\Lambda$ -System.



(b) Kontourdiagramm der oberen Abbildung.

Abbildung 1.3: Zweidimensionales Resonanzfluoreszenzspektrum für ein  $\Lambda$ -System. Parameter:  $\Delta_b = \{-63,7; \dots; 63,7\} \times 2\pi$  MHz,  $\Delta_r = \{-63,7; \dots; 63,7\} \times 2\pi$  MHz,  $\Gamma_{21} = 22,3 \times 2\pi$  MHz,  $\Gamma_{23} = 1,69 \times 2\pi$  MHz,  $S_b = 1$ ,  $S_r = 1$ ,  $\Gamma_b = 0$ ,  $\Gamma_r = 0$ .

$\Delta_r = -9,4 \times 2\pi$  MHz wurde so gewählt, dass das Spektrum eines der beiden Besetzungsmaxima aus Abbildung 1.3 schneidet. Somit ist das Maximum in Abbildung 1.4 eines der absoluten Maxima der Besetzung. Die zugehörige Verstimmung  $\Delta_b$  wäre ohne weitere experimentelle Beschränkungen also diejenige, bei der die Fluoreszenz mit den gewählten Sättigungsparametern  $S_b = S_r = 1$  maximal wäre.

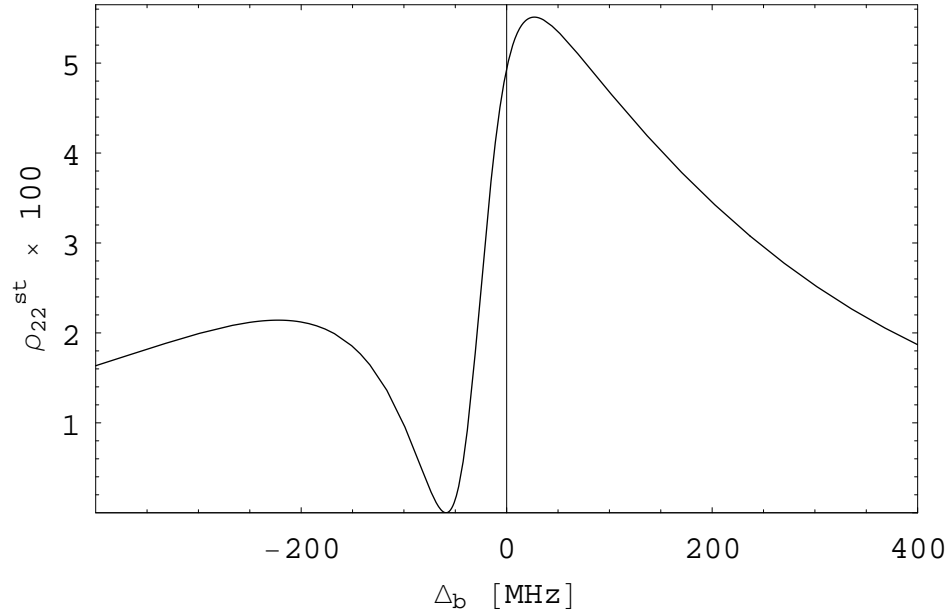


Abbildung 1.4: Resonanzfluoreszenzspektrum für ein  $\Lambda$ -System. Parameter:  $\Delta_r = -9,4 \times 2\pi$  MHz,  $\Gamma_{21} = 22,3 \times 2\pi$  MHz,  $\Gamma_{23} = 1,69 \times 2\pi$  MHz,  $S_b = 1$ ,  $S_r = 1$ ,  $\Gamma_b = 0$ ,  $\Gamma_r = 0$ . Dieses Spektrum stellt einen Schnitt durch die in Abbildung 1.3 gezeigten Graphen bei der gewählten Verstimmung  $\Delta_r$  dar.

### 1.2.4 Sättigungsverbreiterung

Eine zentrale Rolle im Modell des 3-Niveau-Systems kommt den Sättigungsparametern  $S_b$  und  $S_r$  zu, da sie über ihren Zusammenhang mit den Rabi-Frequenzen den „Antrieb“ des Systems darstellen. Man erwartet also deutliche Einflüsse auf die Form des Resonanzspektrums, wenn diese Parameter verändert werden. Die Auswirkungen unterschiedlicher Sättigungsparameter sollen im Folgenden untersucht werden.

#### Symmetrischer Antrieb

Zunächst betrachten wir den Fall des symmetrischen Antriebs

$$S_b = S_r = S. \quad (1.37)$$

Dazu wird die Besetzung des angeregten Zustands bei unterschiedlichen Sättigungsparametern ( $S = \{0,2; 0,4; 1,0; 2,5; 5,0\}$ ) untersucht und sowohl ein Resonanzspektrum bei festgehaltener Verstimmung  $\Delta_r = -9,4 \times 2\pi$  MHz über die Verstimmung  $\Delta_b$  aufgetragen, als auch ein Kontourdiagramm erstellt, bei dem beide Verstimmungen variiert werden. Das Ergebnis zeigt Abbildung 1.5.

Zunächst fällt auf, dass mit zunehmendem Sättigungsparameter  $S$  die maximale Besetzung des angeregten Zustands steigt. Allerdings sieht man auch, dass sowohl die Breite des Resonanzmaximums als auch die Breite der Dunkelresonanz mit zunehmender Sättigung wächst. Diese Erscheinung bezeichnet man als *Sättigungsverbreiterung* [9] (auch AC-Stark-Effekt genannt). Erklären lässt sie sich damit, dass bei zunehmender Anregung die spontane Emission immer mehr von der induzierten Emission überlagert wird. Die gesamte Intensität nimmt zu, allerdings auch die Breite der Resonanz, da zunehmende induzierte Emission eine kürzere Lebensdauer des angeregten Zustands zur Folge hat.

In Abbildung 1.5(a) lässt sich auch noch eine sogenannte „helle Resonanz“ [26] entdecken. Dies sind Resonanzen, welche über das Lorentz-Profil der Fluoreszenzresonanz hinauswachsen und stets unmittelbar neben der Dunkelresonanz auftreten. An den Kontourplots lässt sich erkennen, bei welchen Parametern diese hellen Resonanzen entstehen: Die spitzen Ausläufer, die aus dem breiten Resonanzmaximum herausragen und entlang der Dunkelresonanz verlaufen, sind für die hellen Resonanzen verantwortlich<sup>3</sup>.

An den Kontourplots erkennt man auch besonders deutlich, dass die Besetzungsmaxima mit steigender Sättigung immer weiter auseinanderwandern. Möchte man das System stets bei maximaler Besetzung des oberen Niveaus betreiben, muss man die Anregungslaser einem der Besetzungsmaxima nachführen, d.h. stärker verstimmen. Abbildung 1.6 zeigt, dass das System mit steigender Sättigung einem Grenzwert in der Besetzung zustrebt.

## Asymmetrischer Antrieb

Beim asymmetrischen Antrieb werden die Sättigungsparameter  $S_b$  und  $S_r$  der beiden Laserfelder unabhängig voneinander variiert.

Dazu werden die Besetzungen des angeregten Zustands bei unterschiedlichen Sättigungsparametern untersucht und Resonanzspektren und Kontourdiagramme erstellt. Das Ergebnis zeigt Abbildung 1.7.

An den Kontourplots ist zu erkennen, dass sich die Resonanz jeweils in die Richtung verbreitert, bei der der Sättigungsparameter ansteigt. Bemerkenswert ist beim asymmetrischen Antrieb, dass im Falle

$$\frac{S_r}{S_b} = \frac{\Gamma_{21}}{\Gamma_{23}} \approx 12,2 \quad (1.38)$$

---

<sup>3</sup>Die Modifikation der Resonanzspektren über helle und dunkle Resonanzen kann dazu benutzt werden, um tiefere Temperaturen beim optischen Kühlen zu erreichen, als es bei Anwendung von Dopplerkühlen möglich ist. Dieses Verfahren heißt Kühlen mittels elektromagnetisch induzierter Transparenz (EIT) und ist genauer in [27] beschrieben.

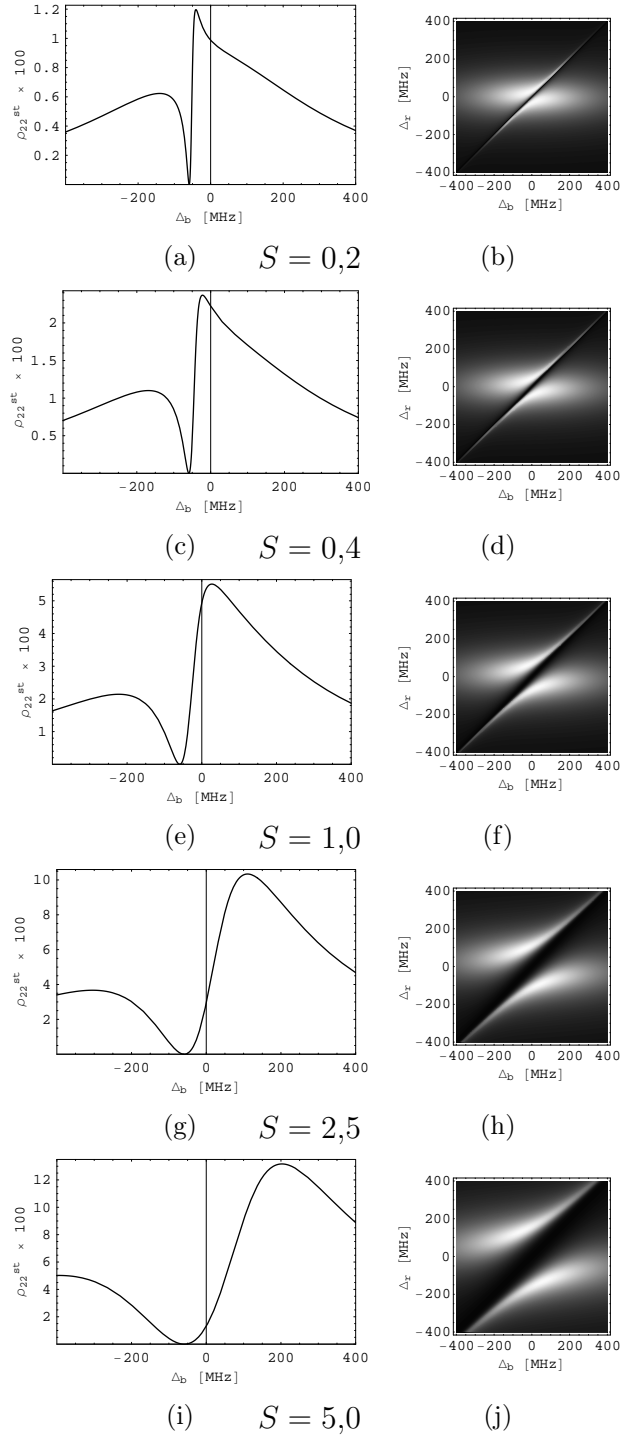


Abbildung 1.5: Symmetrischer Antrieb des  $\Lambda$ -Systems bei unterschiedlichen Sättigungsparametern  $S$ . Die linke Spalte zeigt Resonanzspektren, die rechte Spalte Kontourdiagramme über beide Verstimmungen. Parameter:  $\Delta_r = -9,4 \times 2\pi$  MHz (linke Spalte) bzw.  $\Delta_b = \{-63,7; \dots; 63,7\} \times 2\pi$  MHz und  $\Delta_r = \{-63,7; \dots; 63,7\} \times 2\pi$  MHz (rechte Spalte). Alle anderen Parameter ( $\Gamma_{21}$ ,  $\Gamma_{23}$ ,  $\Gamma_b$  und  $\Gamma_r$ ) sind wie in Abbildung 1.3 gewählt.

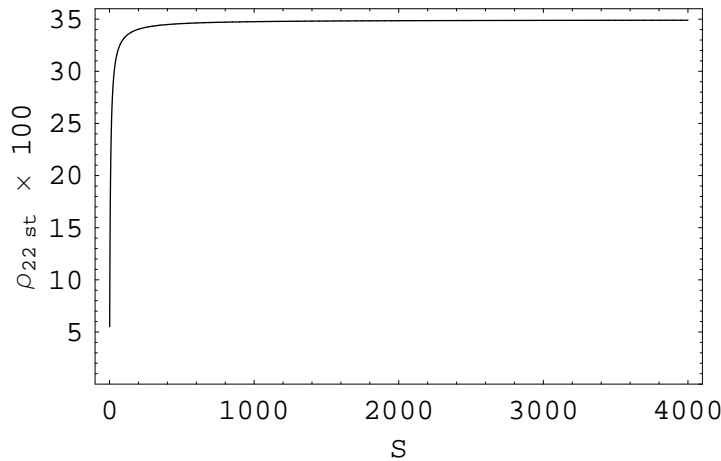


Abbildung 1.6: Sättigungslimit: Steigt der Sättigungsparameter  $S$  bei symmetrischem Antrieb ins Unendliche, strebt das System im betrachteten Fall gegen eine maximale Besetzung des angeregten Zustands von  $\rho_{22}^{\text{st}}(S \rightarrow \infty) \approx 0,35$ .

die Resonanz sowohl in  $\Delta_b$ -Richtung als auch in  $\Delta_r$ -Richtung gleich breit ist.

### 1.2.5 Linienbreite

Als letzte noch offene Parameter wird der Einfluss der Linienbreiten  $\Gamma_b$  und  $\Gamma_r$  der Anregungslaser untersucht. Dazu benötigen wir zunächst einen Hinweis auf die Größenordnung der Linienbreiten.

Eine Abschätzung für die obere Grenze der Linienbreite eines Lasers liefert eine *Schwebungsmessung*: Dazu werden die Strahlen zweier identischer Lasersysteme bei etwa gleicher Frequenz überlagert und mittels einer Photodiode die Intensität des Schwebungssignals gemessen. Hätten die beiden Laser eine unendliche Linienbreite, ergäbe sich eine frequenzstabile Schwingung bei der Differenzfrequenz der beiden Laser. Eine Fourieranalyse des Schwebungssignals würde also ein scharf begrenztes Maximum bei der Differenzfrequenz liefern. Mit zunehmender Linienbreite der Laser wird auch das Schwebungssignal weniger frequenzstabil, damit verbreitert sich das Maximum in der Fourieranalyse. Die Frequenzbreite des Maximums ist eine Faltung aus den Einzelbreiten der beiden verwendeten Laser. Ohne zusätzliche Annahmen über die Einzelbreiten machen zu müssen, lässt sich aussagen, dass die Frequenzbreite des kombinierten Maximums die maximale Linienbreite einer der beiden verwendeten Laser ist. Damit liefert diese Frequenzbreite die gesuchte obere Grenze. Abbildung 1.8 zeigt beispielhaft das Ergebnis einer solchen Schwebungsmessung, die Linienbreite des verwendeten Lasers liegt also in der Größenordnung bei  $\leq 1$  MHz, wie sich aus der Halbwertsbreite der Messung ablesen lässt.

Mit diesen experimentellen Werten wird jetzt der Einfluss der Linienbreite auf das Resonanzspektrum untersucht. Abbildung 1.9 zeigt das Resonanzspektrum aus Abbil-

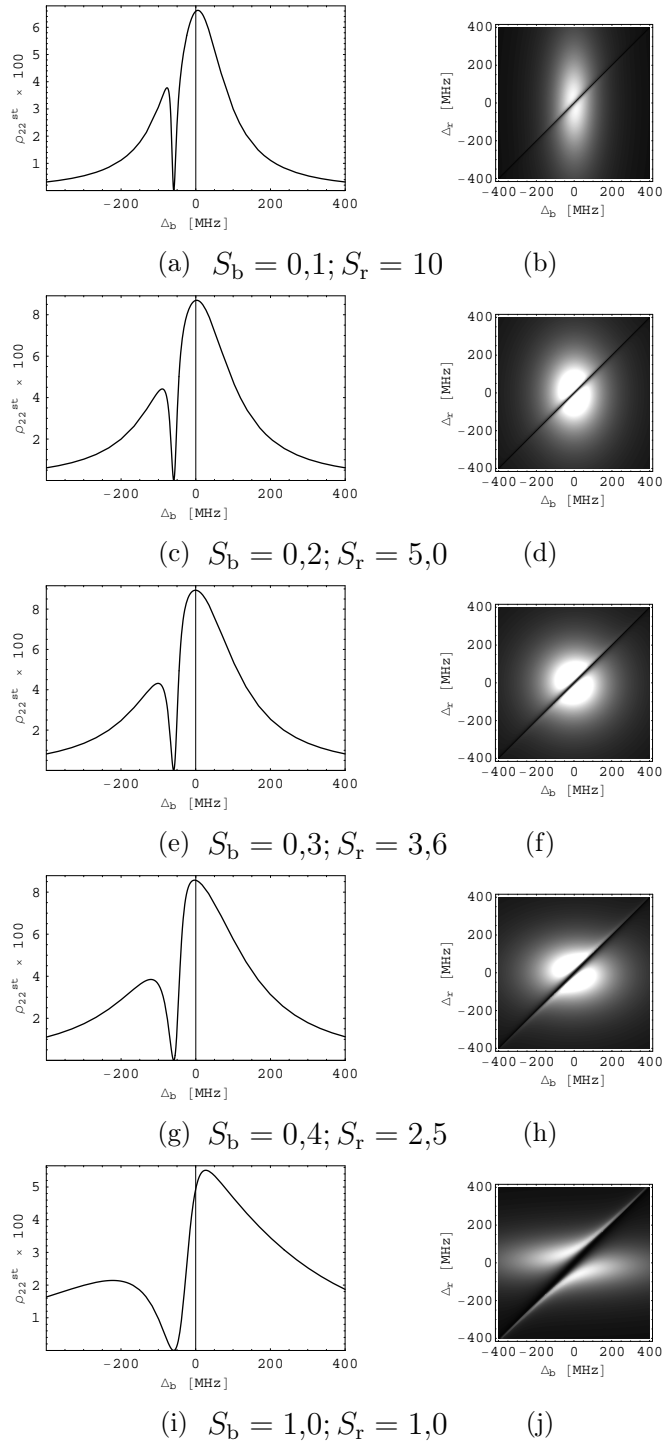


Abbildung 1.7: Asymmetrischer Antrieb des  $\Lambda$ -Systems bei unterschiedlichen Sättigungsparametern  $S_b$  und  $S_r$ . Die linke Spalte zeigt Resonanzspektren, die rechte Spalte Kontourdiagramme über beide Verstimmungen. Die Parameter  $\Delta_r$ ,  $\Delta_b$ ,  $\Gamma_{21}$ ,  $\Gamma_{23}$ ,  $\Gamma_b$  und  $\Gamma_r$  sind wie in Abbildung 1.5 gewählt.



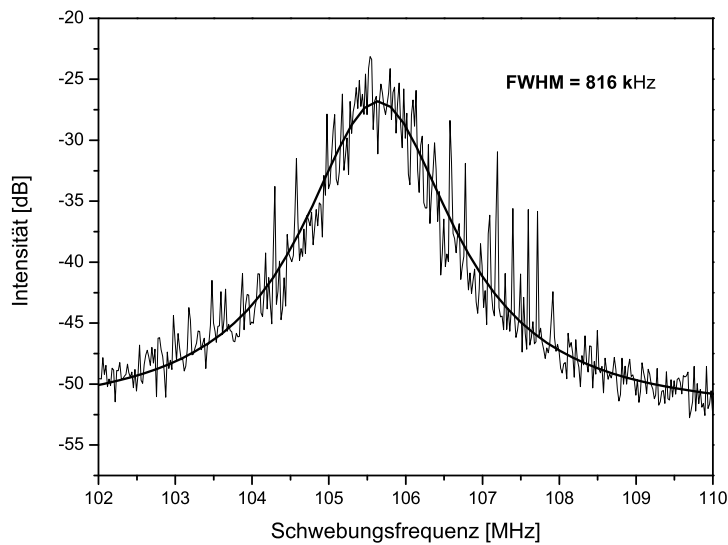


Abbildung 1.8: Beispiel einer Schwebungsmessung: Fourieranalyse der Schwebung zwischen zwei im Experiment verwendeten Lasersystemen mit  $\lambda = 866 \text{ nm}$ . Die Halbwertsbreite (Full Width at Half Maximum) beträgt  $816 \text{ kHz}$ .

dung 1.4 bei unterschiedlichen Laserlinienbreiten.

Man sieht, dass die Dunkelresonanz und das Resonanzmaximum im Spektrum mit zunehmender Linienbreite immer schwächer werden. Wie schon in Abschnitt 1.2.3 erwähnt, stellen die Dunkelresonanzen einen Superpositionszustand dar. Dieser Zustand wird durch die zusätzlichen Dämpfungen durch die Linienbreiten gestört und immer stärker „ausgedämpft“.

### 1.2.6 Weitere Phänomene im Fluoreszenzspektrum

In einem realen Resonanzfluoreszenzspektrum können noch viele weitere Erscheinungen auftreten. Diese hängen natürlich von Faktoren ab, die im Modell dieses Kapitels nicht betrachtet wurden oder durch Idealisierung z.B. der vernachlässigten Ionenbewegung verloren gegangen sind. Der Vollständigkeit wegen seien hier die Wichtigsten erwähnt.

**Doppler-Verbreiterung:** Sind die Atome nicht in Ruhe, sondern besitzen thermische Geschwindigkeiten, so kommt es zur *Doppler-Verbreiterung* der Resonanz. Sie lässt sich damit erklären, dass die Atome durch die Bewegung auch Bewegungskomponenten parallel zum anregenden Laserfeld besitzen und sich damit ihre Resonanz Dopplerverschiebt. Das resultierende Resonanzspektrum ist eine Faltung der Geschwindigkeits-

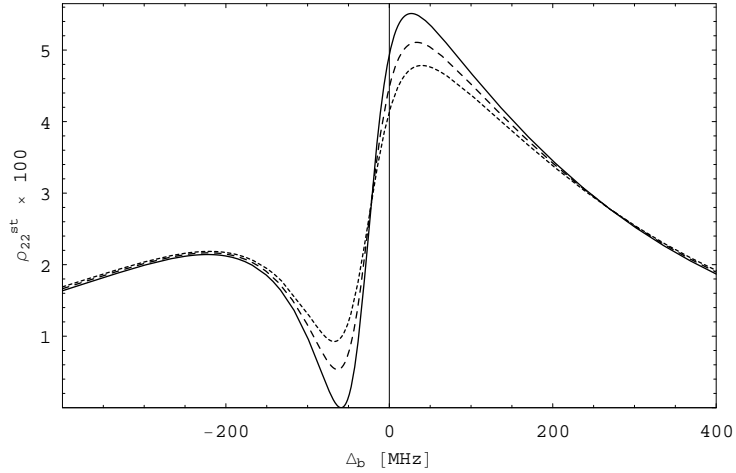


Abbildung 1.9: Dunkelresonanz bei zunehmender Linienbreite. Parameter:  $\Gamma_b = \Gamma_r = \Gamma$  für  $\Gamma = 0$  (durchgezogen),  $\Gamma = 500 \times 2\pi$  kHz (gestrichelt) und  $\Gamma = 1 \times 2\pi$  MHz (kurz gestrichelt). Alle anderen Parameter ( $\Delta_r$ ,  $\Gamma_{21}$ ,  $\Gamma_{23}$ ,  $S_b$  und  $S_r$ ) wurden wie in Abbildung 1.4 gewählt.

verteilung der Atome und des Resonanzspektrums eines einzelnen ruhenden Atoms [25].

**Seitenbänder:** Einzelne ruhende Atome lassen sich nicht realisieren. Um sich im Experiment dieser Idealsituation anzunähern, werden Atome in einer Falle gefangen. Die genaue Funktionsweise einer solchen Falle und die damit verbundenen Parameter werden in Kapitel 3 erläutert. Hier sei nur erwähnt, dass aufgrund der Funktionsweise der Falle die Atome (schwach) oszillierende Bewegungen in alle drei Raumrichtungen ausführen. Obwohl die Amplituden dieser Bewegungen nur klein sind und das Atom daher noch als ruhend idealisiert werden kann, treten im Spektrum weitere Resonanzmaxima auf – die sogenannten *Bewegungsseitenbänder*. Diese liegen in ihrer Frequenz bei

$$\omega_{\text{SB}\pm i} = \omega_0 \pm \Omega_i \text{ mit } i = \{x, y, z\} \quad (1.39)$$

wobei  $\omega_0$  die Resonanzfrequenz des betrachteten Übergangs und  $\Omega_x$ ,  $\Omega_y$  und  $\Omega_z$  die Fallenfrequenzen der Schwingungen in die drei Raumrichtungen bezeichnen [28].

**Mollow-Triplett:** Für große Sättigungsparameter bilden sich neben dem Maximum bei der Resonanzfrequenz weitere Resonanzen aus. Diese entstehen durch den Stark-Effekt, d.h. eine Aufspaltung des Resonanzniveaus in weitere Niveaus. Die zusätzlichen Resonanzen bilden sich bei

$$\omega_{\text{MT}} = \omega_0 \pm \Omega_0 \quad (1.40)$$

aus, wobei  $\omega_0$  die Resonanzfrequenz und  $\Omega_0$  die Rabi-Frequenz des betrachteten Übergangs bezeichnet. Zusammen mit dem Resonanzmaximum bilden diese das sogenannte *Mollow-Triplett* [28].

**Zeeman-Aufspaltung:** Werden äußere Magnetfelder mit in die Betrachtung aufgenommen, kommt es zur Zeeman-Aufspaltung der Energieniveaus. Dies bedeutet, dass entsprechend ihrer Gesamtdrehimpulsquantenzahl  $j$  die verschiedenen Energieniveaus in  $m_j = \{-j, -j + 1, \dots, j - 1, j\}$  weitere Niveaus aufspalten. In dem hier betrachteten Fall von  $^{40}\text{Ca}^+$  würden aus den für die Zustände  $|1\rangle$ ,  $|2\rangle$  und  $|3\rangle$  ausgewählten 3 Niveaus insgesamt 8 werden (vgl. Abbildung 1.10).

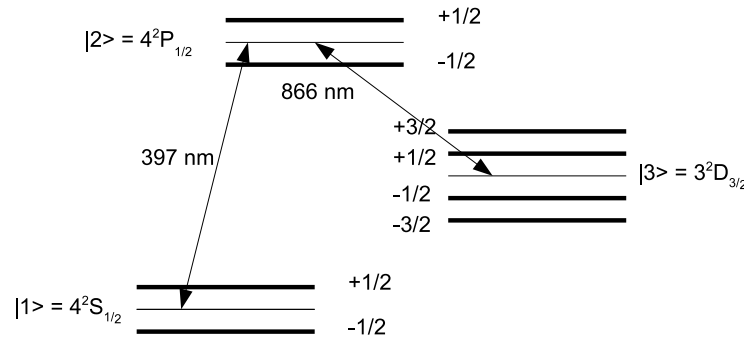


Abbildung 1.10: Feinstruktur von  $^{40}\text{Ca}^+$  mit Zeeman-Aufspaltung.

Im Resonanzspektrum machen die zusätzlichen Niveaus sich durch eine Aufspaltung der Dunkelresonanz in bis zu 8 Resonanzen bemerkbar. Die Zahl und Ausprägung der anregbaren Resonanzen hängt von der Polarisation der eingestrahlten Laserfelder und ihrer Richtung zum Magnetfeld ab [26].

### 1.2.7 Abschätzung der Photonenstreurate

Um ein Ion möglichst gut detektieren zu können, muss die Streurate des Fluoreszenzlichts maximiert werden. In diesem Kapitel wurden viele unterschiedliche Einflussparameter auf die Fluoreszenz untersucht, anhand derer sich das System optimieren lässt.

Möchte man z.B. nur Fluoreszenz bei einer bestimmten Wellenlänge beobachten, z.B. vom Übergang  $|2\rangle \Leftrightarrow |1\rangle$ , so lässt sich aus der stationären Besetzung des angeregten Zustands die durchschnittliche Anzahl an fluoreszenzemittierten Photonen pro Sekunde nach

$$N_b = \frac{1}{2\pi} \Gamma_{21} \cdot \rho_{22}^{\text{st}} \quad (1.41)$$

bestimmen.

Kennt man die experimentellen Sättigungsparameter  $S_b$  und  $S_r$ , bestimmt nach Gleichung (1.33), so lassen sich Abschätzungen für die zu erwartende Photonenrate treffen. So werden in Kapitel 3 typische Sättigungsparameter aus dem Experiment bestimmt. Wählt man z.B. die Laserleistungen so, dass sich die Sättigungsparameter

$$S_b = 32 \text{ und } S_r = 3382 \quad (1.42)$$

(vgl. Abschnitt 3.3) ergeben, ist bei Optimierung der Verstimmungen die maximal

## *Kapitel 1 Die Fluoreszenz eines Mehrniveausystems*

mögliche Besetzung  $\rho_{22}^{\text{st}} \approx 0,37$ . Damit ergibt sich nach Gleichung (1.41) eine Fluoreszenzrate bei  $\lambda = 397 \text{ nm}$  von

$$N_b \approx 8 \text{ MHz} \quad (1.43)$$

In den nächsten Kapiteln geht es um die Realisierung einer solchen Messung des Fluoreszenzlichts.

# Kapitel 2

## Die Messung der Fluoreszenz

Im vorangegangenen Kapitel wurde dargestellt, unter welchen Umständen ein Ion Licht emittieren kann. Dieses Kapitel beschäftigt sich nun mit der möglichst effizienten Detektion und Abbildung dieses Lichts. Dabei wird eine Abschätzung für den Anteil des Lichts gegeben, der aufgrund von Einschränkungen durch den Aufbau überhaupt gemessen werden kann. Hierbei nehmen sowohl geometrische Einschränkungen als auch Nachweisgrenzen elektronischer Geräte Einfluss auf das Ergebnis.

Als Idealisierung gehen wir davon aus, dass sich ein  $^{40}\text{Ca}^+$ -Ion im freien Raum und in Ruhe befindet und durch Beleuchtung mit Lasern Licht der Wellenlänge  $\lambda = 397\text{ nm}$  streut. Wie genau diese Beleuchtung aussieht und warum sich das Ion im freien Raum ruhig verhält, wird im nächsten Kapitel geklärt und soll hier als gegeben vorausgesetzt werden.

### 2.1 Kennzahlen optischer Elemente

Im Folgenden werden Definitionen einiger gebräuchlicher Kennzahlen aufgelistet, welche dazu benutzt werden, optische Elemente wie Objektive zu charakterisieren und ihre Leistungsfähigkeit vergleichbar zu machen.

**Blendenzahl:** Mit der Blendenzahl (auch **F-Zahl** genannt) wird die Lichtstärke<sup>1</sup> eines Objektivs angegeben. Die Blendenzahl  $\kappa$  ist definiert als das Verhältnis aus dem Durchmesser  $D$  der wirksamen Öffnung und der Brennweite  $f$  des Objektivs:

$$\kappa = \frac{f}{D} \quad (2.1)$$

In der Fotografie entspricht  $D$  meist dem tatsächlichen Blendendurchmesser, da die (mechanische) Blende zwischen oder direkt hinter den Objektivlinsen sitzt. Ist keine explizite mechanische Blende vorhanden, bildet der Durchmesser des Objektivs die Blende. Mit abnehmender Blendenzahl nimmt die Lichtstärke des Objektivs zu<sup>2</sup>, allerdings nimmt auch die Schärfentiefe ab. Die Blendenzahl ist in Näherung umgekehrt proportional zur numerischen Apertur [29].

---

<sup>1</sup>Die Lichtstärke ist ein Maß für die Größe des mit dem Objektiv abgedeckten Raumwinkels und damit für die Menge des Lichts, die in das Objektiv einfallen kann.

<sup>2</sup>In der Fotografie wird das Objektiv als „schneller“ bezeichnet.

**Numerische Apertur:** Statt der Blendenzahl verwendet man z.B. in der Mikroskopie die numerische Apertur  $A_N$ . Neben dem Maß für die Lichtstärke ist sie auch eines für das Auflösungsvermögen des optischen Elements.

Befindet sich kein Medium (bzw. in guter Näherung Luft) zwischen der letzten Linse und dem beobachteten Objekt, ist die numerische Apertur gleich dem Sinus des halben Öffnungswinkels des Objektivs ( $\alpha/2$ ). Die numerische Apertur ist dann immer kleiner als  $\sin(90^\circ) = 1$ .

Ein Objektiv mit großem Öffnungswinkel besitzt eine hohe numerische Apertur und damit eine hohe Lichtstärke, ein hohes Auflösungsvermögen und einen guten  $Z$ -Kontrast (geringe Schärfentiefe). Mit einem Medium zwischen Linse und Objekt geht die Brechzahl des Mediums als Faktor ein und begrenzt damit die maximal mögliche numerische Apertur [29].

$$A_N = n \sin \frac{\alpha}{2} \quad (2.2)$$

$A_N$  numerische Apertur

$n$  Brechzahl des Mediums zwischen Objektivfront und Gegenstand

$\alpha$  voller Öffnungswinkel (auch Akzeptanzwinkel genannt).

**Auflösungsvermögen:** Mit dem Auflösungsvermögen bezeichnet man den minimalen Abstand  $d_{\min}$ , den zwei Strukturen haben dürfen, damit diese noch voneinander unterscheidbar sind. Dieser Abstand ist der Wellenlänge  $\lambda$  des verwendeten Lichtes proportional und ergibt sich aus der numerischen Apertur bzw. der Blendenzahl wie folgt:

$$d_{\min} = 1,22 \frac{\lambda}{2 \cdot A_N} = 1,22 \lambda \kappa \quad (2.3)$$

In der Herleitung dieser Formel wird von zwei punktförmigen Lichtquellen ausgegangen<sup>3</sup>, deren Abbildung in der Bildebene durch Beugung zwei ringförmige Intensitätsverteilungen ergibt. Das Abbildungskriterium (*Rayleigh-Kriterium*) ist so gewählt, dass zwei Objektpunkte gerade noch aufgelöst werden können, wenn maximal das erste Minimum des Beugungsbildes des einen Punktes mit dem Hauptmaximum des anderen Punktes zusammenfällt [29].

**Schärfentiefe:** Die Schärfentiefe ist ein Begriff aus der Fotografie und gibt einen Abstandsbereich um den abzubildenden Gegenstand an, innerhalb dessen weitere Gegenstände vom Betrachter der Fotografie noch als scharf empfunden werden [30] (siehe auch Abbildung 2.1). Ihre Definition fußt auf dem *Unschärfekreis*, einer Größe, die charakteristisch für unterschiedliche Filmformate ist und von Herstellern angegeben wird. Der Unschärfekreis mit dem Durchmesser  $\sigma$  kann demnach als „Körnigkeit“ oder Auflösungsvermögen des Films verstanden werden.

---

<sup>3</sup>Das entspricht genau unserer Anwendung.



Abbildung 2.1: Auswirkung begrenzter Schärfentiefe in der Fotografie. Deutlich abgegrenzt vom vorderen und hinteren Bildteil ist der Bereich, in dem das Bild scharf erscheint – dieser Bereich liegt innerhalb der Schärfentiefe.  
Quelle: [31]

Die Schärfentiefe ergibt sich aus dem Unschärfekreis mittels fundamentaler geometrischer Optik [32]. Es gelten die folgenden Beziehungen:

$$\Delta d = d_f - d_n \text{ als die Schärfentiefe mit} \quad (2.4a)$$

$$d_f = \frac{g \cdot d_h}{d_h - (g - f)} \text{ dem Fernpunkt,} \quad (2.4b)$$

$$d_n = \frac{g \cdot d_h}{d_h + (g - f)} \text{ dem Nahpunkt und} \quad (2.4c)$$

$$d_h = \frac{f^2}{\kappa \cdot \sigma} \text{ der } \textit{hyperfokalen Entfernung} \quad (2.4d)$$

$g$  Gegenstandsweite

$f$  Brennweite

$\kappa$  Blendenzahl

$\sigma$  Durchmesser des Unschärfekreises

Auf die Abbildung der Fluoreszenz bezogen besteht die folgende Verbindung zur Schärfentiefe: Das „Ablichten“ des Bildes geschieht mit einer CCD-Kamera endlicher Auflösung. Der Durchmesser der einzelnen Kamerapixel kann somit als Durchmesser  $\sigma$  des Unschärfekreises verstanden werden. Mit dieser Information und den Daten des Objektivs lässt sich daher eine Schärfentiefe angeben, die einen Hinweis darauf gibt, wie kritisch die Abbildung von der Position des Objektivs und der Kamera abhängt. Eine alternative, von Kenndaten des Objektivs unabhängige Untersuchung wird in Abschnitt 2.2 wiedergegeben.

### 2.1.1 Abbildungsobjektiv

Das im Experiment verwendete Objektiv ist eine Spezialanfertigung<sup>4</sup> und besteht aus 5 Linsen. Es wurde für 3 Anwendungszwecke optimiert:

- 20-fach vergrößerte Abbildung unter Maximierung des Lichtauffangwinkels
- Maximale Fokussierung einer Laserlichtquelle mit 729 nm
- Maximale Fokussierung einer Laserlichtquelle mit 395 nm

Bei den letzten beiden Anwendungen wird das Objektiv in Verbindung mit zwei weiteren Linsen als Aufweitungsoptik verwendet, welche vor einem Faserausgang platziert werden können. Im Weiteren werden wir uns mit den abbildungsoptischen Eigenschaften des Objektivs beschäftigen.

---

<sup>4</sup>Hersteller: Sill Optics



Aus den vom Hersteller angegebenen Daten zu den einzelnen Linsen des Objektivs lassen sich mit entsprechender Software<sup>5</sup> ein exemplarischer Strahlverlauf (siehe Abbildung 2.2), die Brennweite sowie die Bild- und Gegenstandsweite berechnen (siehe Tabelle 2.1).

Brennweite $f$	66,83 mm
Öffnungsdurchmesser $D$	38 mm
Bildweite $b$	1436,46 mm
Gegenstandsweite $g$	45,14 mm

Tabelle 2.1: Abbildungsoptische Eigenschaften des Objektivs.

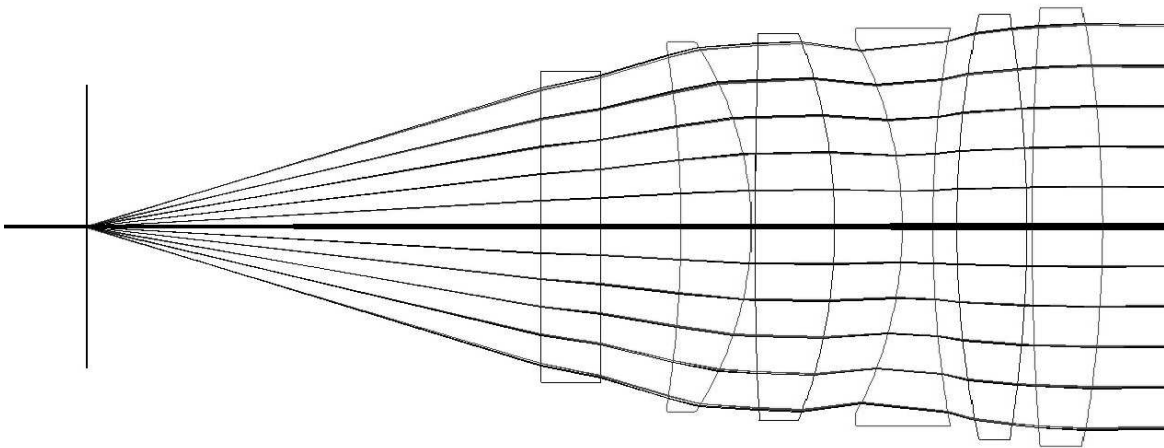


Abbildung 2.2: Schematischer Aufbau des Objektivs. Beispielhaft ist der Strahlverlauf durch das Linsensystem eingezeichnet. Das erste optische Element (nach der Objektebene links) gehört nicht zum Objektiv, sondern stellt das Fenster der Vakuumkammer dar.

Mit diesen Werten lassen sich weitere Eigenschaften wie Blendenzahl, numerische Apertur, Auflösungsvermögen und Schärfentiefe bestimmen, die in Tabelle 2.2 zusammengefasst sind.

## 2.2 Im Fokus

In Abschnitt 2.1 wurde erwähnt, dass ein großer Öffnungswinkel eine geringe Schärfentiefe mit sich bringt. Dies bedeutet, dass schon bei kleinen Abweichungen von der

<sup>5</sup>z.B. WinLens (<http://www.winlens.de>)

Blendenzahl $\kappa$ (nach (2.1))	1,76
numerische Apertur $A_N$ (nach (2.2))	0,27
Auflösungsvermögen $d_{\min}$ (nach (2.3)) (bei $\lambda = 397 \text{ nm}$ )	$0,85 \mu\text{m}$
Schärfentiefe $\Delta d$ (nach (2.4))	$18,5 \mu\text{m}$

Tabelle 2.2: Leistungsparameter des Objektivs.

optimalen Gegenstandsweite des Objektivs das Bild unscharf wird. Die fluoreszierenden Ionen stellen Punktlichtquellen dar. Bei unscharfer Abbildung wird daher das gestreute Licht auf eine größere Fläche verteilt und damit pro detektierendem Bildpunkt (CCD-Pixel) schwächer. Ist zusätzlich noch ein hohes Grundrauschen durch Streulicht vorhanden, kann bei schlechter Fokussierung das Signal der Ionen völlig im Rauschhintergrund untergehen.

Wie stark die Intensität des detektierten Streulichts von der Fokussierung abhängt, soll mit dem folgenden Versuchsaufbau untersucht werden (Abbildung 2.3): Das Ziel

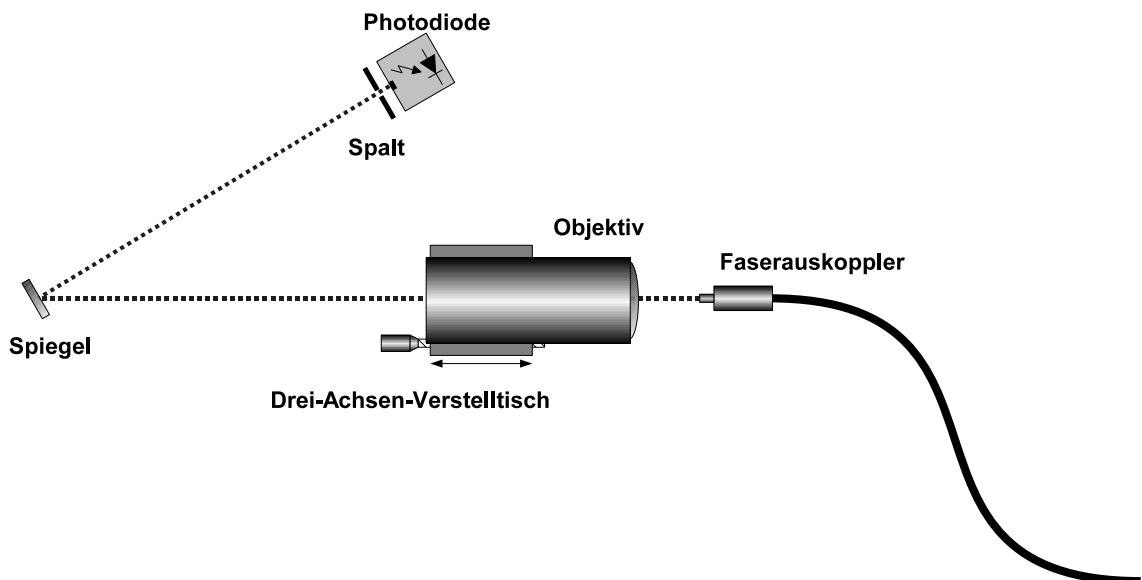


Abbildung 2.3: Aufbau zur Untersuchung der Abhängigkeit der detektierten Intensität einer Punktlichtquelle von der Fokussierung.

des Aufbaus ist es, die Umstände der Abbildung des Ions auf ein Pixel der CCD-Kamera nachzubilden. Als „Punktlichtquelle“ wird das Ende einer Single Mode-Laserfaser<sup>6</sup> verwendet. Diese hat beim Austritt aus der Faser nach Herstellerangabe einen Strahldurchmesser (auch Modenfelddurchmesser, entspricht der doppelten Strahltaile  $2w$ ) von  $3 \mu\text{m}$ . Als Lichtquelle kommt ein Diodenlaser mit der Wellenlänge  $397 \text{ nm}$  zum Einsatz, derselben Wellenlänge, bei der die Fluoreszenz des Ions beobachtet werden soll, und für die das Objektiv optimiert ist. Vor dem Faserende wird das Objektiv auf

<sup>6</sup>Schäfter + Kirchhoff SMC-400-3

einem Drei-Achsen-Verstelltisch platziert. Das vom Objektiv aus der Faser aufgefangene Licht wird schließlich über einen Spiegel auf einen Spalt gelenkt, hinter dem eine Photodiode zur Intensitätsmessung platziert wird. Durch Verstellen des Objektivs in  $z$ -Richtung lässt sich der Fokus der Abbildung in der Achse senkrecht zur Spaltebene verstellen. Der Spalt<sup>7</sup> besitzt vier verstellbare Lamellen, von denen jeweils 2 komplett in horizontaler und vertikaler Richtung über die Spaltöffnung von  $7 \times 7$  mm verschoben werden können.

Um ein einzelnes Pixel der CCD-Kamera nachzubilden, muss der Spalt auf eine quadratische Öffnung von  $24 \times 24 \mu\text{m}$  eingestellt werden. Da etwa  $N = 24$  Umdrehungen der Verstellerschrauben des Spalts eine Lamelle über die gesamte Breite von  $D = 7$  mm verschieben, entsprechen  $d = 24 \mu\text{m}$  einer Zahl von  $n = \frac{N}{D}d \approx 0,08$  Umdrehungen, um die geforderte Öffnung zu erhalten. Diese sehr geringe Zahl an Umdrehungen ist als Maß für die Spaltgröße ungeeignet. Die geforderte Spaltgröße lässt sich mittels Beugung besser einstellen. Dazu wird der Spalt mit einem Helium-Neon-Laser ( $\lambda = 632,8$  nm) möglichst homogen beleuchtet. Nach den Beugungsgesetzen liegt das erste Beugungsminimum eines Einfachspalts der Breite  $b = 24 \mu\text{m}$  bei einem Schirmabstand  $l = 3,83$  m vom Spalt um die Distanz

$$d = \frac{\lambda}{b}l \approx 8,6 \text{ cm} \quad (2.5)$$

vom Hauptmaximum entfernt. Damit lässt sich die Spaltbreite auf etwa  $3 \mu\text{m}$  genau einstellen. Die zweite Dimension des Spalts erhält man am Besten durch Abbildung mit einer Teleskopanordnung und Einstellen einer quadratischen Fläche. Kontrollieren lässt sich das Ergebnis ebenfalls durch Beugung. Abbildung 2.4 zeigt das Beugungsmuster des quadratischen Spalts, diesmal am Fluoreszenzlaser mit  $\lambda = 397$  nm. Sind die Beugungsordnungen in horizontaler und vertikaler Richtung äquidistant, kann man von einer quadratischen Öffnung ausgehen.

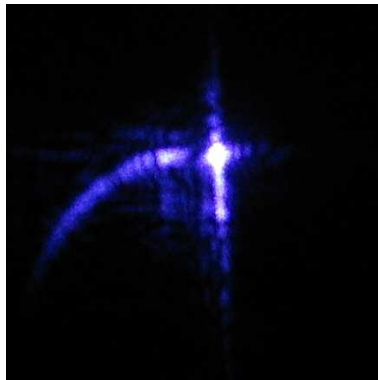


Abbildung 2.4: Beugungsmuster an der Spaltblende. Die unsymmetrische Form ist durch Reflexionen an der Spaltfassung entstanden.

Mit dieser Anordnung wurden die Messwerte in Abbildung 2.5 aufgenommen. Dabei

<sup>7</sup>Hersteller: OWIS, Modell: SP 60

wurde das Objektiv in  $z$ -Richtung um den Fokus verschoben und die Intensität des auf der Photodiode auftreffenden Lichts gemessen. Die Messwerte wurden anschließend auf das Maximum normiert und um dieses zentriert.

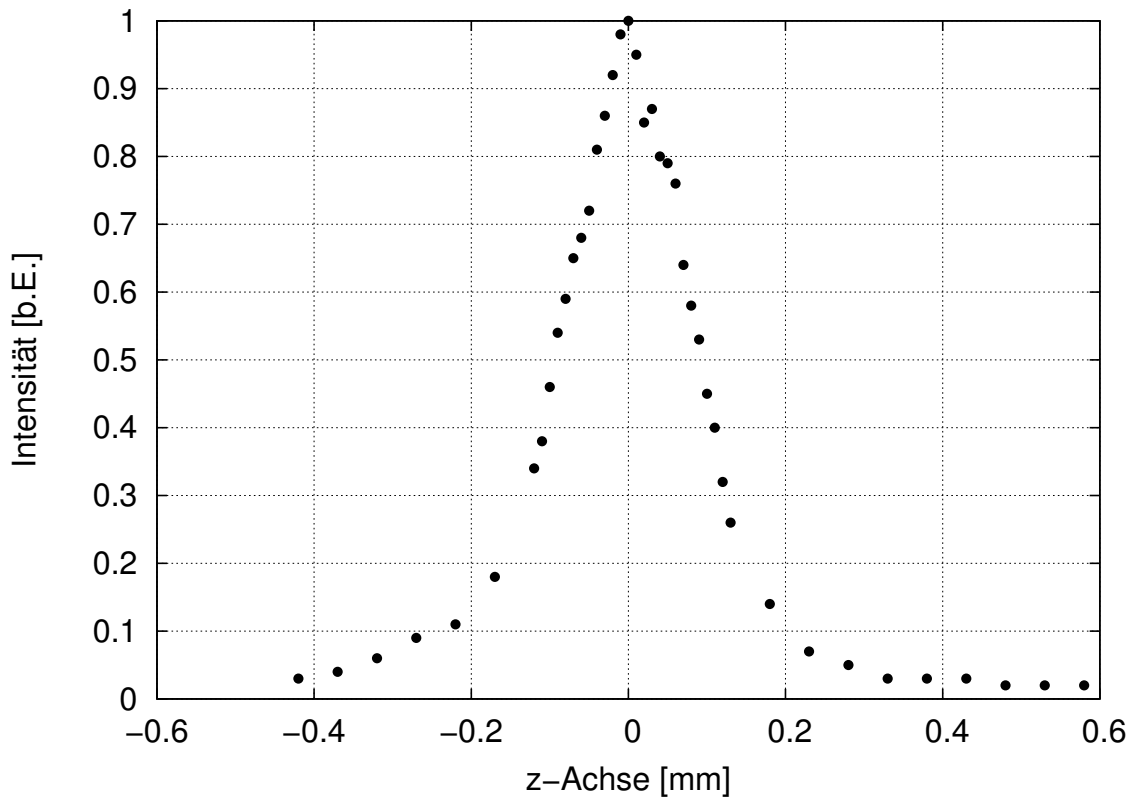


Abbildung 2.5: Abhängigkeit der Signalstärke einer Punktlichtquelle von der Fokussierung des Objektivs

Allerdings hat der Aufbau entscheidende Schwächen. Das Faserende lässt sich nur sehr schwer auf die optische Achse des Objektivs justieren. Weicht es nur wenig von dieser optimalen Position ab, wird es beim Verstellen des Objektivs durch die Abbildung zusätzlich in  $x$ - und  $y$ -Richtung und damit vom Loch in der Blende weg verschoben. Die Folge wäre, dass die Intensität stärker abnähme als es nur bei Verschiebung des Fokus der Fall wäre. Allerdings gibt es auch eine Reihe weiterer Effekte, die das anfänglich einfach erscheinende Modell eines Kamerapixels zweifelhaft erscheinen lassen: Es treten Streulichterscheinungen an den Kanten der Blende und Reflexionen des Lichts an den Schnittflächen der Blendenblätter auf, die den Strahl deutlich verbreitern. Da es sich hierbei um schwer zu kontrollierende Faktoren handelt und auch eine Modellierung ihres Einflusses an der ursprünglichen Zielstellung vorbeiginge, muss nach einer Alternative gesucht werden.

Eine Verbesserung und tatsächliche Vereinfachung des Aufbaus erreicht man, indem die reale Abbildungssituation noch besser nachgebildet wird: Statt einen Spalt und eine Photodiode zu verwenden, wird einfach eine CCD-Kamera an deren Position gestellt.

In den Aufnahmen können dann die Intensitätswerte bei bestimmten  $z$ -Positionen des Objektivs direkt abgelesen werden. Durch den großflächigen Detektor der Kamera stellen Verschiebungen der Abbildung kein Problem mehr dar. Für diesen Aufbau wird eine andere Kamera<sup>8</sup> verwendet als im Experiment. Sie hat zwar eine 8-mal höhere Auflösung, dafür aber eine um den Faktor 15 geringere Auslesegeschwindigkeit und eine um 10 Prozentpunkte niedrigere Empfindlichkeit bei der Fluoreszenzwellenlänge. Die Größe der einzelnen Pixel ist vom Hersteller mit  $8\ \mu\text{m} \times 8\ \mu\text{m}$  im Vergleich zu  $24\ \mu\text{m} \times 24\ \mu\text{m}$  bei der Experimentkamera angegeben.

Die Idee der Messung ist, in der Abbildung des Faserendes auf dem CCD-Detektor die Intensitätswerte einer  $3 \times 3$  Pixel großen Region zu addieren. Dadurch ergibt sich wieder ein simuliertes Pixel der Experimentkamera. Die höhere Auflösung lässt sich im vorliegenden Fall gut einsetzen: Die im Aufbau mit der Blende beobachteten Verschiebungen treten auch hier auf. Allerdings lässt sich mühelos das Zentrum der Beobachtungsregion auf das Spotzentrum verschieben. Abbildung 2.6 zeigt die so aufgenommenen Messwerte. Um eine Beschädigung des CCD-Detektors zu verhindern, wurde die Laserlichtquelle auf eine Leistung von 2,1 nW reduziert.

Es zeigt sich, dass die Intensität extrem kritisch von der Position des Objektivs abhängt. Bei einer Abweichung von nur etwa  $30\ \mu\text{m}$  von der Fokusposition fällt das Signal auf 50% ab. Für die Position der Kamera lässt sich mit Hilfe der Abbildungsgleichung eine Abschätzung geben. Demnach gilt für die Abhängigkeit der Bildweite  $b$  von der Gegenstandsweite  $g$

$$\Delta b \approx \frac{f [(g - f) - g]}{(g - f)^2} \Delta g. \quad (2.6)$$

Verändert sich die Gegenstandsweite um  $\Delta g = \pm 30\ \mu\text{m}$ , variiert die Bildweite mit  $\Delta b \approx \pm 380\ \mu\text{m}$ . Die Kameraposition ist also um etwa eine Größenordnung unkritischer bezüglich der optimalen Abbildung als die Position des Objektivs.

Als abschließende Bemerkung lässt sich also empfehlen, zusätzliche Strukturen in unmittelbarer Nähe des Fallenschlitzes anzubringen, um die Fokussierung zu erleichtern. Hierbei wären z.B. Strichmuster mit abnehmendem Abstand besonders geeignet, da sie bei wohldefinierter Anzahl und bekanntem Abstand zueinander zusätzlich als Maß für das Auflösungsvermögen der jeweiligen abbildenden Optik dienen können.

## 2.3 Vom fluoreszierenden Ion zum Bild

Nachdem in Kapitel 1 eine Rate für die Zahl der vom Ion emittierten Photonen bestimmt wurde und im vorangegangenen Abschnitt die Bedeutung der Fokussierung herausgestellt wurde, werden nun die Faktoren betrachtet, welche die Photonennrate negativ beeinflussen. Der Weg des Signals vom Ion (als Photonen) bis zum Bild (Ladungen in einem CCD-Chip) wird hier nachgezeichnet.

---

<sup>8</sup>Hersteller: Andor, Modell: iXon DV885

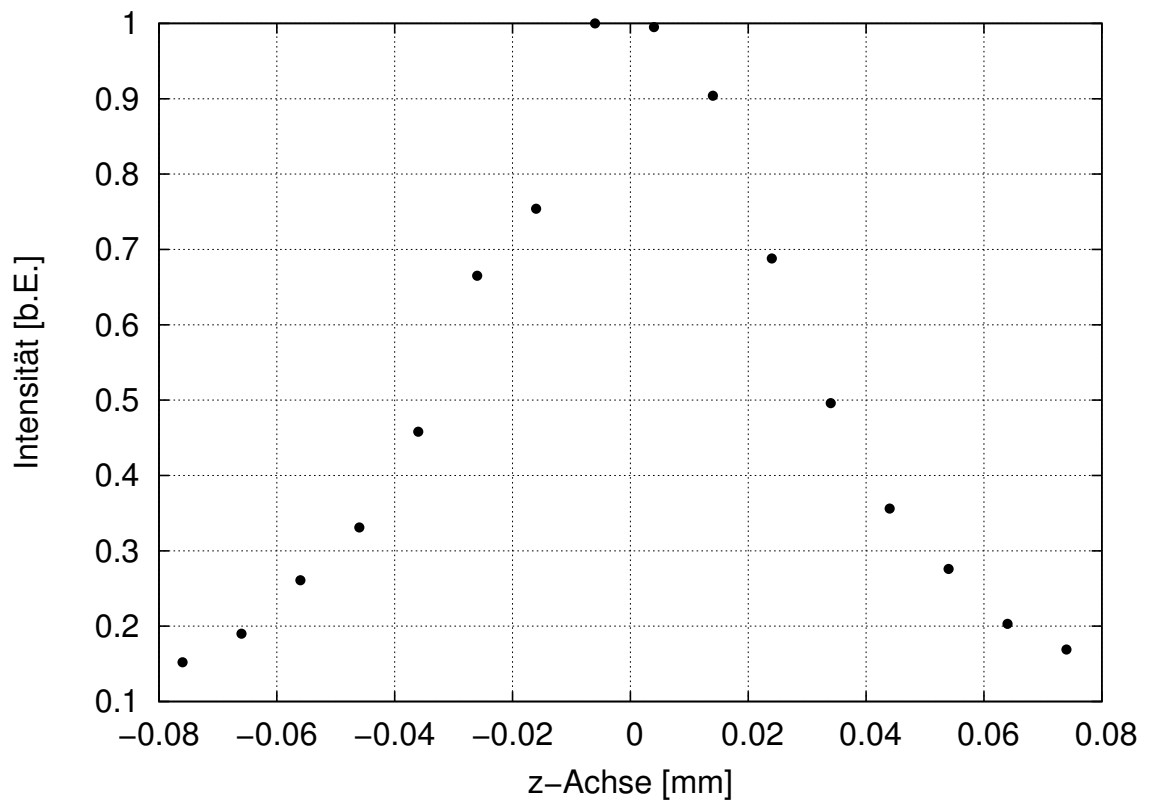


Abbildung 2.6: Abhängigkeit der Signalstärke einer Punktlichtquelle von der Fokussierung des Objektivs auf einer Region von  $24 \mu\text{m} \times 24 \mu\text{m}$  ( $3 \times 3$  Pixel auf der 2. CCD-Kamera).

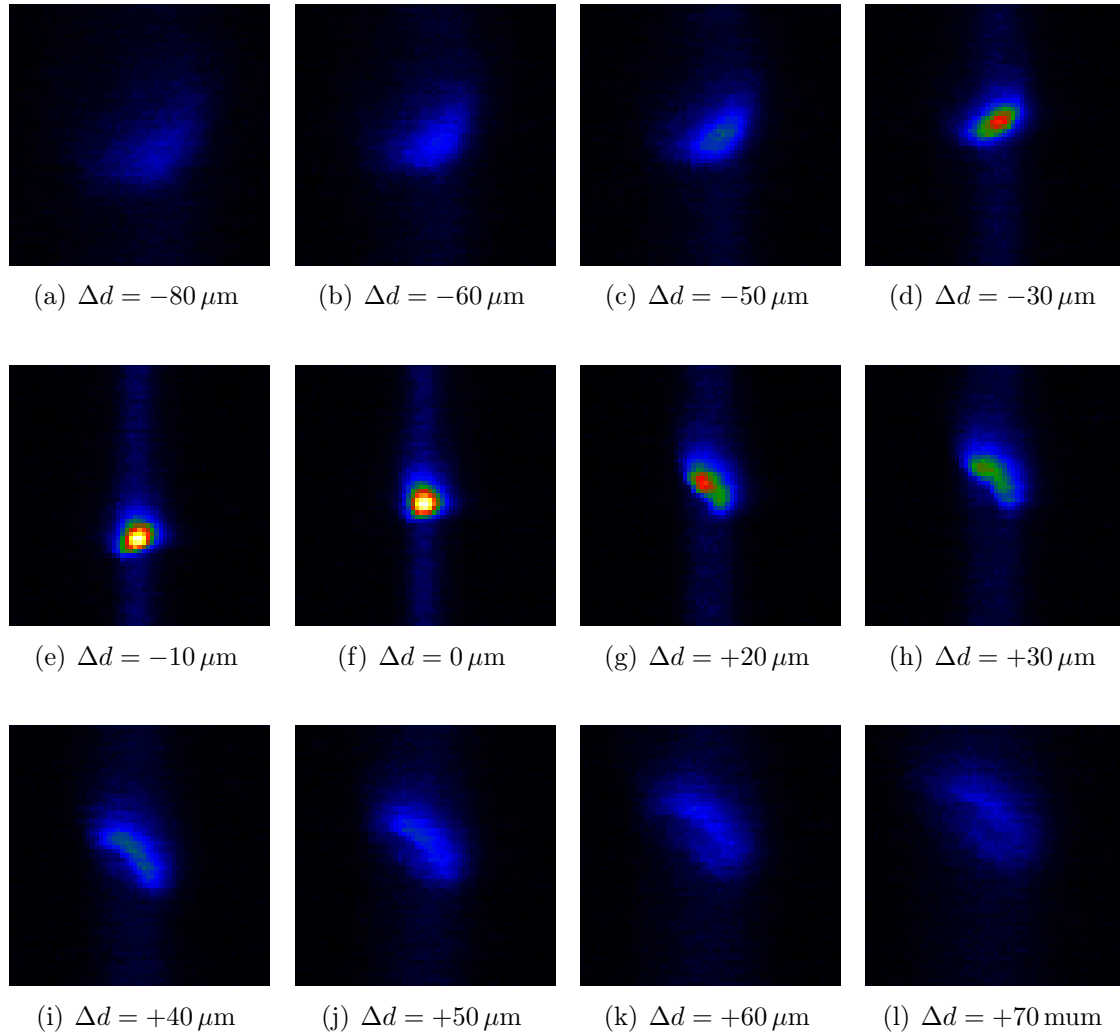


Abbildung 2.7: Spotdiagramme, aufgenommen mit der CCD-Kamera. Bei jedem Diagramm ist die Abweichung von der Fokusposition angegeben. Deutlich zu erkennen sind die Bildverzeichnungen, die dadurch entstehen, dass das Faserende nicht auf der optischen Achse des Objektiv positioniert ist.

### 2.3.1 Aufbau der Detektionsoptik

Der Aufbau der an der Detektion beteiligten Komponenten wird in Abbildung 2.8 zusammengefasst: Das an Ionen gestreute Licht wird durch ein Objektiv aufgefangen und über eine Spiegelanordnung entweder auf einen Photomultiplier oder eine CCD-Kamera gelenkt. Mit einem Klappspiegel kann die Detektionsmethode ausgewählt werden, die gerade vorteilhafter ist. Der Photomultiplier hat zwar eine geringere Nachweiswahrscheinlichkeit als die Kamera, ist allerdings nicht so stark von der Fokussierung abhängig, da alles einfallende Licht über die Detektorfläche integriert wird. Die Kamera hat im Gegensatz dazu den Vorteil, dass einzelne Punktlichtquellen räumlich getrennt aufgelöst und Bewegungen aufgenommen werden können.

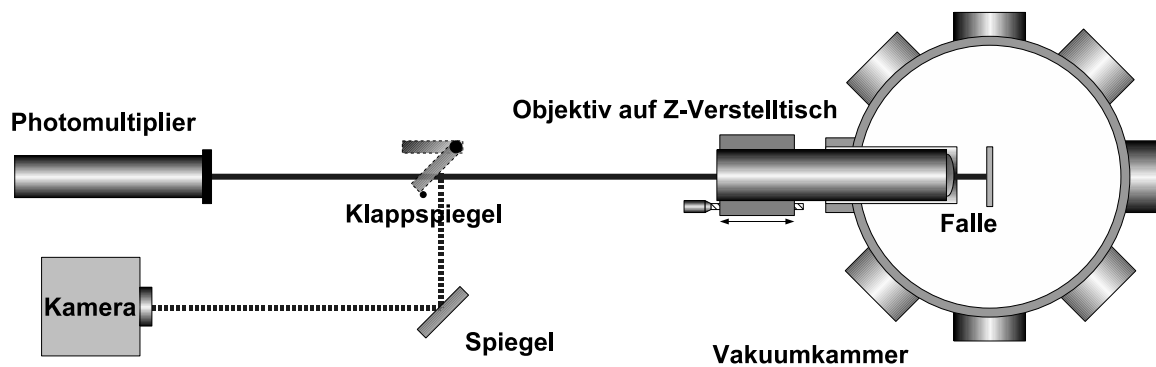


Abbildung 2.8: Schematischer Aufbau der Detektionsoptik: Das die Vakuumkammer verlassende Fluoreszenzlicht wird von einem Objektiv aufgefangen und über Spiegel zu Photomultiplier oder Kamera gelenkt.

### 2.3.2 Raumwinkel

Das Ion gibt unter spontaner Emission Fluoreszenzlicht in alle Raumrichtungen ab. Um das gesamte Licht zu detektieren, wäre also ein das Ion vollständig umschließender Detektor nötig, der den gesamten Raumwinkel  $\Omega = 4\pi$  abdeckt. Dies ist allerdings in der Praxis selten realisierbar, obwohl manche spezielle Anwendungen dieser Idealisierung recht nahe kommen (siehe dazu z.B. Cavity-QED). In unserem Fall liegt der Fokus des Experiments nicht auf der vollständigen Detektion jedes einzelnen Photons, sondern in der Manipulation der internen und externen Freiheitsgrade des Ions und seiner freien Beweglichkeit (zumindest in einer Raumrichtung). Daher sind einerseits viele optische Zugänge zum Ion nötig, andererseits kann es nicht auf die räumliche Enge einer mikroskopischen Struktur beschränkt werden. All diese Anforderungen an das Experiment stehen in Konkurrenz zu einer umschließenden Detektion; einen Kompromiss stellt das in Abschnitt 2.1.1 vorgestellte Objektiv dar. Das Objektiv mit einem Öffnungsdurchmesser  $d$  im Abstand  $r$  vom Ion positioniert deckt einen Raumwinkel



von

$$d\Omega = \frac{A}{R^2} = 2\pi \left( 1 - \sqrt{1 - \frac{1}{1 + \left(\frac{2r}{d}\right)^2}} \right) \quad (2.7)$$

ab, wie sich aus geometrischen Überlegungen ergibt. In unserem Fall (mit  $d = 38$  mm und einem Arbeitsabstand von  $r = 58$  mm) reduziert sich das Signal durch die Beschränkung der „aktiven Detektorfläche“ auf den Öffnungswinkel des Objektivs also um den Faktor

$$\vartheta = \frac{d\Omega}{4\pi} = 0,0248 \approx \frac{1}{40}. \quad (2.8)$$

### 2.3.3 Transmissionsverluste am Objektiv

Das Objektiv selbst besteht, wie in Abschnitt 2.1.1 beschrieben, aus einem System aus 5 Linsen. Laut Herstellerangaben liegt die Transmission der verwendeten Gläser bei ca. 98%, wodurch – inklusive der Beschichtung – für das gesamte Objektiv ein Wert von  $> 90\%$  angegeben wird. Eine einfache Messung der Laserleistung vor und hinter dem Objektiv, durchgeführt mit einem Powermeter<sup>9</sup> und einem Laser mit  $\lambda = 397$  nm, ergab

- vor dem Objektiv: 0,394 mW
- hinter dem Objektiv: 0,378 mW

Dies bedeutet einen Verlust von etwa 4%, also eine Reduzierung des Signals durch das Objektiv um den Faktor 0,96.

### 2.3.4 Filter

Um den Einfluss des Umgebungslichts und des Streulichts sämtlicher Laserlichtquellen, die am Experiment im Einsatz sind, zu minimieren, werden Breitbandfilter<sup>10</sup> verwendet, deren Transmissionsgrad bei der Fluoreszenzwellenlänge von  $\lambda = 397$  nm 93,7% beträgt (siehe auch Abbildung 2.9). Allerdings besitzen diese auch noch eine Resttransmission von 0,27% bei  $\lambda = 866$  nm. Das letztere Licht wirkt sich bei der Detektion von Ionen besonders störend aus (vgl. Abschnitt 4.2 „Differenzmodus“), weshalb zwei identische Filter direkt hintereinander verwendet werden. Damit ist die störende Transmission praktisch ausgeschaltet, die gewünschte Transmission der Fluoreszenz liegt dann bei 87,8%.

### 2.3.5 Photomultiplerröhre

Der verwendete Photomultiplier<sup>11</sup> hat die in Abbildung 2.10 gezeigte Quanteneffizienz, detektiert also ein einfallendes Photon bei der Streulichtwellenlänge von  $\lambda = 397$  nm mit einer Wahrscheinlichkeit von  $\eta_{\text{PMT}} \approx 0,27$ .

<sup>9</sup>Hersteller: Ophir, Modell: Nova II

<sup>10</sup>Hersteller: Semrock, Modell: FF01-377/50-23.7-D

<sup>11</sup>Hersteller: electron tubes, Modell: P25PC

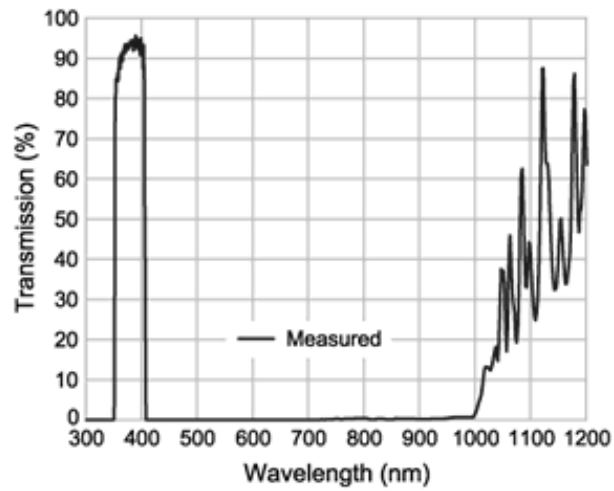


Abbildung 2.9: Transmissionskurve der verwendeten Filter. Quelle: Hersteller

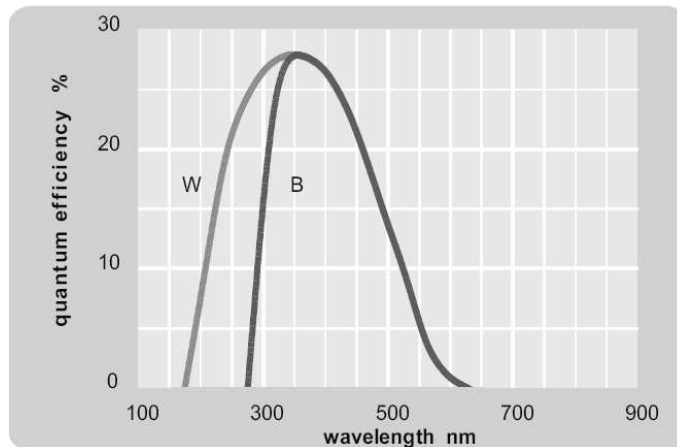


Abbildung 2.10: Quanteneffizienz des verwendeten Photomultipliers. Die mit W und B bezeichneten Kurven beziehen sich auf die verwendete Fensterglasart (B - BK7 Glas, für Wellenlängen ab 300 nm; W - UV Glas, erweitert die Empfindlichkeit bis 185 nm). Quelle: Hersteller

### 2.3.6 Kamera

Zunächst sollen ein paar Grundlagen zur CCD-Technologie erläutert werden, damit die anschließend erwähnten technischen Eigenschaften der Kamera besser eingeordnet werden können.

#### CCD Detektoren:

CCD (Charge-Coupled Device) Detektoren sind als Lichtsensoren mit räumlicher Auflösung weit verbreitet. Man findet sie in Flächenanordnung in sämtlichen Arten von Digitalkameras und in linearer Anordnung in Kopierern, Scannern, Spektrographen und Wavemetern. Ihre Funktionsweise lässt sich in zwei Schritten zusammenfassen: (1) Umwandlung der an jedem Bildpunkt (Pixel) einfallenden Photonen in Ladungen und (2) Verschieben dieser Ladungen zu einem Ausgabeverstärker, der die Ladung in ein Spannungs- oder Stromsignal umwandelt und so von externer Elektronik als Lichtintensität interpretiert werden kann [33].

Ein CCD Detektor besteht aus einer Anordnung von Siliziumsensoren, in denen absorbierte Photonen einzelne Elektron-Loch-Paare erzeugen. Diese Elektron-Loch-Paare werden durch ein über den Sensor angelegtes elektrisches Potential getrennt und so als Ladungen in den Sensoren angesammelt. Übersteigt die angesammelte Ladung die Kapazität des Sensors, bevor dieser ausgelesen wird, sättigt er. Dadurch entstehen entweder beim Auslesen helle Linien im Bild oder, wenn Ladungen auf der Detektorfläche in benachbarte Sensoren diffundieren, verwaschene helle Punkte (*Blooming*).

Die Empfindlichkeit eines CCD Detektors wird als Quanteneffizienz bezeichnet und gibt den Anteil der detektierten zu den einfallenden Photonen an. Die Quanteneffizienz hauptsächlich vom Absorptionskoeffizienten  $\alpha(\lambda)$  von Licht in Silizium ab, aber auch von der erfolgreichen Trennung des Elektron-Loch-Paares vor der Rekombination oder der Transmission abdeckender Schichten (wobei Interferenzen an mehreren Schichten eine Rolle spielen können).

**Dunkelstrom:** Selbst bei Abwesenheit von Licht können sich in den Siliziumsensoren Ladungen ansammeln. Diese werden durch thermisch erzeugte Elektron-Loch-Paare verursacht und werden *Dunkelstrom* genannt. Sie entstehen bevorzugt an Verunreinigungen oder Kristalldefekten im Silizium und ihre Häufigkeit nimmt mit sinkender Temperatur ab. Sie machen sich durch ein Hintergrundrauschen des unbeleuchteten Detektors bemerkbar, oder bei größeren Verunreinigungsclustern oder Stapelfehlern im Kristall als vereinzelte helle Pixel<sup>12</sup>.

Eine Ausleseeinheit überträgt in festen Intervallen durch Verändern der Spannungen an den einzelnen Sensoren die angesammelten Ladungen an einen Verstärker. Dabei werden bei zweidimensionalen Detektoren die Bildzeilen in Richtung Ausleseregister verschoben, anschließend wird jede Zeile Punkt für Punkt in horizontaler Richtung verstärkt und ausgelesen (siehe Abbildung 2.11). Die Transferraten in vertikaler Richtung

<sup>12</sup>Beide Effekte lassen sich an der im Experiment verwendeten Kamera beobachten. Zum Beispiel treten bei Raumtemperatur etwa 20 helle Pixel auf, die mit zunehmender Kühlung verschwinden.

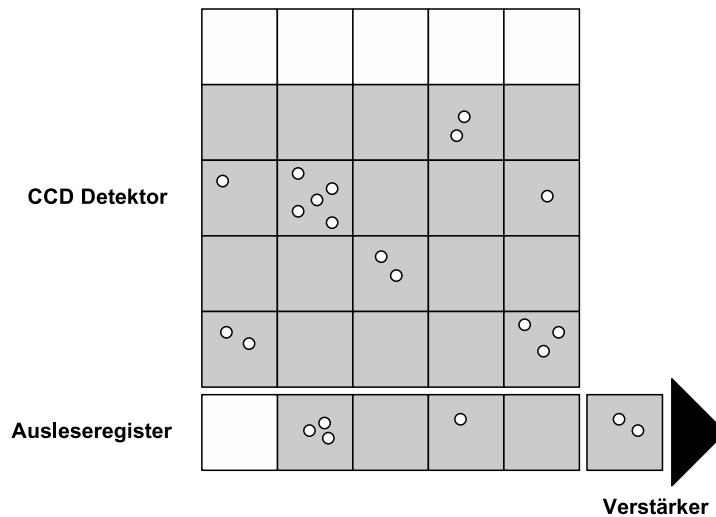


Abbildung 2.11: Schematische Darstellung des Auslesens eines CCD Detektors: Komplette Zeilen werden in das Ausleseregister verschoben, anschließend die einzelnen Pixel der Zeile nacheinander in den Verstärker geladen. Von dort werden sie mit einem A/D-Wandler ausgelesen.

(Zeilenvorschub), horizontaler Richtung (Pixelvorschub) und Signalverarbeitungsgeschwindigkeit (AD-Wandler) beim Verstärken bzw. Auslesen begrenzen die maximal mögliche Auslesegeschwindigkeit und damit die Bildwiederholrate eines CCD Detektors.

**Bildtransfer:** Während des Auslesens eines einzelnen Bildes würden ohne Verwendung eines Shutters die Sensoren weiterhin belichtet. Dies würde das Bild verfälschen, da die zuletzt ausgelesenen Bildzeilen länger belichtet würden als alle vorhergehenden. Allerdings haben mechanische Shutter den entscheidenden Nachteil, dass sie durch ihre endliche Öffnungs/Schließzeit (im Bereich von 10 ms) die maximal mögliche Aufnahmezeit begrenzen. Eine andere Möglichkeit stellen Bildtransfer-CCD Detektoren dar. Diese haben einen zweiten, vom einfallenden Licht abgeschirmten Speicherbereich, der ein komplettes Bild speichern und in den eine Aufnahme schnell (im Bereich von  $50 \mu\text{s}$  bis  $0,5 \text{ ms}$ ) übertragen werden kann. Zwar können während der Übertragung noch immer Schlieren entstehen, diese können aber durch höhere Belichtungszeiten minimiert werden. Das Verfahren erlaubt trotz dieses Nachteils viel höhere Aufnahmezeiten als bei der Verwendung von mechanischen Shuttern.

### EMCCD Technologie:

Durch ein technisches Verfahren wie EMCCD (Electron Multiplying Charge-Coupled Device) erreichen CCD Detektoren Einzelphotonen-Empfindlichkeit. Dies wird durch ein zusätzliches Verstärkungsregister erreicht, welches sich zwischen dem normalen Ausleseregister und dem Verstärker befindet. Dieses Verstärkungsregister ist wie ein

Ausleseregister aufgebaut, wird jedoch bei einer viel höheren Spannung betrieben, wodurch es bei jedem Verschieben der angesammelten Ladungen zu Stoßionisation kommt, die zusätzliche Ladungen erzeugt (Lawineneffekt). Dadurch werden zu den ursprünglich vorhandenen Ladungen proportional weitere Ladungen erzeugt, was eine Verstärkung des Signals bedeutet. Der Vorteil dieses Verfahrens ist, dass die aufgenommenen Bildpunkte im Ausleseregister, d.h. vor dem AD-Wandler verstärkt werden und somit nicht mehr im normalen Ausleserauschen untergehen können [34].

### Nachweiswahrscheinlichkeit

Die im Experiment verwendete Kamera<sup>13</sup> ist eine EMCCD-Kamera mit Bildtransferfähigkeit und hat die in Abbildung 2.12 gezeigte Quanteneffizienz. Der Detektorkopf der Kamera kann durch ein Peltier-Element auf bis zu  $-75\text{ °C}$  gekühlt werden (in Verbindung mit Wasserkühlung auf nahezu  $-90\text{ °C}$ ), was Dunkelströmen entgegenwirkt. Bei der Streulichtwellenlänge von  $\lambda = 397\text{ nm}$  beträgt die Nachweiswahrscheinlichkeit nach Abbildung 2.12  $\eta_{\text{CCD}} = 0,50$ .

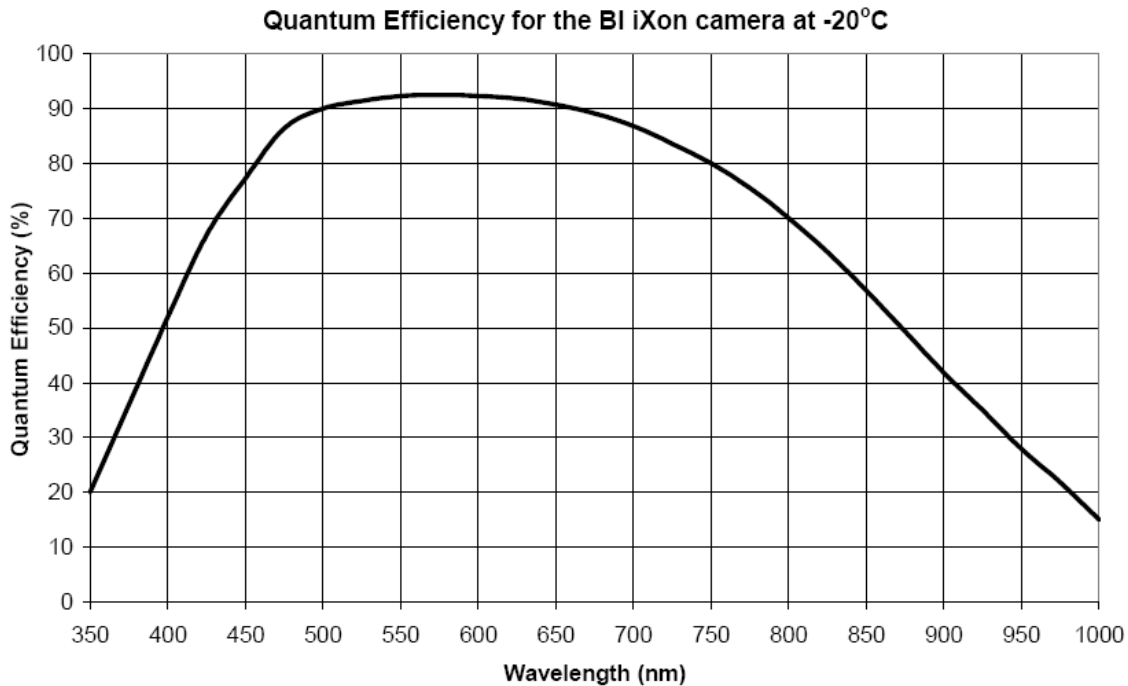


Abbildung 2.12: Quanteneffizienz der verwendeten Kamera. Quelle: Hersteller

### 2.3.7 Erwartete Zählrate

Nachdem nun alle optischen Elemente im Einzelnen untersucht wurden, lässt sich der Einfluss des Gesamtaufbaus auf die Zählrate angeben. Tabelle 2.3 fasst die Ergebnisse

<sup>13</sup>Hersteller: Andor, Modell: iXon DV860-BI

des letzten Abschnitts zusammen. Hierbei wurden eventuell vorhandene Spiegel vernachlässigt, da je nach Aufbau ihre Zahl variieren kann. Es ist aber ein Leichtes, diese nachträglich noch einzubeziehen.

Optisches Element	Faktor	
Raumwinkel des Objektivs	0,025	
Verluste an Flächen des Objektivs	0,96	
Breitbandfilter	0,878	
Nachweiswahrscheinlichkeiten (PMT, CCD)	0,27	0,50
Gesamt:	$\gamma_{\text{PMT}} = 0,0057$	$\gamma_{\text{CCD}} = 0,0105$

Tabelle 2.3: Zusammenfassung der negativen Einflussfaktoren auf die Detektion.

Natürlich sind diese Werte unter der Annahme entstanden, dass die Fokussierung von Objektiv und Kamera optimal eingestellt ist. Wie im Abschnitt 2.2 beschrieben, können schon Abweichungen um  $30 \mu\text{m}$  zu einer Reduzierung des Signals um weitere 50% führen.

Insgesamt ergibt sich in Verbindung mit der in Kapitel 1 bestimmten Fluoreszenzrate je nach verwendeter Detektorart eine erwartete Photonenzählrate im Bereich von 45 – 85 kHz.

Damit ist die Detektionsoptik umfassend analysiert und wir können uns in den nächsten Kapiteln dem Fangen von Ionen widmen.

# Kapitel 3

## Die segmentierte Ionenfalle

Um einzelne Ionen scharf abbilden zu können, müssen diese von der restlichen Umgebung gut isoliert und räumlich fixiert sein. Die erste Bedingung ergibt sich aus der Tatsache, dass eine eventuell vorhandene Umgebung zusätzliches (und nicht vom abzubildenden Ion stammendes) Streu- oder Fluoreszenzlicht bedeuten würde, die zweite Bedingung dadurch, dass das zur Abbildung nötige Licht nicht über einen beliebig kleinen Zeitraum detektiert werden kann und große Bewegungen das Signal verschmieren würden. Diese Bedingungen an das Ion lassen sich mittels Ionenfallen und Laserkühlung erfüllen. In diesem Kapitel werden zunächst Grundlagen der Verfahren wiedergegeben, anschließend die Realisierung im Experiment beschrieben.

### 3.1 Aufbau und Charakteristika der Falle

#### 3.1.1 Prinzip einer Paul-Falle

Geladene Atome, aber auch geladene, makroskopische Teilchen wie Bärlappsporen oder Staubteilchen lassen sich in einer Paul-Falle fangen, d.h. berührungslos in ihrer Bewegung einschränken [1]. Die für das Fangen verantwortlichen Kräfte sind Coulomb-Kräfte, die durch eine spezielle Form eines elektrischen Potentials erzeugt werden.

Ein möglicher Aufbau einer linearen Paul-Falle ist in Abbildung 3.1 zu sehen. Diese Art von Falle eignet sich besonders zum Speichern linearer Ionenkristalle. Die abgebildete Elektrodenkonfiguration führt in der Nähe des Fallenzentrums zu einem angenäherten zweidimensionalen Quadrupolpotential und kann beschrieben werden durch

$$\Phi(x, y, z, t) = U \frac{1}{2r_0^2} (\alpha x^2 + \beta y^2 + \gamma z^2) + V \cos(\omega_{\text{rf}} t) \frac{1}{2r_0^2} (\alpha' x^2 + \beta' y^2) \quad (3.1)$$

mit der Fallenfrequenz  $\omega_{\text{rf}}$  und dem Abstand  $r_0$  vom Fallenzentrum zur Oberfläche der Elektroden. Da ein Potential zu allen Zeiten die Laplace-Gleichung  $\Delta\Phi = 0$  erfüllen muss, unterliegen die Geometriefaktoren den Bedingungen

$$\alpha + \beta + \gamma = 0 \quad (3.2a)$$

$$\alpha' + \beta' = 0. \quad (3.2b)$$

Durch diese Bedingungen wird auch der Grund für die nötige Wechselspannung klar:

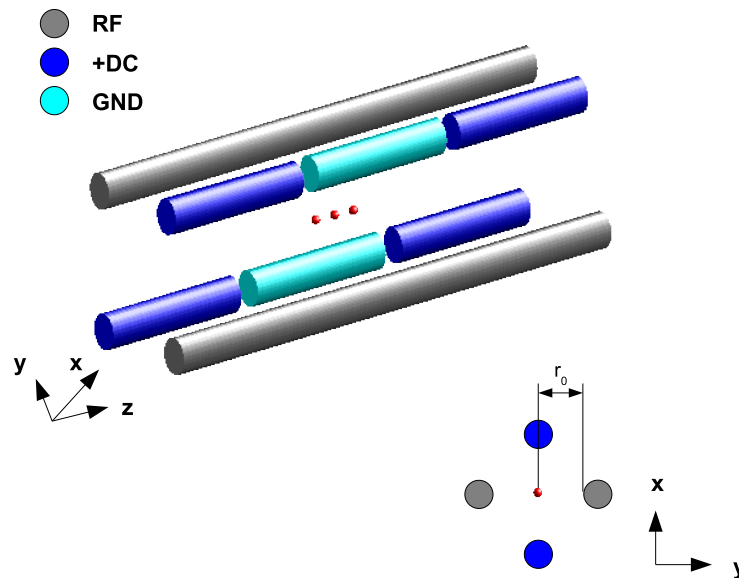


Abbildung 3.1: Schematischer Aufbau einer linearen Paul-Falle. Positiv geladene Teilchen werden in  $z$ -Richtung (entlang der Fallensymmetrieachse) eingeschlossen, indem ein relativ zu den hellblauen Elektroden positives Potential an den dunkelblauen Elektroden angelegt wird. An den grauen Elektroden wird eine gemeinsame, schnell oszillierende Wechselspannung angelegt. Ist die Amplitude dieser Wechselspannung positiv gegenüber der gemeinsamen Masse, wird das Teilchen von den grauen Elektroden abgestoßen und so in  $y$ -Richtung eingeschlossen. Eine halbe Periode später ziehen diese Elektroden das Teilchen an und schließen es so in  $x$ -Richtung ein.



Dadurch, dass zu allen Zeiten mindestens einer der Koeffizienten  $> 0$  sein müsste, wäre in dessen Richtung kein Einschluss gegeben. Mit der in Abbildung 3.1 gegebenen Elektrodenkonfiguration wird (3.2) erfüllt, wenn

$$-(\alpha + \beta) = \gamma > 0 \quad (3.3a)$$

$$\alpha' = -\beta'. \quad (3.3b)$$

Die Bewegungsgleichung eines Teilchens der Masse  $m$  und der Ladung  $Z|e|$  in einem Potential nach (3.1) kann in alle drei Raumrichtungen separiert werden, da in ihr keine gemischten Terme auftreten. Sie lautet für eine Raumrichtung daher

$$\frac{d^2x}{d\xi^2} + [a_x - 2q_x \cos(2\xi)] x = 0 \quad (3.4)$$

mit

$$\xi = \frac{\omega_{\text{rf}} t}{2}, \quad a_x = \frac{4Z|e|U\alpha}{m\omega_{\text{rf}}^2 r_0^2}, \quad q_x = \frac{2Z|e|V\alpha'}{m\omega_{\text{rf}}^2 r_0^2}. \quad (3.5)$$

und den Beziehungen

$$q_y = -q_x, \quad q_z = 0 \quad (3.6)$$

für unseren speziellen Fall einer linearen Falle. Gleichung (3.4) ist die Standardform einer Mathieu-Differentialgleichung und schwierig zu lösen. Es lassen sich Regionen nach den Koeffizienten  $a_i$  und  $q_i$  ( $i \in x, y, z$ ) parametrisiert angeben, in denen Lösungen der Gleichung (3.4) stabil sind. Die erste Stabilitätsregion ist in Abbildung 3.2 dargestellt; sie ist dadurch charakterisiert, dass sie den Punkt  $(a_i, q_i) = (0, 0)$  enthält. Alle experimentell realisierten Fallen bewegen sich im ersten Stabilitätsbereich<sup>1</sup>.

Eine Näherungslösung der Bewegungsgleichung (3.4) für den Fall  $|a_x|, q_x^2 \ll 1$  lautet [35]

$$x(t) \approx A \cos\left(\beta_x \frac{\omega_{\text{rf}}}{2} t\right) \left[1 - \frac{q_x \cos(\omega_{\text{rf}} t)}{2}\right] \quad \text{mit } \beta_x \approx \sqrt{a_x + \frac{q_x^2}{2}}, \quad (3.7)$$

wobei die Konstante  $A$  durch die Anfangsbedingungen festgelegt wird.

Damit oszillieren geladene Teilchen in der Falle mit der Frequenz  $\nu = \beta_x \omega_{\text{rf}}/2$ , der sogenannten *Säkularbewegung*, die von einer weiteren, viel schnelleren Oszillation mit der Fallenfrequenz  $\omega_{\text{rf}}$  überlagert ist – der *Mikrobewegung*. Die Schwingung der Mikrobewegung ist gegenphasig zur Fallenfrequenz und in der Amplitude um den Faktor  $q_x/2$  kleiner als die Säkularbewegung.

Wird das in  $z$ -Richtung einschließende Potential schwach gewählt, können sich sogar mehrere geladene Teilchen durch ihre gegenseitige Abstoßung entlang der Fallachse aufreihen. Man erhält dann eine Kette oder einen Kristall aus Teilchen, die zu komplizierten Schwingungsmoden angeregt werden können (wie z.B. im Modell der linearen Kette aus der Mechanik oder Festkörperphysik).

---

<sup>1</sup>Die genaue Form des Bereichs hängt von der Art der Falle ab.

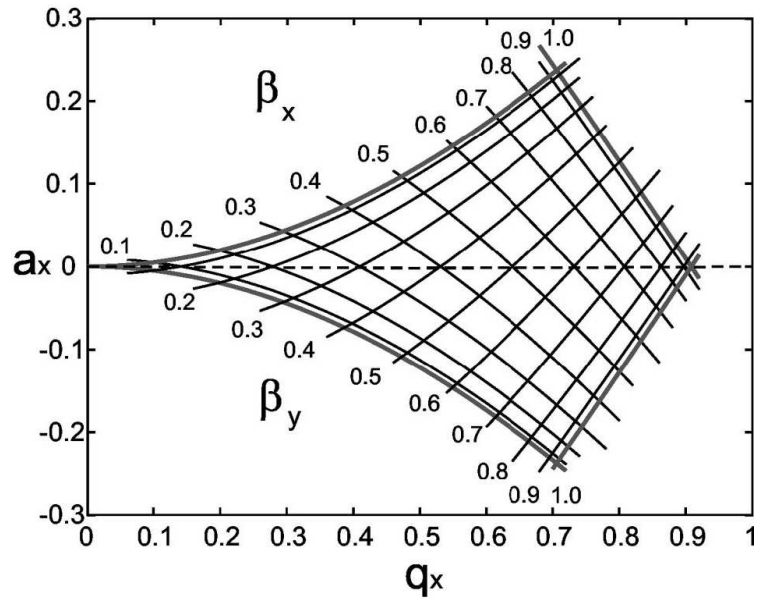


Abbildung 3.2: Stabilitätsdiagramm für eine lineare Falle. Quelle: [35]

### 3.1.2 Segmentierte Falle

Die im Experiment verwendete Falle ist eine segmentierte Falle und stellt die logische Fortsetzung der in Abbildung 3.1 gezeigten linearen Paul-Falle dar, indem die dreiteiligen Gleichspannungselektroden entlang der Fallenachse in weitere, voneinander isolierte Zylindersegmente unterteilt werden. Beschaltet man nun je 3 benachbarte Elektroden in der in Abbildung 3.1 beschriebenen Form, lässt sich das in  $z$ -Richtung einschließende Potential an eine beliebige Stelle entlang der Fallenachse legen. Schließlich kann jede beliebige Spannungsconfiguration (auch in der Zeit veränderlich) an den unterschiedlichen Elektrodensegmenten angelegt werden, solange sich irgendwo auf der Fallenachse ein oder sogar mehrere Potentialminima ausbilden. Dies ist besonders nützlich, um Ionen entlang der Fallenachse zu transportieren oder eine Ionenkette zu teilen.

Die genaue Ausführung der segmentierten Elektroden zeigt Abbildung 3.3. Die Gleichspannungselektrode ist in 11 Elektrodensegmente unterschiedlicher Breite unterteilt. Ihr gegenüber liegt die Wechselspannungselektrode und eine Kompensationselektrode, mit der sich Asymmetrien im Aufbau kompensieren lassen. Der gezeigte Fallen-Chip besteht aus einer Aluminiumoxidoberfläche mit einer Dicke von etwa  $250\ \mu\text{m}$ , auf die  $5\ \mu\text{m}$  Gold aufgebracht wurden. Nach der Beschichtung wurden mit einem gepulsten Laser Bahnen in das Gold geschnitten, so dass sich die gezeigten Elektroden ergaben. Mit dem Laser wurde im selben Arbeitsgang auch die Form der Falle ausgeschnitten, so dass sich Elektroden und Fallenschlitz in einem definierten Abstand zueinander befinden. Platziert man zwei solcher Chips (punktsymmetrisch zueinander, vgl. Abbildung 3.4) in einem Abstand von etwa  $400\ \mu\text{m}$  übereinander, so dass der schmale Fallenschlitz beider Chips übereinander zum Liegen kommt, ergibt

sich eine Elektrodenkonfiguration ähnlich der in Abbildung 3.1. Der Fallenschlitz ist damit etwa  $400 \mu\text{m} \times 400 \mu\text{m} \times 5 \text{mm}$  ( $H \times T \times B$ ) groß.

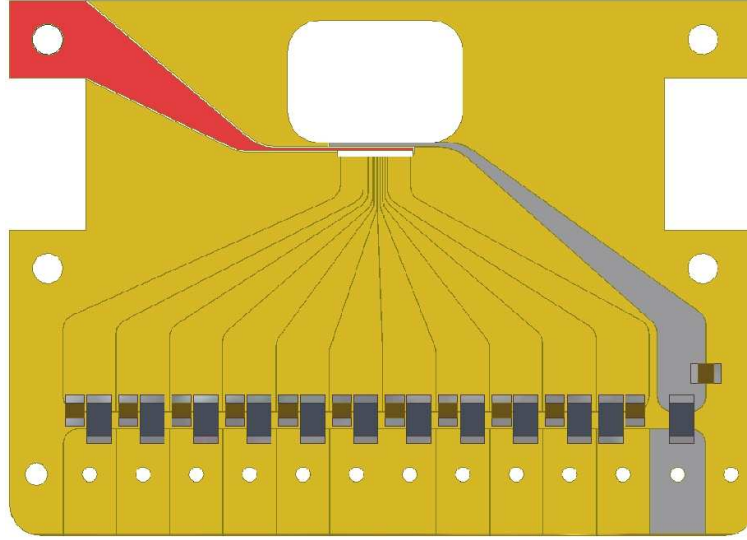


Abbildung 3.3: Schematische Darstellung der segmentierten Fallenelektroden. Zu sehen ist die Fallenregion in der Mitte (schmaler Spalt), die insgesamt 11 Elektrodensegmente unterschiedlicher Breite, die Wechselspannungselektrode (rot) und eine Elektrode zur Kompensation von Asymmetrien (grau). Bei den im unteren Bereich eingezeichneten SMD-Bauteilen handelt es sich um Kondensatoren. Diese dienen als Rauschfilter für die Gleichspannungselektroden.

### 3.1.3 Arbeitsparameter

Die Falle wird bei einer Frequenz von  $\omega_{\text{rf}} = 2\pi \times 13,62 \text{ MHz}$  betrieben. Die maximale Amplitude der Radiofrequenzspannung beträgt  $V = 18 \text{ V}$ , die Gleichspannung liegt bei  $U = 30 \text{ V}$ . Damit lassen sich die in Gleichung (3.4) definierten Fallenparameter  $a_i$  und  $q_i$  ( $i \in x, y, z$ ) bis auf die Geometriefaktoren bestimmen. Als Masse  $m$  geht in diese Parameter die Masse von  $^{40}\text{Ca}^+$  ein, die Ladungszahl beträgt  $Z = 1$ . Der Abstand der Elektroden vom Fallenzentrum in  $x$ - und  $y$ -Richtung ist  $r_0^{x,y} = 1/2\sqrt{2} \cdot 386 \mu\text{m}$  (vgl. dazu Abbildung 3.6). In  $z$ -Richtung hängt dieser Abstand von der Wahl der Elektroden ab, die mit einer Gleichspannung beschaltet werden. Im Falle der äußersten Elektroden 1 und 11 beträgt er  $r_0^z = 785 \mu\text{m}$  (Abbildung 3.6). Es ergeben sich die folgenden Werte:

$$a_z \approx 0,06\gamma \quad (3.8)$$

$$q_x = -q_y \approx 0,16\alpha' \quad (3.9)$$

Allerdings bleiben ohne genaue Kenntnis der Geometriefaktoren diese Fallenparameter bedeutungslos. Bei einer idealen Falle hätten die Elektroden Hyperbelform, so

dass sich ein perfektes zweidimensionales Quadrupolpotential im gesamten Bereich zwischen ihnen aufbauen würde. In diesem Fall hätten die Geometriefaktoren alle den Wert 1. Abweichungen von dieser idealen Form senken den Wert der Geometriefaktoren. Genaue Werte dieser Faktoren lassen sich im Allgemeinen nur gewinnen, indem man numerisch das Fallenpotential einer gewählten Geometrie berechnet und anschließend aus dem Verlauf des Potentials die Geometriefaktoren bestimmt. Damit können schließlich auch realistische Werte für die Stabilitätsparameter gewonnen werden.

## 3.2 Kalziumofen

Um Atome zu erzeugen, die in die Falle geladen werden können, wird ein Verdampfungsofen verwendet. Dieser besteht aus einer einseitig abgeschlossenen Edelstahlröhre mit einem Durchmesser von etwa 3 mm und einer Länge von 7 cm, in die zur Hälfte hochreines Kalzium eingefüllt wird. Fließen genügend hohe Ströme ( $I > 7 \text{ A}$ ) durch das Rohr, heizt es sich auf und atomares Kalzium verlässt als relativ gut kollimierter Strahl den Ofen. Wie aus diesen Atomen Ionen erzeugt werden, damit sie in der Falle gefangen werden können, wird im nächsten Abschnitt behandelt.

## 3.3 Notwendige Lasersysteme

Zur Ionisation und zur Anregung der Übergänge in den verwendeten Niveaus von Kalzium (vgl. Abbildung 1.2) werden kommerzielle Diodenlaser<sup>2</sup> verwendet. Hierbei handelt es sich um gitterstabilisierte Laser in der Littrow-Anordnung [9], welche durch Verändern des Gitterwinkels auch ein Verstimmen des Lasers ermöglicht. Die Frequenzstabilität der Lasersysteme garantiert ein Wavemeter<sup>3</sup>, das in regelmäßigen Abständen am Absorptionssignal einer Kalziumdampfzelle kalibriert wird. Durch eine Spiegelanordnung in Kombination mit mehreren Shuttern werden die unterschiedlichen Laser in das Wavemeter eingekoppelt und durch einen PC geregelt [36].

### 3.3.1 Photoionisation

Die neutralen Kalziumatome werden zweistufig über *Photoionisation* einfach positiv geladen [37]. Dies geschieht mit zwei Lasern der Wellenlängen  $\lambda = 423 \text{ nm}$  und  $\lambda = 374 \text{ nm}$ . Der erste Laser bei 423 nm regt das neutrale Kalzium aus seinem Grundzustand  $4s^1 S_0$  in den Zustand  $4p^1 P_1$  (mit der natürlichen Linienbreite  $\Gamma_{\text{nat}} = 34,7 \text{ MHz}$ ) an. Von dort regt der Laser bei 374 nm das dabei angehobene Elektron ins Kontinuum an, wodurch das Kalziumatom ionisiert wird. Durch dieses Verfahren werden Ionen in dem Bereich erzeugt, wo sie auch gefangen werden können. Die Wellenlänge des Lasers bei 374 nm ist relativ unkritisch, weshalb ein einfacher, freilaufender Diodenlaser verwendet wird. Kritischer ist die Frequenz des Lasers bei 423 nm, da die (meist leistungs-

---

<sup>2</sup>Hersteller: Toptica

<sup>3</sup>Hersteller: High Finesse, Modell: Ultimate

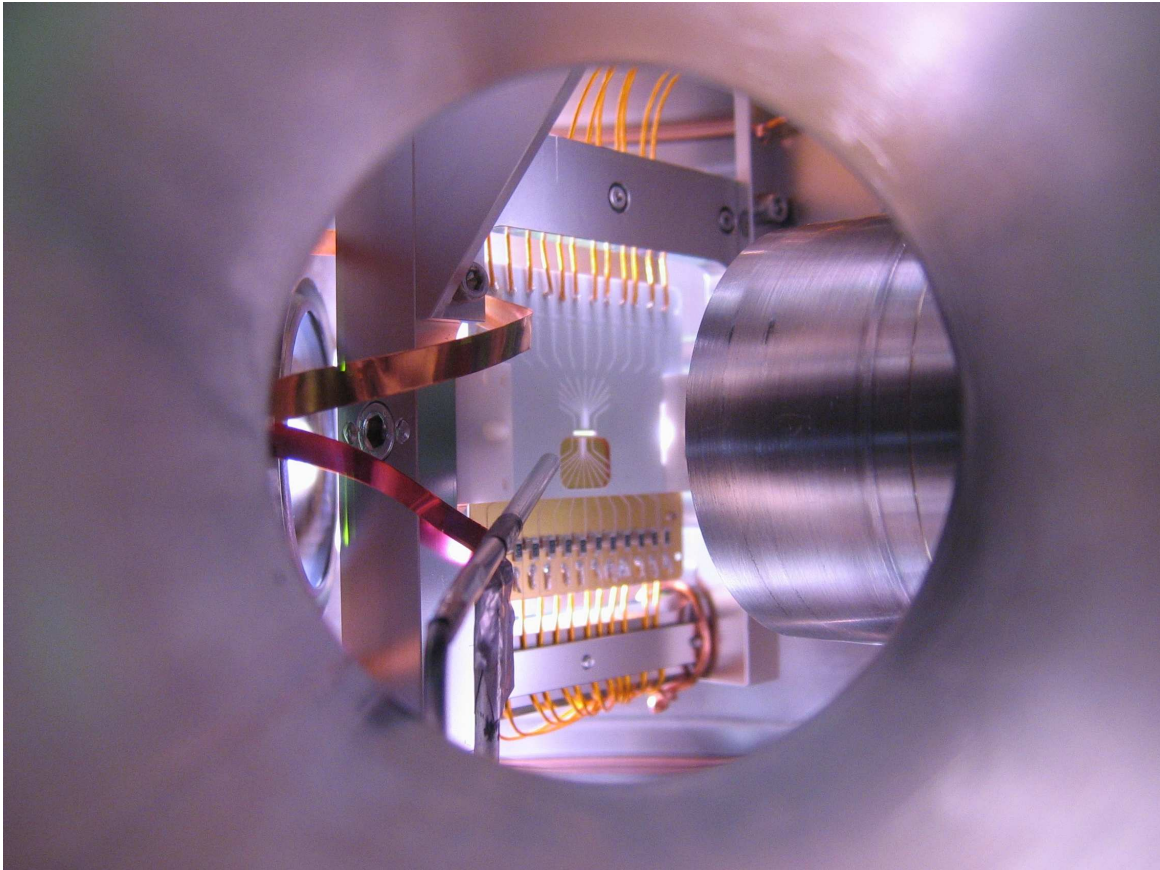


Abbildung 3.4: Die fertiggestellte Falle. Blick durch eines der Vakuumfenster in die Kammer. Zu erkennen sind die beiden übereinander platzierten Falenchips, einer der Kalziumöfen im unteren Bildteil und das invertierte Vakuumfenster zur Rechten, welches das Abbildungsobjektiv enthält.

und dopplerverbreiterte) natürliche Linienbreite des Übergangs getroffen werden muss, um erfolgreich anregen zu können.

### 3.3.2 Kühlung und Fluoreszenzanregung

Der Laser der Wellenlänge  $\lambda = 397 \text{ nm}$  erfüllt zwei Aufgaben: Kühlung der Ionen und Anregung zur Fluoreszenz, wobei letztere schon ausführlich in Kapitel 1 besprochen wurde.

Wie in Abschnitt 3.1 bereits erwähnt, vollführen die Ionen im Fallenpotential oszillierende Bewegungen. Diese Bewegung kann in der Nähe des Fallenzentrums als harmonischer Oszillator angenähert werden und ist damit quantisiert. Unter passend gewählten Bedingungen an das Laserfeld, kann dieses zum Abbremsen, also Kühlen der Bewegung genutzt werden. Je nach Schwingungsenergie kommen unterschiedliche Kühlverfahren zum Einsatz; bei höherer Schwingungsenergie das Dopplerkühlen [38], bei niedrigeren Temperaturen das Seitenbandkühlen [12].

### 3.3.3 Optisches Pumpen

Möchte man kontinuierlich die Fluoreszenz eines Ions beobachten, muss dafür gesorgt werden, dass das Ion ständig den Übergang von  $4^2S_{1/2} \Leftrightarrow 4^2P_{1/2}$  durchführen kann. Allerdings kann es auch in den langlebigen  $3^2D_{3/2}$ -Zustand zerfallen. Bis es von dort wieder den Grundzustand erreicht, bleibt die Fluoreszenz aus. Daher verwendet man einen Laser bei  $\lambda = 866 \text{ nm}$ , um es aus diesem Niveau wieder in den  $4^2P_{1/2}$ -Zustand zurückzupumpen, so dass es kontinuierlich fluoreszieren kann.

### 3.3.4 Aufbau und Leistungsdaten der Lasersysteme

Nachdem nun der Zweck der einzelnen Laser für das Experiment erläutert wurde, wenden wir uns wieder der Realisierung zu. Dazu wird zunächst ein Überblick über den Aufbau des gesamten Ionenfallenexperiments gegeben, damit die im folgenden erläuterten Teilaspekte eingeordnet werden können.

Abbildung 3.5 zeigt den Gesamtaufbau des Experiments, der sich auf zwei optische Tische verteilt. Im Zentrum des ersten Tisches befindet sich die Vakuumkammer mit der Falle. Vor den Vakuumfenstern (von denen drei invertiert sind) werden zum einen die beiden Ionisierungslaser, zum anderen die Rückpumplaser mit dem Anregungslaser überlagert. Die Ionisierungslaser, die beiden Rückpumplaser und der Anregungslaser können jeweils getrennt voneinander geschaltet werden: Die Ionisierungslaser rein mechanisch, die anderen Laser über Akusto-optische Modulatoren (AOM) (siehe dazu Abschnitt 3.3.5).

**Strahlverlauf:** Als sehr kritisch stellt sich die Justage der verschiedenen Laserstrahlen auf ihrem Weg durch die Falle heraus. Die Richtungen der einzelnen Laserstrahlen lassen sich aus Abbildung 3.5 ablesen. Jede Abweichung von der idealen Mitte zwischen den oberen und unteren Fallenelektroden (vgl. dazu Abbildung 3.3) bedeutet

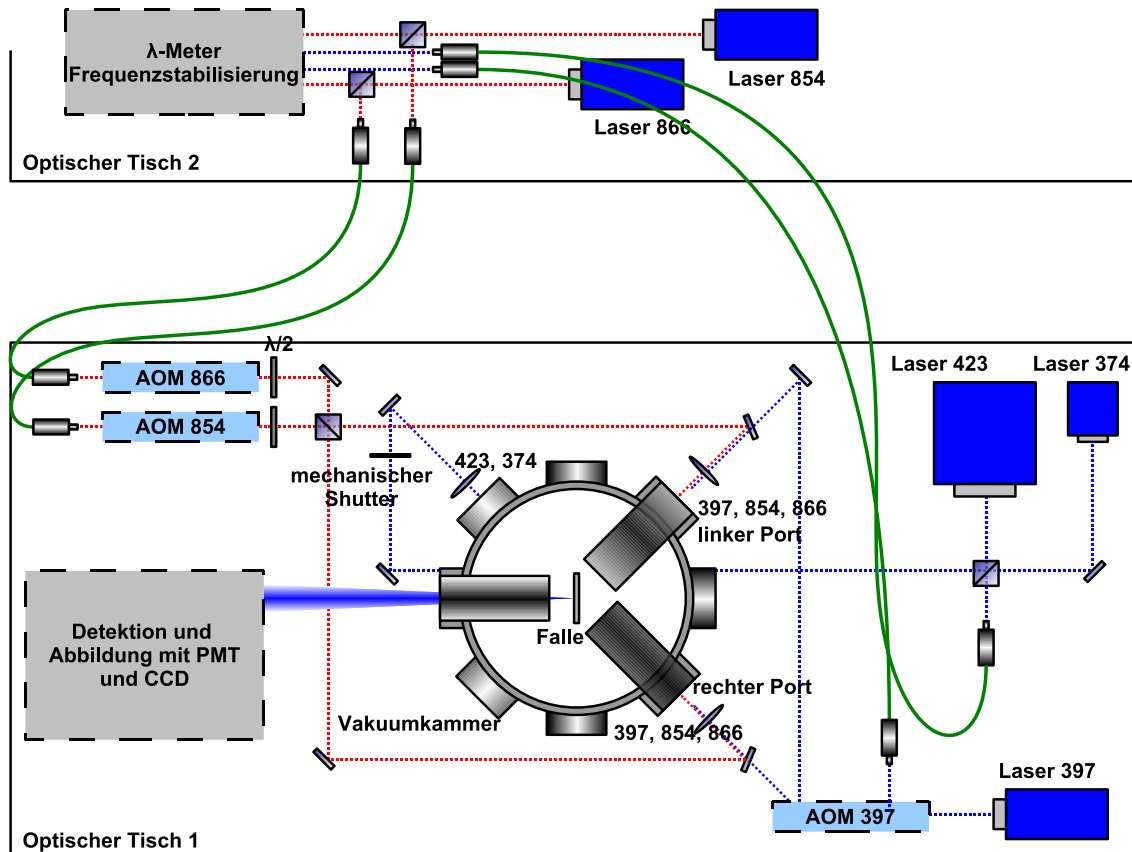


Abbildung 3.5: Das Experiment im Gesamtüberblick. Der Aufbau ist über zwei Tische verteilt. Die Vakuulkammer (typischer Druck:  $2 \cdot 10^{-10}$  mbar) mit Falle und den Ionisierungs- und Anregungs/KühlLasern befindet sich auf einem Tisch; die infraroten Rückpumplaser zusammen mit der Frequenzstabilisierung auf einem anderen. Über Fasern wird das Laserlicht von einem zum anderen Tisch transportiert.

eine drastische Zunahme des Streulichts von den Fallenelektroden, wodurch es extrem erschwert wird, die Fluoreszenz von Ionen vor dem Hintergrund der Streulichtintensität aufzulösen. Die vertikale Lage der Strahlen muss also so gewählt werden, dass die Streulichtintensität minimiert ist.

Ein Problem eher geometrischer Natur stellt die horizontale Lage der Strahlen dar. Hier liegt es natürlich nahe, die Strahlen aus den unterschiedlichen Richtungen an der Stelle zu kreuzen, wo man Ionen fangen möchte. Allerdings befindet sich an dieser Stelle kein Medium, an dem man Strahlen streuen könnte; es stellt sich also die Frage, wie man deren Position relativ zum Fallenmittelpunkt bestimmt.

Hierzu muss man sich den Aufbau und die Dimensionen der Falle und die Positionen der gewünschten Strahlverläufe vergegenwärtigen (siehe Abbildung 3.6). In Abbildung 3.6 lassen sich mit Hilfe der segmentierten Struktur der Falle leicht 4 Punkte identifizieren, an denen der optimale Strahlverlauf jeweils die vorderen und hinteren Elektroden schneidet. Zur Justage der Strahlen betrachtet man nun den Fallenchip senkrecht zur Fallenachse mit einer Kamera (z.B. CCD) mit ausreichender Vergrößerung. Außerdem wird der zu justierende Strahl leicht in vertikaler Richtung dejustiert, so dass er an den Elektrodenkanten streifend einfällt und dort Reflexionspunkte entstehen. Auf diese Weise lässt sich der Strahlverlauf relativ zu den einzelnen Elektrodenpositionen einstellen.

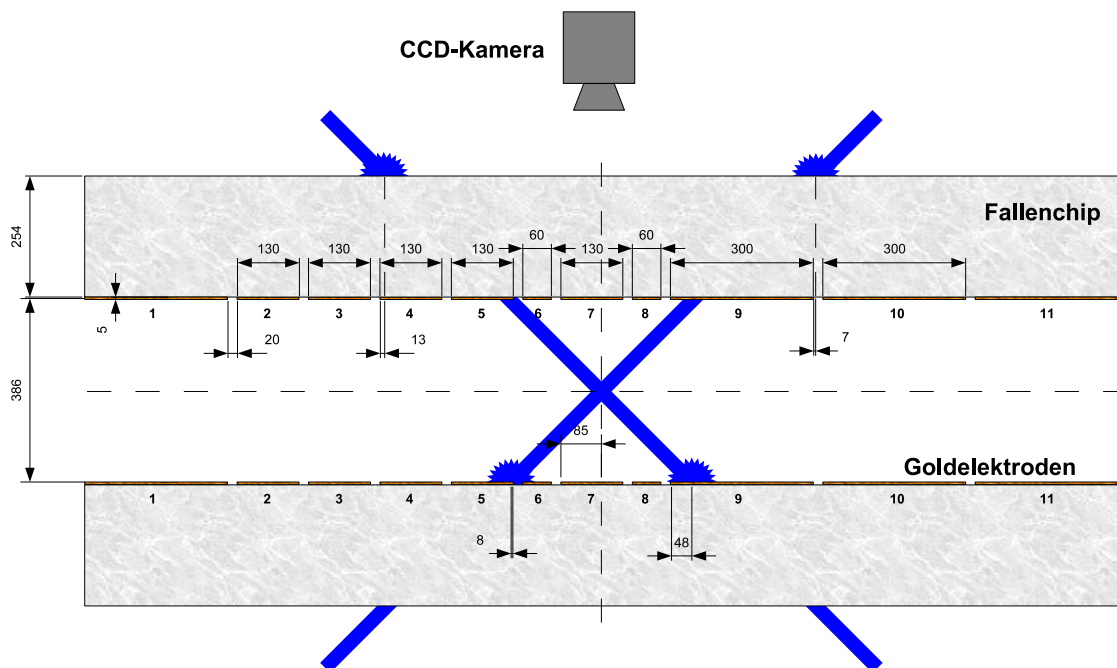


Abbildung 3.6: Blick von oben durch die Falle: Der optimale Strahlverlauf ist so eingezeichnet, dass sich die Strahlen in der Fallenmitte kreuzen. Aus der Beobachtungsrichtung lassen sich 4 Punkte identifizieren, anhand derer sich der Strahl positionieren lässt. (Alle Bemessungen sind in  $\mu\text{m}$  angegeben.)



Wie schon in Abschnitt 2.2 bemerkt, stellt sich das Vorhandensein identifizierbarer Strukturen als wichtigstes Hilfsmittel für die Justage heraus.

**Strahldurchmesser, Leistungen und Sättigungsparameter:** Die Durchmesser  $D$  und Leistungen  $P$  der einzelnen Laserstrahlen werden an den Linsen kurz vor ihrem Eintritt in die Vakuumkammer mit einem Strahlprofilmessgerät und einem Powermeter gemessen. Aus dem Durchmesser und der Brennweite  $f$  der Linse lassen sich mit den Gleichungen der Gaußschen Strahlenoptik (siehe Gleichung (C.4)) die Strahltaile  $w_0$  in der Fallenmitte bestimmen. Über die Beziehung

$$I = \frac{(1 - e^{-2}) P}{\pi w_0^2} \quad (3.10)$$

wird die mittlere Intensität im Fokus berechnet. Der Faktor  $(1 - e^{-2})$  ergibt sich aus der Definition der Strahltaile  $w_0$  (siehe Anhang C oder [39]). Schließlich lässt sich mit der mittleren Intensität  $I$  und der Definition der Sättigungsleistung nach Gleichung (1.33) der Sättigungsparameter  $S$  bestimmen.

Die Messwerte und die sich daraus ergebenden Parameter sind in Tabelle 3.1 zusammengefasst. Die Bezeichnungen der Ports entsprechen denen in Abbildung 3.5.

Strahl	$P$ [mW]	$D$ [ $\mu\text{m}$ ]	$f$ [mm]	$w_0$ [ $\mu\text{m}$ ]	$I$ [ $\frac{\text{W}}{\text{m}^2}$ ]	$I_{\text{sat}}$ [ $\frac{\text{W}}{\text{m}^2}$ ]	$S$
374	1,92	3550	250	16,8	$1,88 \cdot 10^6$	-	-
423	1,17	3800	250	17,7	$1,03 \cdot 10^6$	191	5381
397 linker Port	0,47	1410	250	44,8	$6,45 \cdot 10^4$	864	75
854 linker Port	0,3	750	250	181	$2,51 \cdot 10^3$	6,60	380
866 linker Port	0,45	995	250	139	$6,45 \cdot 10^3$	6,78	951
397 rechter Port	0,47	930	250	67,9	$2,80 \cdot 10^4$	864	32
854 rechter Port	0,32	2245	250	60,6	$2,37 \cdot 10^4$	6,60	3591
866 rechter Port	0,15	3250	250	42,4	$2,29 \cdot 10^4$	6,78	3382

Tabelle 3.1: Parameter der Laserstrahlen durch die Falle: Angegeben sind die gemessenen Leistungen  $P$  und Strahldurchmesser  $D$ . Aus dem Durchmesser und der Brennweite  $f$  der verwendeten Linsen lässt sich nach (C.4) die Strahltaile  $w_0$  berechnen. Daraus ergibt sich nach (3.10) die mittlere Intensität  $I$  in der Fallenmitte. Das Verhältnis aus  $I$  und der Sättigungsintensität  $I_{\text{sat}}$  nach (1.30) ist der Sättigungsparameter  $S$ .

Die Strahldurchmesser der Ionisationslaser müssen nicht stark optimiert werden, da diese erstens bei großflächiger Ausleuchtung des Fallenbereichs die Ionisationswahrscheinlichkeit erhöhen, und zweitens diese Laser abgeschaltet sind, wenn es um die Detektion geht. Ihr Streulicht hat somit keine negativen Auswirkungen auf das zu detektierende Fluoreszenzsignal.

### 3.3.5 Optischer Aufbau der akusto-optischen Modulatoren

#### Akusto-optische Modulatoren als Schalter

Als schnelle Schalter für die Rückpumplaser und den Anregungslaser werden akusto-optische Modulatoren (AOM) verwendet.

Ein AOM besteht aus einem optisch transparenten Kristall, in welchen über einen Transducer eine akustische Welle eingekoppelt wird. Im Material wird durch die fortschreitende Welle eine periodische Modulation des Brechungsindex erzeugt. Diese Modulation des Brechungsindex stellt effektiv ein fortschreitendes, sich ständig wiederholendes Gitter dar. Tritt nun ein Laserstrahl durch das Material, wird dieser am Gitter gebeugt, und es entstehen neben dem Hauptstrahl weitere Beugungsordnungen. Bei richtiger Positionierung der Ausbreitungsrichtung der Schallwellen zum einfallenden Laserstrahl erfüllt letzterer die Bragg-Bedingung und die Intensität der ersten Beugungsordnung wird maximal. Die Intensität der Beugungsordnungen hängt auch von der Leistung der eingekoppelten akustischen Welle ab, da mit abnehmender Leistung auch der Kontrast des Brechungsindexgitters abnimmt. Allerdings kann es bei zu hohen Leistungen auch zu nicht harmonischer Anregung kommen, wodurch dem ursprünglichen Gitter weitere Gitter überlagert werden und so durch zusätzliche Beugungsordnungen in der ersten Ordnung Intensität verloren geht [33].

An den Rückpumplasern werden AOMs<sup>4</sup> aus Tellurdioxid ( $\text{TeO}_2$ ) verwendet, die bei einer Frequenz von 85 MHz und einer Maximalleistung von 1 W betrieben werden. Ihre Beugungseffizienz, d.h. der Maximalanteil der ersten Beugungsordnung an der Gesamtintensität beträgt etwa 80%. Ihre Anstiegszeit beträgt 55 ns. Diese gibt an, in welcher Zeit die Intensität in der ersten Beugungsordnung von Null auf ihren Maximalwert ansteigt. Abbildung 3.7 zeigt eine Messung, wie die Intensität der ersten Beugungsordnung von der eingekoppelten Radiofrequenzleistung abhängt.

Ein AOM lässt sich als Laserschalter einsetzen, indem man eine Blende hinter dem AOM so platziert, dass nur die erste Beugungsordnung passieren kann. Durch kontrolliertes Abschwächen der Radiofrequenz lässt sich so das Laserlicht schalten, da ohne Radiofrequenz nahezu die gesamte Intensität in den ungebeugten Strahl geht. Allerdings lässt sich die Radiofrequenz nie komplett abschwächen und auch ohne eingekoppelte Akustikwelle wird durch Streuung im AOM etwa 1‰ in die erste Ordnung gebeugt. Um trotzdem eine sehr gute optische Isolierung zu erreichen, werden die AOMs im double pass-Verfahren benutzt. Abbildung 3.8 zeigt den Aufbau für die beiden Rückpumplaser mit anschließender Überlagerung der Strahlen. Die Faserauskoppler werden so gedreht, dass sie horizontal polarisiertes Licht verlässt, welches die folgenden polarisierenden Strahlteiler (PBS) passieren kann. Die hinter den Auskopplern platzierten langbrennweitigen Linsen fokussieren die Strahlen im Innern der AOMs auf den geforderten Strahldurchmesser von 0,3 mm. Nach den AOMs werden alle Beugungsordnungen bis auf die erste ausgeblendet. Dieser Strahl der ersten Beugungsordnung passiert dann ein  $\lambda/4$ -Plättchen, das im  $45^\circ$  Winkel steht, wird an einem Spiegel reflektiert und wieder durch das  $\lambda/4$ -Plättchen geschickt. Dadurch wird die Po-

---

<sup>4</sup>Hersteller: Brimrose, Modell: TEM-85-10-852

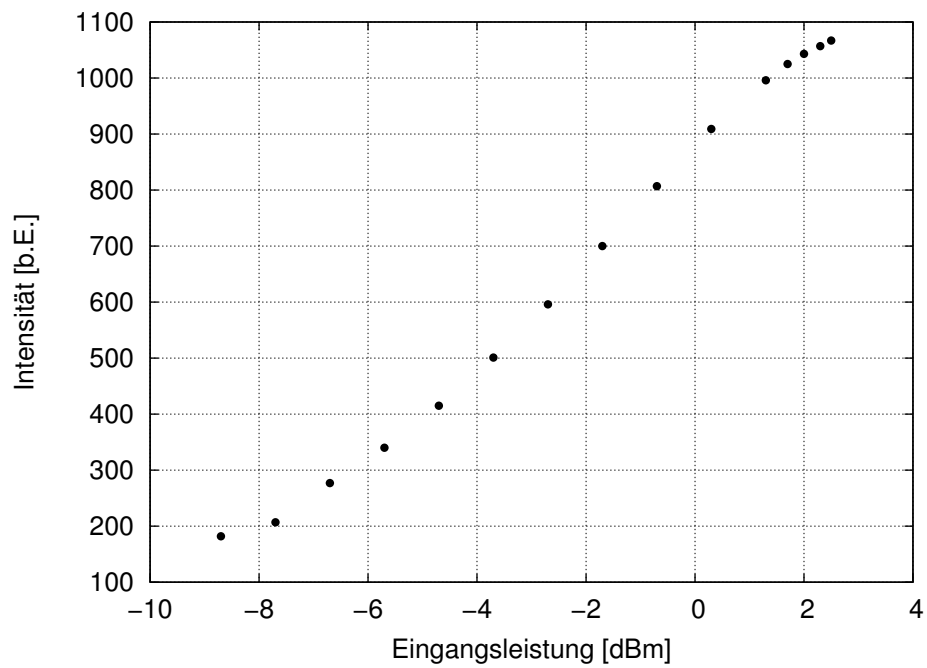


Abbildung 3.7: Abhängigkeit der Intensität der ersten Beugungsordnung von der eingekoppelten Leistung. Die Messung wurde an einem der verwendeten AOMs durchgeführt. Es ist zu erkennen, dass ab einer Eingangsleistung von etwa 2 dBm eine Sättigung einsetzt.

larisierung des Strahl effektiv um  $90^\circ$  gedreht und ist somit vertikal. Die Positionen von Spiegel und zugehöriger Linse sind so gewählt, dass auch der rückreflektierte Strahl seinen Fokus im Innern des AOMs hat. Damit wird die erste Beugungsordnung beim Durchgang durch den AOM erneut in ein Beugungsmuster zerlegt. Diese nun vertikalen Strahlen werden durch den PBS abgelenkt und durch eine zweite Blende wieder auf die erste Ordnung reduziert. Mit den sich anschließenden PBS werden die Strahlen der beiden Rückpumplaser überlagert, wobei die Leistungsverhältnisse in beiden überlagerten Strahlen mit  $\lambda/2$ -Plättchen eingestellt werden können.

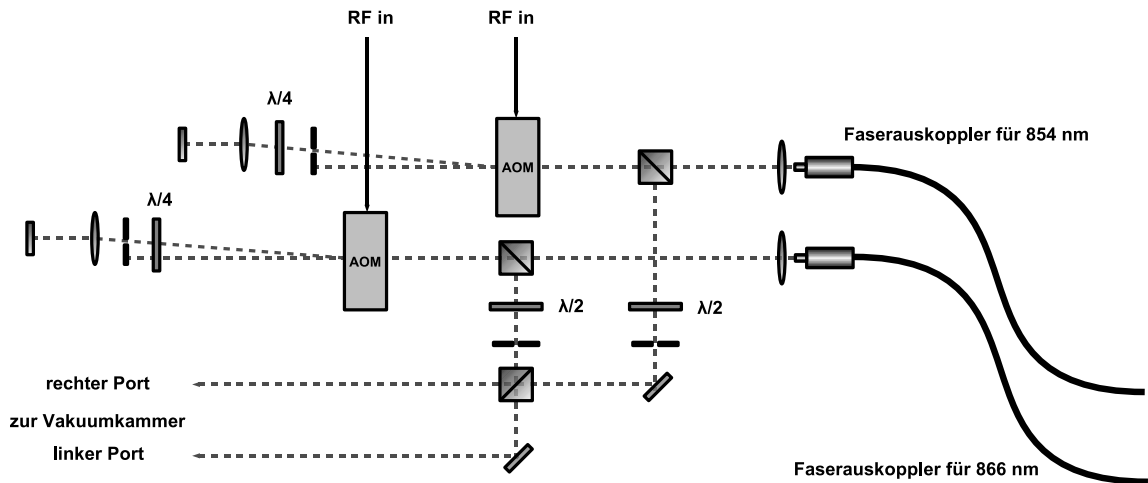


Abbildung 3.8: Aufbau der AOM-basierten Schalter für die infraroten Rückpumplaser. Zur besseren optischen Isolierung der Laser werden die AOMs im double pass-Verfahren betrieben. Durch die im unteren Teil abgebildeten zwei  $\lambda/2$ -Plättchen lassen sich die Laserleistungen einstellen, bevor beide Laser überlagert und auf zwei Wegen in die Vakuumkammer geschickt werden.

Durch das double pass-Verfahren wird bei abgeschwächter Radiofrequenz bei jedem Durchgang nur ein Bruchteil der Laserleistung in die erste Ordnung gebeugt. Sind es beim ersten Durchgang z.B. 1‰, wird dieses 1‰ beim zweiten Durchgang wieder um den Faktor 1000 reduziert. Damit ergibt sich eine sehr gute Abschwächung der Laserleistung, der Laserschalter ist „lichtdicht.“

Tabelle 3.2 fasst die Leistungsdaten der AOM-Schalter für die Rückpumplaser zusammen. Die Laserleistungen der jeweils ersten Beugungsordnung wurden mit einem Powermeter gemessen und die sich dadurch ergebende Transmission  $T$  und Abschwächung  $A$  berechnet. An den berechneten durchschnittlichen Transmissiongraden lässt sich erkennen, dass die AOMs sich im double pass-Verfahren bei der vom Hersteller spezifizierten Beugungseffizienz von etwa 80% betreiben lassen.

In Abbildung 3.9 ist der Radiofrequenzantrieb für die beiden Rückpumplaser skizziert: Über eine Kontrollspannung lässt sich die Frequenz an einem spannungsgeregelten Oszillator (VCO: *voltage controlled oscillator*) auf die Betriebsfrequenz der AOMs

AOM/Laser	854	866
$P_{\text{in}}$ vor AOM	6,08 mW	5,67 mW
$P_{\text{sp}}$ nach single pass	5,02 mW	4,62 mW
$P_{\text{out}}$ nach double pass	3,84 mW	3,81 mW
$T_{\text{sp}} = \frac{P_{\text{sp}}}{P_{\text{in}}}$	82,6%	81,5%
$T_{\text{dp}} = \frac{P_{\text{out}}}{P_{\text{in}}}$	63,2%	67,2%
$\bar{T}_{\text{perpass}} = \sqrt{T_{\text{dp}}}$	79,5%	82,0%
$P_{\text{on}}$	3,34 mW	0,944 mW
$P_{\text{off}}$	< 0,02 $\mu$ W	< 0,02 $\mu$ W
$A = \frac{P_{\text{on}}}{P_{\text{off}}}$	> 160.000 : 1	> 45.000 : 1

Tabelle 3.2: Daten der AOMs für die Rückpumpplaser. Angegeben sind die gemessenen Laserleistungen vor den AOMs ( $P_{\text{in}}$ ), nach einmaligem ( $P_{\text{sp}}$ ) und zweimaligem ( $P_{\text{out}}$ ) Passieren der AOMs. Daraus ergibt sich der jeweilige Transmissionsgrad  $T_{\text{sp}}$  und  $T_{\text{dp}}$ . Zusätzlich ist der durchschnittliche Transmissionsgrad pro Durchgang  $\bar{T}_{\text{perpass}}$  berechnet. Die Abschwächung  $A$  ist bei für den Fallenbetrieb typischen Werten gemessen und ergibt sich aus den Leistungen bei eingeschalteter (on) und abgeschwächter (off) Radiofrequenz.

einstellen. An einem Splitter wird die abgegebene Leistung des Oszillators auf mehrere Kanäle verteilt. Durch eine Kombination aus Abschwächer und Verstärker wird die Leistung auf das geforderte maximale 1 W eingestellt. Über Leistungsschalter können mit einem 5 V-TTL-Signal die Radiofrequenzen abgeschwächt werden. Die TTL-Schaltsignale kommen von der Experimentsteuerung (siehe Kapitel 4).

Die Ausgangsleistung der verwendeten Oszillatoren stellt sich als von der reflektierten Leistung abhängig heraus. Werden alle drei AOMs an einem Oszillator betrieben, lässt sich beim Durchschalten der Laser bei 854 nm und 866 nm ein Abfall der Intensität des Lasers bei 397 nm beobachten. Eine Messung der Eingangsleistung am AOM ergab einen Leistungsabfall von etwa 3%. Wurden die Blindausgänge der Schalter mit 50  $\Omega$  abgeschlossen, verblieb ein Effekt von 1%. Dieser ist auch in der Laserintensität bei Zählraten von 90 kHz im Differenzmodus (siehe Kapitel 4) deutlich zu erkennen und liegt dort im gleichen Prozentbereich. Es empfiehlt sich also, nur die AOMs an einem gemeinsamen Oszillator zu betreiben, deren Laser immer gemeinsam geschaltet werden sollen.

### Faser als Kollimator

Der Strahl des Anregungslasers bei 397 nm entspricht am Ausgang des Lasersystems nicht dem idealen Profil eines gaußschen Strahls. Dies liegt mit daran, dass Laserdioden mit diesen Wellenlängen noch nicht sehr lange auf dem Markt sind und somit die Systeme nicht vollständig optimiert sind. Da allerdings ein gut kollimierter Strahl notwendig ist, um diesen durch die Falle lenken zu können, ist eine Single Mode-

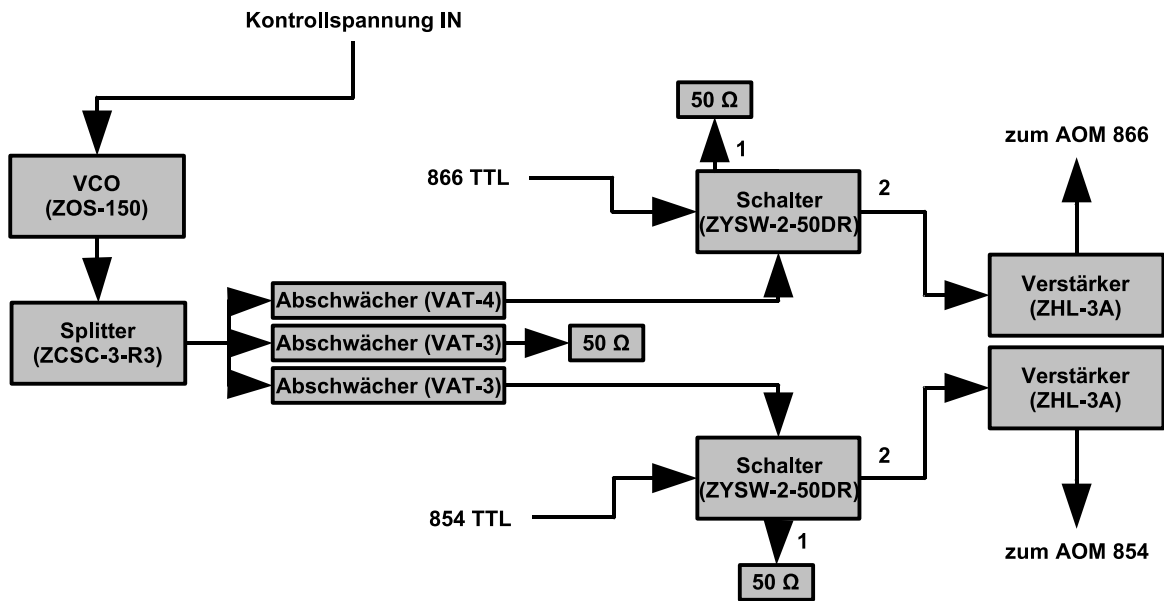


Abbildung 3.9: Schematischer Aufbau der Treiber für die AOMs. Ursprünglich wurden drei AOMs (für die Laser bei 397 nm, 854 nm und 866 nm) an den drei Ausgängen des Leistungsteilers (Splitter) betrieben. Dies stellte sich als ungünstig heraus. In Klammern sind jeweils die Bauteilbezeichnungen des Herstellers Mini Circuits angegeben

Laserfaser zwischen AOM des Anregungslasers und den Zugängen zur Falle eingebaut. Indem nur das Zentrum des Strahls in die Faser eingekoppelt und transmittiert wird, werden die störenden Anteile des Strahlprofils abgeschnitten und man erhält so ein verbessertes Profil hinter der Faser.

### 3.3.6 Streulichtrate

Trotz sorgfältiger Justierung aller Strahlen nach den in diesem Kapitel beschriebenen Methoden verbleibt bei den typischen Arbeitsparametern eine unerwünschte Zählrate von etwa 1 MHz durch Streulicht an der Apparatur. Diese wird meist zu etwa gleichen Teilen vom Anregungs- und den beiden Rückpumplasern verursacht. Die genauen Ursachen sind noch unbekannt. Rückreflexe von den Vakuumfenstern und Linsen auf die Falle sowie diffuses Streulicht innerhalb des Keramikmaterials der Falle kommen als naheliegendste Verursacher in Frage.

# Kapitel 4

## Die Suche nach dem Ion

In diesem Kapitel werden Verfahren vorgestellt, mit deren Hilfe die Suche nach Ionen in der Falle experimentell realisiert werden kann. Es werden zwei Wege zur Detektion des Fluoreszenzlichts aufgezeigt und Schritte beschrieben, mit denen beide Richtungen messtechnisch verbessert werden können. Der eine Weg wird mit einer Photomultiplieröhre realisiert und dient der reinen Detektion von Ionen in der Falle. Der andere Weg nutzt die Fähigkeiten einer modernen EMCCD-Kamera aus und erlaubt die räumliche Auflösung der Position eines oder mehrerer Ionen im Fallenvolumen.

### 4.1 Verdampfungsöfen

Mit einem Test der Verdampfungsöfen soll sichergestellt werden, dass überhaupt Atome erzeugt werden und diese in die Fallenregion gelangen. Dazu werden unterschiedliche Heizströme durch die Öfen geschickt und die Fluoreszenz der ersten Anregungsstufe von atomarem Kalzium bei  $\lambda = 423 \text{ nm}$  beobachtet. Durch den geringen Druck ( $< 2 \cdot 10^{-8} \text{ mbar}$  bei Betrieb der Öfen), der in der Vakuumkammer vorherrscht, ist die freie Weglänge der Atome sehr groß; der Atomstrahl entsprechend stark verdünnt, wodurch die Fluoreszenz recht schwach ist. Außerdem verursacht der zur Anregung der Atome verwendete Laser Streulicht an den Fallenelektroden. Beide Faktoren gestalten die Detektion des Fluoreszenzsignals schwierig.

### 4.2 Differenzmodus

In diesem Abschnitt wird ein Verfahren vorgestellt, mit dem man das im Vergleich zum Restlicht schwache Fluoreszenzlicht von Ionen detektieren kann.

In Kapitel 2 wurde eine erwartete Zählrate für fluoreszenzemittierte Photonen angegeben und in Kapitel 3 eine Streulichtrate. An dem Verhältnis der beiden Zahlen

$$\frac{N_{\text{Photonen}}}{N_{\text{Streulicht}}} \approx \frac{50 \text{ kHz}}{1 \text{ MHz}} \approx 5\%$$

ist zu erkennen, dass durch Absolutmessung der Lichtintensität eine Detektion des Fluoreszenzlichts nur schwer möglich ist. Neben statistischen Schwankungen im Signal kommen noch Schwankungen in den Laserleistungen hinzu, die besonders beim

Verstimmen der Laser auftreten, wodurch das Fluoreszenzlicht in der Absolutmessung nicht messbar ist.

Abhilfe schafft hier der Differenzmodus: Im Abschnitt 3.3 wurde erwähnt, dass ohne Einstrahlen des Rückpumpasers das Ion im langlebigen  $3^2D_{3/2}$ -Niveau gefangen werden kann und somit die Fluoreszenz ausbleibt (zumindest im Mittel für einen Zeitraum, der der Lebensdauer dieses Niveaus entspricht). Die Idee besteht nun darin, eine Zeit lang die Lichtintensität in der Falle ohne den Rückpumpaser zu messen und anschließend über dieselbe Zeitspanne mit dem Rückpumpaser. Da sowohl Photomultiplier als auch Kamera durch die verwendeten Breitbandfilter für die Wellenlänge des Rückpumpasers „blind“ sind, muss eine Differenz in den Zählraten zwischen den beiden Zeiträumen von fluoreszierenden Ionen stammen. Durch mehrmaliges Wiederholen dieser Messung lässt sich über Schwankungen der Laserleistungen mitteln. Auf diese Weise können Ionen detektiert werden, selbst wenn das Streulicht recht stark ist.

Der Differenzmodus stellt sich auch als sehr empfindlicher Indikator für Fehler im Versuchsaufbau heraus. So wurde z.B. die Notwendigkeit getrennter Oszillatoren für die AOMs der infraroten und des Anregungslasers deutlich, obwohl es sich nur um einen 3%-Effekt in der Leistung des Anregungslasers handelte (siehe Abschnitt 3.3.5).

Um die Realisierung des Differenzmodus geht es in den nächsten Abschnitten.

### 4.2.1 Experimentsteuerung

Das Ulmer Ionenfallenexperiment zielt letztlich darauf ab, Verfahren für den Bau eines skalierbaren Quantencomputers zu testen. Dazu gehört auch die Implementierung von Quantenalgorithmen, um die Anwendbarkeit der Technologie nachzuweisen [6]. Die Bausteine dieser Quantenalgorithmen sind gezielte Manipulationen der Quantenbits [4], die im vorliegenden Fall durch unterschiedliche Laserpulse realisiert werden sollen. Um einen kontrollierten und zeitlich vorherbestimmten Ablauf der Laserpulse garantieren zu können, wurde eine Softwareumgebung zur Experimentsteuerung entwickelt (siehe Abbildung 4.1). Diese Software ermöglicht es, den Ablauf eines Quantenalgorithmus in Form von Laserpulsen in vorgegebener Reihenfolge zu programmieren und anschließend die notwendigen Auslesegeräte abzufragen. Außerdem bietet die Software die Möglichkeit, über eine Anzahl definierbarer Analog- und Digitalkanäle beliebige analoge und digitale Geräte zu steuern, so dass die Fäden bei der Kontrolle eines Experiments auf einem Bildschirm zusammenlaufen (siehe dazu auch Anhang A). Diese Software wurde schon bei der Ionensuche eingesetzt.

### 4.2.2 Automatisierter Differenzmodus

Mit Hilfe der Experimentsteuerung lässt sich der folgende beispielhafte Ablauf automatisieren und so ein weites Parameterfeld abdecken (vgl. dazu auch Abbildung 4.2). Die genannten Zeiten und Wiederholungen sind reine Erfahrungswerte und stellen die aktuell im Experiment gewählten Parameter dar.

Zunächst wird für einen Zeitraum von 500 ms der mechanische Shutter vor den Ionisationslasern geöffnet. Damit soll nach jeder Parameteränderung das Vorhandensein



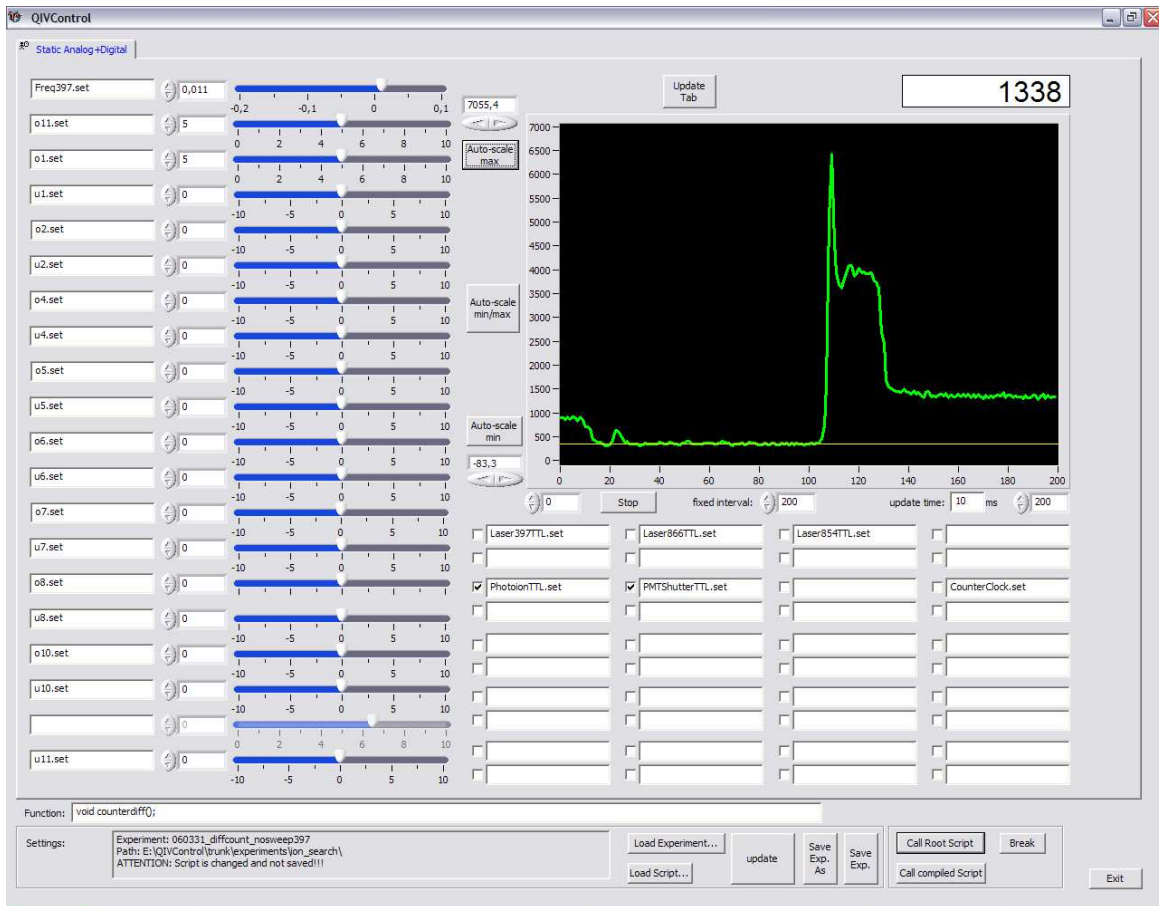


Abbildung 4.1: Die graphische Benutzeroberfläche der Experimentsteuerung.

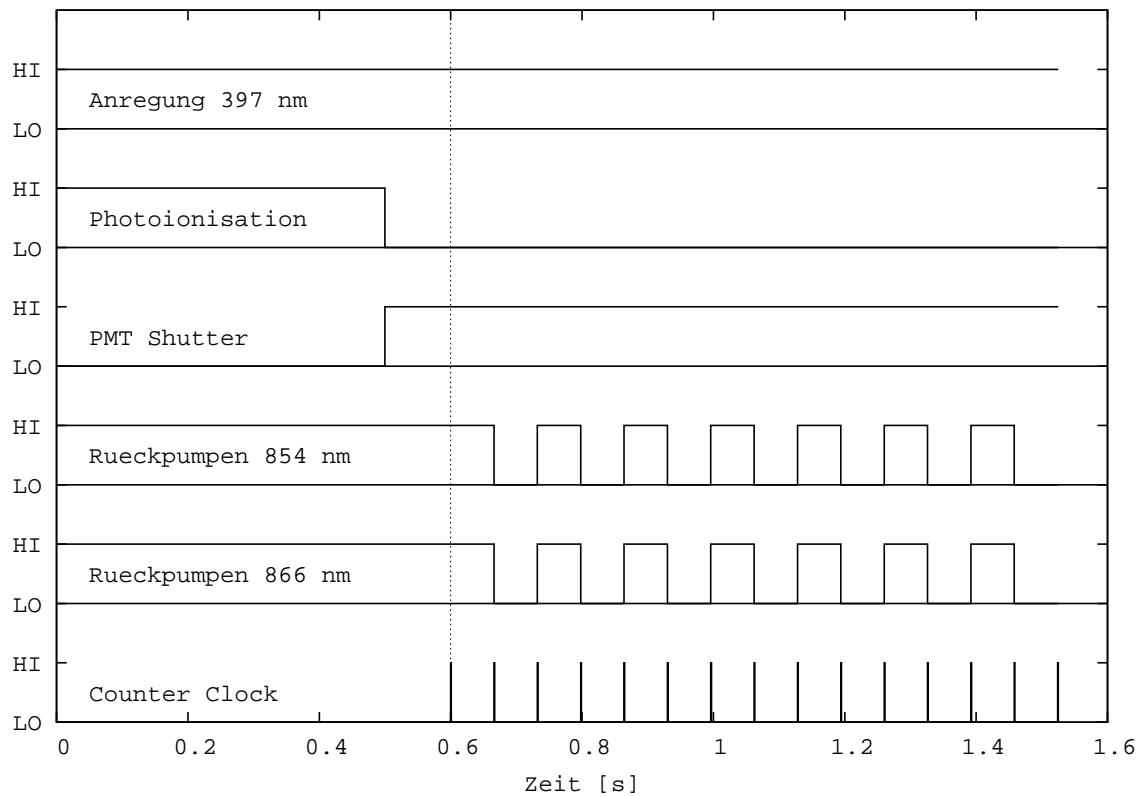


Abbildung 4.2: Automatisierter Differenzmodus: Beispielhafter zeitlicher Ablauf der Steuersignale für die einzelnen Shutter, AOMs und den Taktgeber der Zählerkarte (Counter Clock). Das Ablaufdiagramm zeigt einen Durchlauf der Differenzmessung und wird bei jeder Einstellung der Parameter mehrmals wiederholt.

von Ionen auch bei nur geringer Aufenthaltsdauer in der Falle sichergestellt werden. Gleichzeitig wird der mechanische Shutter vor dem Photomultiplier<sup>1</sup> geschlossen, um ein Übersättigen des Detektors zu verhindern. Nach Ablauf der Ionisationszeit werden die Shutter vor den Ionisationslasern geschlossen und nach einer kurzen Wartezeit von 100 ms der Detektionsshutter geöffnet. Die Wartezeit ist als Folge der begrenzten Geschwindigkeit der mechanischen Shutter nötig; ein gleichzeitiger Betrieb beider Shutter würde den Photomultiplier kurzzeitig den Ionisationslasern aussetzen und sofort sättigen.

Nach der Ionisation beginnt der Differenzmodus. Hier wird 7-mal hintereinander die Lichtintensität für 66 ms mit Rückpumpplaser und 66 ms ohne Rückpumpplaser gemessen. Dabei geben 1 ms kurze Pulse den Takt für eine Zählerkarte an (Counter Clock), die immer nach Ablauf eines Messintervalls ausgelesen wird. Die Zählerkarte ist mit dem Ausgang des Photomultipliers verbunden und zählt so die von ihm registrierten Ereignisse. Anschließend werden jeweils alle geraden ( $2n$ -ten) und ungeraden ( $2n + 1$ -ten) Messungen addiert und die Differenz zwischen ihnen gebildet. Das Ergebnis kann sofort am Bildschirm ausgegeben werden und stellt das gesuchte Differenzsignal dar.

Bevor man mit der Ionisation wieder von vorn beginnt, können Parameter verändert werden wie z.B. die Verstimmung des Anregungslasers. In seiner Eigenschaft als Kühllaser bremst er je nach Verstimmung die Ionen mehr oder weniger ab. Da gut lokalisierte Ionen ein deutlicheres Signal liefern, als solche mit großer Schwingungsamplitude, lässt sich die „richtige“ Verstimmung am Maximum der Differenz ablesen.

Ein weiterer veränderbarer Parameter ist die Fallentiefe. Zwischen den einzelnen Ionisationsschritten kann man die Spannung an den Abschlusselektroden (1 und 11) variieren, um unterschiedlich starke Einschlüsse in  $z$ -Richtung zu erhalten. Dies kann dazu verwendet werden, um das optimale Einfangpotential zu bestimmen.

### 4.2.3 Photomultiplier mit Blende

Selbst bei Verwendung des Differenzmodus ist es wichtig, das zusätzliche Streulicht an der Falle zu minimieren. Dazu wird eine verstellbare Blende<sup>2</sup> vor den Photomultiplier in den Strahlengang gestellt. Befindet sich die Blende im Fokus der Abbildung, kann diese so eingestellt werden, dass sie die streulichtverursachenden Fallenränder gerade ausblendet. Dadurch wird erreicht, dass in den Photomultiplier nur Licht von innerhalb der Fallenregion gelangen kann.

### 4.2.4 „Ionenseilbahn“

Wenn eine neue Ionenfalle in Betrieb genommen wird, fehlt noch die Erfahrung bezüglich der einzustellenden Parameter. Es ist auch nicht vollständig klar, wo sich das Potentialminimum befindet. Zwar lassen sich sinnvolle Parameter aus den Geometrien berechnen, allerdings können Herstellungsfehler oder Asymmetrien zu deutlichen

<sup>1</sup>Im Folgenden wird meist nur vom Photomultiplier gesprochen. Allerdings könnte genauso gut die Kamera verwendet werden, da sie eine ähnlich hohe Empfindlichkeit besitzt.

<sup>2</sup>Dieselbe Art Blende wie sie schon in Abschnitt 2.2 erwähnt wurde.

Abweichungen von den Idealwerten führen. Deshalb kann es sinnvoll sein, durch systematisches Variieren des Fallenpotentials die optimalen Einstellungen zu suchen. Eine Möglichkeit ist z.B. dadurch gegeben, dass zwischen einzelnen Wiederholungen des Differenzmodus das Potentialminimum entlang der Fallenachse verfahren wird. Dazu wird an Elektrode 1 (vgl. Abbildung 3.6) nach jedem Schritt die Gleichspannung leicht erhöht, im Gegenzug an Elektrode 11 leicht verringert. Das Ergebnis ist ein wanderndes Potentialminimum, das zu irgendeinem Zeitpunkt den Kreuzungspunkt aller Laserstrahlen passieren muss.

## 4.3 CCD Kamera als Photonen-zähler

Der Photomultiplier zählt die Gesamtintensität über den auf seiner Detektorfläche eingestrahlenen Bereich. Mit der CCD-Kamera lässt sich zusätzlich noch eine räumliche Verteilung des gestreuten Lichts aufnehmen. Dies ist besonders dann hilfreich, wenn es um die Auflösung mehrerer Ionen geht oder deren Bewegung beobachtet werden soll.

### 4.3.1 Kamerasteuerung

Mit der für das Experiment selbst entwickelten Software „iXon Control“ lässt sich die CCD-Kamera steuern. Hier können unter anderem Belichtungszeit, Repetitionsrate und Verstärkung der EMCCD-Technologie (siehe Abschnitt 2.3.6) eingestellt werden. Während der Messung lassen sich hintergrundkorrigierte Bilder anzeigen und direkt der Kontrast der Darstellung erhöhen, um auch schwache Intensitätsschwankungen auflösen zu können. Die aufgenommenen Daten lassen sich während der Messung direkt auf der Festplatte speichern, um auch sehr lange Messreihen z.B. zur Ionenbewegung durchführen zu können. Die Kamera kann durch die weiter oben erwähnte Experimentsteuerung getriggert werden, so dass sich Experiment und Messung synchronisieren lassen. Die maximale Ausleserate im Bildtransfer-Modus (siehe Abschnitt 2.3.6) beträgt 480 – 500 Hz, je nach gewählter Zeilentransferrate. Weitere Details zur Kamerasteuerung finden sich in Anhang A.

### 4.3.2 Binning

Beim Binning (aus dem Engl. *bin*: der Behälter) werden die Signale mehrerer Pixel addiert und so als ein Datenpunkt interpretiert. Dabei lassen sich gröbere Auflösungen realisieren (z.B. werden beim 2×2-Binning jeweils 2 Pixel in horizontaler und vertikaler Richtung zu einem Pixel zusammengefasst, was die Auflösung effektiv in beiden Richtungen halbiert) oder Intensitätsintegrale über das Bild in einer der beiden Achsen bilden (horizontales bzw. vertikales Binning, wobei jeweils alle Pixel einer Reihe bzw. Spalte zu einem zusammengefasst werden und sich so eine eindimensionale Datenreihe ergibt).

Der Vorteil einer solchen Vorgehensweise ist die schnellere Auslesegeschwindigkeit der Kamera: Die Addition der Werte geschieht direkt auf dem CCD-Chip, indem die Ladungen benachbarter Pixel im Ausleseregister akkumuliert werden. Es findet also eine analoge Addition der Intensitätswerte statt. Damit reduziert sich die Anzahl der auszulesenden Daten.

**Horizontales Binning:** In Bezug auf das Experiment kann man das horizontale Binning einsetzen, um die mittlere Position der Ionen in vertikaler Richtung zu bestimmen. Befinden sich Ionen in der Falle, muss sich in horizontaler Richtung an der Stelle ihrer gemeinsamen Position ein lokales Maximum im Binning-Profil ausbilden. Dabei lässt sich das Integral über die Fläche dieses Mittelpeaks auch als Messgröße für die Ionenanzahl verwenden.

**Vertikales Binning:** Mit dem vertikalen Binning (siehe Abbildung 4.3) lassen sich ebenfalls wertvolle Daten gewinnen: Dadurch, dass die Intensitätswerte senkrecht zur Fallenachse addiert werden, lässt sich die Position einzelner Ionen oder Ionen einer Kette auf der Fallenachse bestimmen. Damit können bei genügend hoher Ausleserate (oder stroboskopischer Aufnahme) Bewegungen einzelner Ionen (Iontentransport) und Schwingungsmoden von Ionenketten beobachtet werden. Wird eine Ionenkette als Quantenregister eingesetzt, können mittels vertikalem Binning alle Qubits auf einmal mit einer CCD-Aufnahme ausgelesen werden.

### 4.3.3 Photonenzähler

Während die Kamera läuft, kann die in mehreren Bildpunkten gesammelte Intensität addiert und in ihrem zeitlichen Verlauf angezeigt werden. Dadurch kann die Kamera wie der Photomultiplier eingesetzt werden, behält aber natürlich alle ihre weiteren Vorteile. Die Kamera besitzt in einem weiten Bereich eine viel größere Empfindlichkeit als der Photomultiplier, weshalb der Einsatz von zwei der in Kapitel 2 erwähnten Filter nötig ist. Mit nur einem Filter ist das Ein/Ausschalten der Rückpumpulaser deutlich detektierbar.

### 4.3.4 Region of Interest

Durch Auswahl einer Region of Interest (ROI) wird die Kamera effektiv mit einer softwaregesteuerten Blende versehen. Die Aufnahme wird auf einen rechteckigen Teilbereich des CCD-Chips beschränkt und nur die dort aufgenommenen Pixelintensitäten werden ausgelesen. Der Vorteil ist auch hier, dass störendes Streulicht ausgeblendet werden kann.

Außerdem erhöht sich durch die verringerte Datenmenge die Auslesegeschwindigkeit. Wählt man z.B. nur ein Viertel der Detektorfläche als Region of Interest aus, erhöht sich die Ausleserate auf 850–910 Hz, mit nur einer Pixelreihe sind sogar 3000–4200 Hz

möglich<sup>3</sup>.

### 4.3.5 Fokussierung

In Kapitel 2 wurde erläutert, wie stark die Menge des detektierten Lichts von der Fokussierung des Objektivs und der Kamera abhängt. Hier soll nun darauf eingegangen werden, wie die Fokussierung vorgenommen werden kann.

Abbildung 4.3 zeigt die Kamerasoftware im Einsatz. Die Falle wird von der der Kamera gegenüberliegenden Seite mit einem Laser beleuchtet, wodurch sich die Bereiche zwischen den Elektroden als helle Streifen abheben. Am rechten Rand ist das vertikale Binning des Bildes eingeblendet. Durch Verändern der Position des Objektivs kann das Bild scharf gestellt werden und gleichzeitig das Ergebnis im Kontrast des Binnings kontrolliert werden. Wenn die Binning-Flanken maximale Steigung haben, ist das Objektiv auf die Fallenelektroden fokussiert.

Dieselbe Prozedur wird für den Übergang des weißen Bereichs zu den Elektroden am oberen Rand der Markierung in Abbildung 4.3 durchgeführt. Dieser Bereich ist die Rückseite des zweiten Fallenchips und liegt damit etwa  $600\ \mu\text{m}$  vor den sichtbaren Elektroden. Zum Einstellen der richtigen Objektivposition wird diesmal von vorn beleuchtet und das horizontale Binning benutzt. Auch hier wird die maximale Steigung der Binning-Flanke eingestellt.

Durch diese beiden Schritte sind zwei Positionen des Objektivs bestimmt, die nach Abbildung 3.6  $645\ \mu\text{m}$  (= Aluminiumoxid + Goldschicht + Fallenbreite) auseinanderliegen. Die geometrische Mitte der Falle liegt  $452\ \mu\text{m}$  (= Aluminiumoxid + Goldschicht + halbe Fallenbreite) hinter der vorderen Position. Mit diesen geometrischen Überlegungen und den ermittelten Objektivpositionen lässt sich das Objektiv „blind“ auf die Fallenmitte fokussieren. Es muss auf 70% der Strecke zwischen der vorderen und der hinteren Position gestellt werden.

Mit den erarbeiteten Methoden und Werkzeugen lässt sich die Ionensuche fortsetzen. Die vorangegangenen Kapitel sind auf die Vielfalt der dabei auftretenden Herausforderungen und ihren Einfluss eingegangen.

---

<sup>3</sup>Allerdings muss für diese Maximalgeschwindigkeit die Pixelreihe senkrecht zum Ausleseregister (vgl. Abbildung 2.11) liegen, weil nur so die volle Breite des Registers ausgenutzt werden kann.

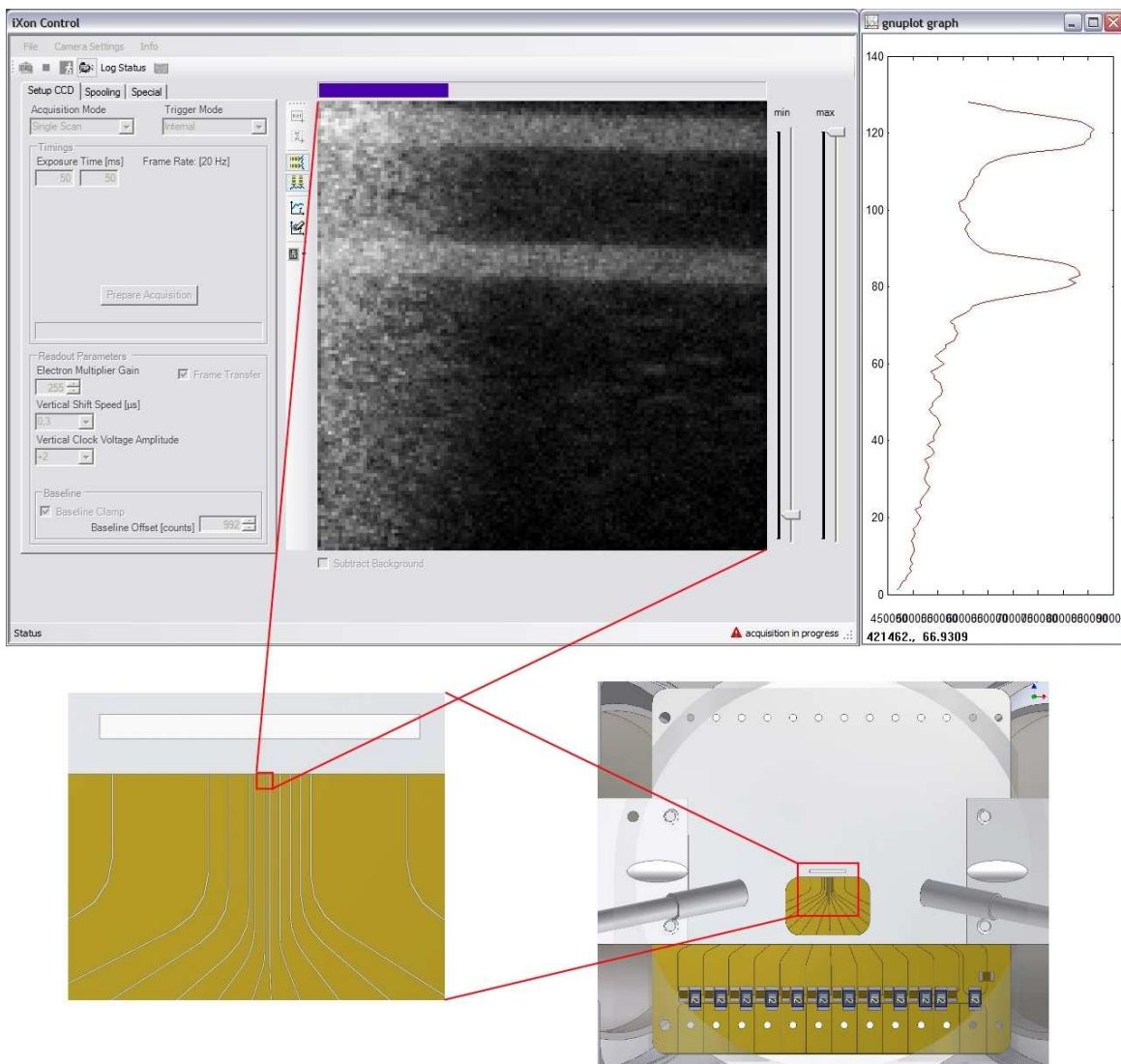


Abbildung 4.3: Fokussierung der CCD Kamera mit Hilfe des vertikalen Binnings: Die Falle wird von der der Kamera gegenüberliegenden Seite mit einem Laser beleuchtet, dadurch erscheinen die zwischen den Elektroden ausgeschnittenen Bereiche als helle Streifen. Im unteren Bildteil sind Detailansichten der Falle dargestellt und zur besseren Orientierung der mit der Kamera aufgenommene Bereich markiert. Hierbei ist zu beachten, dass die Kamera auf der Seite liegt und das Bild entsprechend um  $90^\circ$  gedreht aufgenommen wird. Rechts im Bild ist das vertikale Binning eingblendet. Die Fokussierung lässt sich mit dem Kontrast des Binnings justieren: Je steiler die Flanken am Hell/Dunkel-Übergang sind, desto schärfer ist das Bild.





# Zusammenfassung und Ausblick

Diese Arbeit beleuchtete unterschiedliche Aspekte der optischen Abbildung einzelner Ionen und der Steuerung eines zugehörigen Fallenexperiments. Dazu wurden ein Modell von Ionen, optische Eigenheiten des Abbildungssystems und die experimentelle Realisierung einer linearen Ionenfalle untersucht.

Im 1. Kapitel wurde ein Modell für einzelne Kalziumionen in resonanten Laserfeldern vorgestellt und die Abhängigkeit der Fluoreszenz von den Verstimmungen und Leistungen der eingestrahlten Laser untersucht. Als Eigenschaften des Modells ließen sich die Phänomene der Dunkelresonanz und der Sättigungsverbreiterung reproduzieren. Im Bezug auf die Form des Resonanzprofils zeigte sich, dass der asymmetrische Antrieb eine herausragende Rolle spielt.

Das 2. Kapitel beschäftigte sich mit den Besonderheiten der einzelnen Komponenten des Abbildungssystems. Hierbei wurde betont, dass die Position des abbildenden Objektivs den kritischsten Faktor in der effizienten Detektion des Streulichts darstellt. Schließlich wurde eine Abschätzung für den Anteil des detektierbaren Streulichts gegeben.

Wie ein einzelnes Ion überhaupt realisiert werden kann, erläuterte das 3. Kapitel. Die zur Ionisation, Kühlung und Anregung notwendigen Lasersysteme wurden erwähnt und ihre Bedeutung herausgestellt. Den im Experiment vorhandenen Herausforderungen bei der Strahlführung und -formung wurde Rechnung getragen. Als größte Störquelle bei der Messung stellte sich das an der Falle gestreute Licht heraus. Die real vorhandenen Sättigungsparameter wurden mit dem Modell aus dem ersten Kapitel in Verbindung gebracht.

Verfahren zur Ionensuche stellte das 4. Kapitel vor. Der Differenzmodus als Mittel der Wahl wurde vorgestellt und seine Realisierung durch die speziell entwickelte Experimentsteuerungssoftware erläutert. Außerdem wurde auf die Optimierung der unterschiedlichen Detektionsmethoden eingegangen. Hierbei wurden Strategien vorgestellt, wie sich die Fokussierung von Photomultiplier und Kamera einstellen lässt. Ein wichtiges Hilfsmittel war auch hier die speziell für die Anwendung entwickelte Kamerasoftware.

Der Anfang des Ionenfallenexperiments ist geschafft. In Zukunft wird am Fallenexperiment weiterhin mit der beschriebenen Abbildungsoptik und Steuerung nach Ionen gesucht. Dazu wird mit verschiedenen Laserpositionen und Strahlparametern durch die Falle experimentiert. Außerdem werden die Ursachen für das starke Streulicht an der Falle untersucht. Es sind bereits Messungen begonnen worden, bei denen Proben aus demselben Material wie die Falle beleuchtet werden.

Die genaue Überlagerung der Strahlen ist ein weiterer Punkt, der noch optimiert werden kann. Sind die Strahlen zweier Laser im Fernfeld deckungsgleich, müssen sie

noch nicht notwendigerweise überlagert sein, sondern sind möglicherweise nur parallel. Dies führt dazu, dass sich ihre Foki nicht überlappen. Hier könnte eine Messung des Strahlprofils beider vermeintlich überlagerter Laser helfen, um mögliche Abweichungen vom idealen Gaußprofil zu finden.

Weiterhin wird die Automatisierung des Differenzmodus beinahe täglich verfeinert. Die Experimentsteuerung stellt sich hierbei als nützlichstes Werkzeug heraus.

Mit Ionen in der Falle lassen sich auch die im ersten Kapitel gefundenen Ergebnisse bezüglich des asymmetrischen Antriebs überprüfen. Dazu könnte ein Parameterfeld wie in den dort vorgestellten Kontourdiagrammen teilweise durchfahren werden, um die Symmetrie des Resonanzmaximums zu verifizieren.

Aber auch weitere, sich noch im Aufbau befindliche Experimente, wie die planare Falle und die Ionenimplantation, werden von den gesammelten Erfahrungen und den bereits realisierten Schritten profitieren.

# Anhang A

## Entwickelte Software

### A.1 Experimentsteuerung „QIVControl“

Die in Kapitel 4 erwähnte Software zur Experimentsteuerung wird hier ausführlicher vorgestellt. Im Rahmen dieser Diplomarbeit wurde das Grundgerüst der Software strukturiert, auf seinen jetzigen Umfang erweitert und in der Effizienz deutlich gesteigert.

Die Hardwarebasis bildet ein PC mit mehreren Analog/Digital-Wandlerkarten<sup>1</sup>, durch die insgesamt 40 analoge und 24 digitale Ein/Ausgänge zur Verfügung stehen. An den analogen Ausgängen können mit einer Auflösung von 12-16 Bit beliebige Spannungen im Bereich  $\pm 10$  V ausgegeben werden; die digitalen Ausgänge liefern 5 V-TTL-Signale. Außerdem gibt es 6 Zähler, die mit einer Auflösung von 24 Bit arbeiten. 24 der analogen und 8 der digitalen Kanäle lassen sich programmieren und auf ein Triggersignal synchronisiert abspielen.

Mit der Software „QIVControl“ lassen sich die erwähnte Hardwarekanäle steuern. Die Software kennt zwei Arbeitsmodi: Direkte Eingabe der gewünschten Parameter über eine grafische Oberfläche oder Abspielen eines durch ein Skript fest vorgegebenen Ablaufs.

Bei der direkten Eingabe können vom Benutzer die Hardwarekanäle beliebig mit Steuerelementen auf der Oberfläche (Abbildung 4.1) assoziiert und ausgetauscht werden. Sobald eines der Steuerelemente verändert wird, wird automatisch der zugehörige Hardwarekanal aktualisiert.

Beim skriptbasierten Arbeitsmodus gibt der Benutzer einen definierten Ablauf der auszugebenden Werte vor. Dadurch lassen sich Sequenzen wie der in Kapitel 4 beschriebene Differenzmodus realisieren. Durch die Fähigkeiten der verwendeten Hardware können solche Sequenzen gespeichert und über die verschiedenen Kanäle hinweg synchronisiert werden, wodurch sie mit einer Genauigkeit von  $1 \mu\text{s}$  abgespielt werden können.

Dieser Arbeitsmodus wurde mit einem frei erhältlichen C/C++-Interpreter<sup>2</sup> realisiert. So lassen sich Experimentabläufe in derselben Programmiersprache schreiben, in der die Steuersoftware geschrieben ist. Bei Bedarf lässt sich das Skript dadurch direkt in die Software einkompilieren. Der Vorteil des skriptbasierten Ansatzes ist jedoch, dass

---

<sup>1</sup>Hersteller: National Instruments, Modelle: NI-6703, NI PCI-6713 und NI PCI-6733

<sup>2</sup><http://root.cern.ch/root/Cint.html>

Abläufe verändert werden können, ohne Programmcode in der Steuersoftware ändern zu müssen oder aufwendige Kompilierungen zu starten.

### A.1.1 Beispielskript

An einem Beispiel soll der Skipteinsatz verdeutlicht werden. Dazu betrachten wir ein Skript, welches im Wesentlichen den in Kapitel 4 erwähnten Differenzmodus realisiert.

Um ein Skript zur Ablaufsteuerung zu schreiben, muss man zunächst die Hardwarekanäle definieren, die man verwenden möchte. Dies geschieht in der Datei `settings.cxx`. Die wesentlichen Zeilen sind im Folgenden wiedergegeben, die tatsächlichen Dateien enthalten noch weitere Zeilen, die aber hauptsächlich auf programmiertechnische Gründe zurückzuführen sind.

#### Datei `settings.cxx`:

```
...
/// -----
/// Defines the interface between logical channel names (e.g. Laser866)
/// and physical input/output - connectors (e.g. "Dev1/a03").

//
// Analog devices
//
CAnalogOutNi6703 Freq397("Dev3/ao8");
CAnalogOutNi AnalogDev4ao7("Dev4/ao7");
// *** trap electrodes: *** //
CAnalogOutNi6703 o1 ("Dev3/ao0");
CAnalogOutNi o2 ("Dev1/ao0");
CAnalogOutNi o3 ("Dev1/ao1");
CAnalogOutNi o4 ("Dev1/ao2");
CAnalogOutNi o5 ("Dev1/ao3");
CAnalogOutNi o6 ("Dev2/ao0");
CAnalogOutNi o7 ("Dev2/ao1");
CAnalogOutNi o8 ("Dev2/ao2");
CAnalogOutNi o9 ("Dev2/ao3");
CAnalogOutNi o10("Dev4/ao0");
CAnalogOutNi6703 o11("Dev3/ao1");
CAnalogOutNi6703 u1 ("Dev3/ao2");
CAnalogOutNi u2 ("Dev1/ao4");
CAnalogOutNi u3 ("Dev1/ao5");
CAnalogOutNi u4 ("Dev1/ao6");
CAnalogOutNi u5 ("Dev1/ao7");
CAnalogOutNi u6 ("Dev2/ao4");
CAnalogOutNi u7 ("Dev2/ao5");
CAnalogOutNi u8 ("Dev2/ao6");
CAnalogOutNi u9 ("Dev2/ao7");
CAnalogOutNi u10("Dev4/ao1");
CAnalogOutNi6703 u11("Dev3/ao3");
CAnalogOutNi6703 uk ("Dev3/ao4");
// *** end of trap electrodes *** //
```

In diesen Zeilen werden zunächst Variablen angelegt, unter dessen Namen die Hardwarekanäle ansprechbar sind. Die Argumente der Art `DevX/aoX` geben an, welcher Hardwarekanal auf welcher Karte angesprochen werden soll. So ist in diesem Beispiel die obere Fallenelektrode `o1` an den Hardwarekanal `Dev3/ao0` (drittes Gerät, 0. Analogkanal) angeschlossen. Im Folgenden lässt sich dieser Kanal so über den Variablenamen `o1` ansprechen. Die Hardwarekarte NI PCI-6703 hat weniger Fähigkeiten

als die restlichen Karten und muss daher, wie im oberen Beispiel gezeigt, gesondert behandelt werden.

```
//
// Digital devices
//
CDigitalOutNi Dev4DigitalPort("Dev4/port0");

CDigitalOutLine CounterClock(0, Dev4DigitalPort);
CDigitalOutLine Laser397TTL(1, Dev4DigitalPort);
//CDigitalOutLine Laser396TTL(2, Dev4DigitalPort); // not used yet
CDigitalOutLine Laser866TTL(3, Dev4DigitalPort);
CDigitalOutLine Laser854TTL(4, Dev4DigitalPort);
CDigitalOutLine PMTShutterTTL(5, Dev4DigitalPort);
CDigitalOutLine PhotoionTTL(6, Dev4DigitalPort);
CDigitalOutLine Raman1TTL(6, Dev4DigitalPort); // not used yet
CDigitalOutLine Raman2TTL(7, Dev4DigitalPort); // not used yet
```

Wie bei den analogen Kanälen werden Variable für die digitalen Kanäle angelegt. Allerdings sind die einzelnen digitalen Kanäle hardwareseitig zu Ports zusammengefasst. Daher wird zunächst ein Port auf dem entsprechenden Gerät definiert, anschließend werden die unterschiedlichen Bits Variablen zugeordnet. Zum Beispiel wird das Steuersignal für den AOM des Anregungslasers bei 397 nm im gezeigten Programmcode mit Bit 1 des digitalen Ports von Gerät 4 verbunden.

```
...
// Clock telling PMT counter when to count
// PMT input sampleclock
CCounterNi PMTCOUNTER("Dev1/ctr0", "/Dev1/PFI9");
```

Zähler werden definiert, indem beim Anlegen der zugehörigen Variable der zu verwendende Hardwarezähler und die Quelle seiner Triggersignale angegeben wird.

```
void settings( void )
{
PhotoionTTL.setInverted(); // (XXX)

...

Freq397.setRange( -0.2, 0.1 );
o11.setRange(0, 10);
o1.setRange(0, 10);

o1.set(10.0); u1.set(10.0);
o2.set(0); u2.set(0);
o3.set(0); u3.set(0);
o4.set(0); u4.set(0);
o5.set(0); u5.set(0);
o6.set(0); u6.set(0);
o7.set(0); u7.set(0);
o8.set(0); u8.set(0);
o9.set(0); u9.set(0);
o10.set(0); u10.set(0);
o11.set(10.0); u11.set(10.0);
uk.set(0.0);

// Shutter ist ZU bei 0, OFFEN bei 1 (invertiert); siehe oben (XXX)
PhotoionTTL.set(0);*/
}
```

In der Funktion `void settings()` können Einstellungen getroffen werden, die vor dem Ablauf eines Skripts global gelten sollen. So können bestimmte Eigenschaften von Kanälen aktiviert werden (z.B. das Invertieren des Photoionisationssignals), analoge Kanäle auf bestimmte Wertebereiche festgelegt werden oder Anfangswerte für die Elektrodenspannungen gesetzt werden.

Das eigentliche Skript befindet sich in der Datei `script.cxx`. Hier wird der Ablauf der gewünschten Sequenz programmiert.

### Datei `script.cxx`

```
void script( int FREQSTEPS, int ELECTRODE_VOLTAGE_STEPS, double freqstart, double freqstop)
{
    cout << "\n* BEGIN Script started.";

    /*****
int sindex, i, counts,  actcounts;

// The timing objects for dynamic actions
CSequenceNi sDiff, sPhotoion;

// Trigger and Clock for sDiff
// Dev1
o4.setClock("DevX/ao/SampleClock",sDiff);
o4.setTrigger("DevX/ao/StartTrigger",sDiff);
// Dev2
o6.setClock("DevX/ao/SampleClock",sDiff);
o6.setTrigger("DevX/ao/StartTrigger",sDiff);
// Dev4
u10.setClock("DevX/ao/SampleClock",sDiff);
u10.setTrigger("DevX/ao/StartTrigger",sDiff);

// Trigger and Clock for sPhotoion
// Dev1
o4.setClock("DevX/ao/SampleClock",sPhotoion);
o4.setTrigger("DevX/ao/StartTrigger",sPhotoion);
// Dev2
o6.setClock("DevX/ao/SampleClock",sPhotoion);
o6.setTrigger("DevX/ao/StartTrigger",sPhotoion);
// Dev4
u10.setClock("DevX/ao/SampleClock",sPhotoion);
u10.setTrigger("DevX/ao/StartTrigger",sPhotoion);
```

Zu Beginn des Skripts werden diverse Hilfsvariablen definiert. Ausserdem werden zwei Sequenzen angelegt, eine für den Differenzmodus und eine für die Photoionisation. Eine Sequenz enthält Informationen über den zeitlichen Ablauf von einem oder mehreren Kanälen. Über unterschiedliche Sequenzen lassen sich mehrere Abläufe für den gleichen Satz an Ausgabekanälen definieren. Diese können dann nach Bedarf geladen und ausgeführt werden.

Schließlich werden noch die Taktgeber und Trigger aller Geräte initialisiert.

```
// timings and iterations (all times in sec):
const double PULSEWIDTH = 0.001; // Länge des counter-triggerpulses
const double COUNTINGTIME = 0.100; // Zählzeit in s
const int    COUNTCYCLES = 2;
const double IONISATIONTIME = 4.000; // Zeit zum Ionisieren
const double SDELAY = 0.100; // Delay für Shutter nach Ionisieren

const int REPNUM = 10; // Anzahl der Sequenzwiederholungen, um die Statistik zu verbessern
```

```
const double ELECTRODE_VOLTAGE_BEG = 0.0;
const double ELECTRODE_VOLTAGE_END = 1.0; // ELECTRODE_VOLTAGE_STEPS: BEG...END in STEPS steps
```

In diesem Abschnitt werden die einzelnen Zeiten definiert, welche den Ablauf beschreiben (vgl. auch Abbildung 4.2). Außerdem werden Parameter wie Anzahl der Wiederholungen und ein Bereich für die Elektroden Spannungen angegeben.

```
//
// Photoionisation sequence sPhotoion
//
Laser397TTL.set(0, HI, sPhotoion); // Laser on during Ionisation
Laser866TTL.set(0, HI, sPhotoion);
Laser854TTL.set(0, HI, sPhotoion);
CounterClock.set(0, LO, sDiff); // CounterClock LO => rising edge at beginning of counting
PhotoionTTL.set(0, LO, sPhotoion );
PMTShutterTTL.set(0, LO, sPhotoion); // Shutter zu
PhotoionTTL.set(SDELAY, HI, sPhotoion); // Photoion aus
PhotoionTTL.set(SDELAY+IONISATIONTIME, LO, sPhotoion);
PMTShutterTTL.set(SDELAY+IONISATIONTIME, HI, sPhotoion); // Shutter auf
PMTShutterTTL.set(SDELAY+IONISATIONTIME+SDELAY, HI, sPhotoion);

//
// DiffCount sequence sDiff
//

// Initial values:
Laser854TTL.set(0, HI, sDiff);
Laser397TTL.set(0, LO, sDiff); // !!!!! This is different from previous scripts !!!!
// 397 is attenuated by approx. factor of 7
CounterClock.set(0, LO, sDiff); // makes sure that you have rising edges at t=0!
Laser866TTL.set(0, HI, sDiff); // 866 an während photoionisation

// Differenzmodussequenz:
for (int j = 0; j<COUNTCYCLES; ++j) // 1 COUNTCYCLE = 866an+866aus, dauert 2*COUNTINGTIME
{
    CounterClock.set( (2*j ) *COUNTINGTIME, HI,sDiff);
    CounterClock.set( (2*j)*COUNTINGTIME + PULSEWIDTH, LO, sDiff);
    CounterClock.set( (2*j+1)*COUNTINGTIME, HI,sDiff);
    CounterClock.set( (2*j+1)*COUNTINGTIME + PULSEWIDTH, LO, sDiff);

    Laser866TTL.set( (2*j ) *COUNTINGTIME, HI,sDiff);
    Laser866TTL.set( (2*j+1)*COUNTINGTIME, LO,sDiff);

    Laser854TTL.set( (2*j ) *COUNTINGTIME, HI,sDiff);
    Laser854TTL.set( (2*j+1)*COUNTINGTIME, LO,sDiff);
}
CounterClock.set( (COUNTCYCLES*2)*COUNTINGTIME, HI,sDiff);
CounterClock.set( (COUNTCYCLES*2)*COUNTINGTIME + PULSEWIDTH, LO, sDiff);
```

In diesem Abschnitt werden die Sequenzen programmiert. Dazu wird der `set(time, value, sequence)`-Befehl der einzelnen Kanäle aufgerufen. Dieser Befehl definiert, in welcher Sequenz zu welchem Zeitpunkt der Kanal welchen Wert annehmen soll. Er funktioniert sowohl für digitale als auch analoge Kanäle gleich, wobei die Werte von analogen Kanälen automatisch auf möglicherweise vorher definierte Wertebereiche beschränkt werden.

```
actcounts = 0;

// ramp from oldvalue to start freq of scan
```

## Anhang A Entwickelte Software

```
double oldvalue = Freq397.getStaticValue();
for (i = 1; i < 101; ++i)
{
    Freq397.set(oldvalue+(freqstart-oldvalue)*i/100.0f);
    Pause(1); // pauses 1 ms
}

double frequ397aktuell = oldvalue;

PMTCounter.start();

double arepump_an[1000];
double arepump_aus[1000];

double electrode_voltage_param=-1;
int electrode_index=0;
ofstream dataFile;
```

Hier wird der Ablauf des Skripts vorbereitet. Die Verstimmung des Lasers bei 397 nm wird innerhalb von 100 ms auf den Anfangswert gefahren, um ein Springen des Lasers zu verhindern. Dies geschieht mit dem `set(value)`-Befehl, der den betreffenden Kanal sofort auf den gewünschten Wert setzt. Außerdem werden Variablenfelder definiert, um die Messwerte aufzunehmen.

```
for( electrode_voltage_param=ELECTRODE_VOLTAGE_BEG, electrode_index=0;
    electrode_voltage_param<=ELECTRODE_VOLTAGE_END;
    electrode_voltage_param += (ELECTRODE_VOLTAGE_END-ELECTRODE_VOLTAGE_BEG)/ELECTRODE_VOLTAGE_STEPS,
    ++electrode_index )
{
    dataFile.open( "data.tsv" );
    if( !dataFile ) {
        cerr << "cannot open output data file " << buf << endl;
        break;
    }
    dataFile << "# electrode_voltage_param=" << electrode_voltage_param << endl;
    dataFile << "# 397 frequency step - repump on - repump off - diff" << endl;

    sPhotoion.transfer();
    cout << "Ionisiere..." << endl;
    sPhotoion.start();
    sPhotoion.release();
    cout << "Fertig." << endl;

    sDiff.transfer();

    double v11 = utils::interpolate( electrode_voltage_param, 0, 10);
    double v1 = utils::interpolate( electrode_voltage_param, 10, 0);
    cout << "o11/u11=" << v11 << endl << "o1/u1=" << v1 << endl;
    // set voltages at electrodes 11 (oben und unten!!)
    o11.set( v11 );
    // set voltages at electrodes 1 (oben und unten!!)
    o1.set ( v1 );
```

In diesem Abschnitt beginnt die tatsächliche Messung, bei der in einer Schleife unterschiedliche Elektrodenspannungen iteriert werden. Zunächst wird die Sequenz der Photoionisation auf die Hardwarekarten übertragen, gestartet und wieder freigegeben. Danach wird die Differenzmodussequenz übertragen und die gewünschten Elektrodenspannungen werden gesetzt.

```
for( sindex=0; sindex<FREQSTEPS; sindex++ )
```



```

{
// Frequenzrampe für 397nm Laser
// scant mit - nach + von rot nach blau, ~15GHz / 1V
Freq397.set(freqstart+(freqstop-freqstart)*sindex/double(FREQSTEPS));
frequ397aktuell = freqstart+(freqstop-freqstart)*sindex/double(FREQSTEPS);

arepump_an[sindex] = 0.0;
arepump_aus[sindex] = 0.0;

for( int repetition=0; repetition<REPNUM; ++repetition )
{
cout << '(' << electrode_voltage_param << ')' << ELECTRODE_VOLTAGE_END
<< " (" << sindex << ')' << FREQSTEPS
<< " (" << repetition << ')' << REPNUM
<< ")" << endl;

sDiff.start();

//
// read counts
//
PMTCounter.readCounts();
//
// file output
//
counts = PMTCounter.getNumOfCounts();
cout << "Num of Counts: " << counts << endl;
for (i = 1; i < counts; ++i) // 0th entry is 'random'
{
cout << PMTCounter.getCount(i) << endl;
}
for (i = 0; i < COUNTCYCLES && (2*i+2 < counts); ++i)
{
arepump_an[sindex] += PMTCounter.getCount(2*i+1);
arepump_aus[sindex] += PMTCounter.getCount(2*i+2);
}
PMTCounter.clear();
}

cout << "an: " << (arepump_an[sindex] /= REPNUM*COUNTCYCLES*COUNTINGTIME) << endl;
cout << "aus: " << (arepump_aus[sindex] /= REPNUM*COUNTCYCLES*COUNTINGTIME) << endl;

dataFile << sindex << '\t' << arepump_an[sindex] << '\t'
<< arepump_aus[sindex] << '\t' << arepump_an[sindex]-arepump_aus[sindex] << endl;

...
// Grafische Ausgabe der Messwerte
...
}

```

In dieser Schleife wird der Differenzmodus ausgeführt. Bei jeder Iteration wird die Verstimmung des Anregungs-/Kühl lasers leicht variiert. Die Sequenz für den Differenzmodus wird mehrmals wiederholt und der Photomultiplier ausgelesen. Die dabei gesammelten Werte werden gemittelt und am Bildschirm ausgegeben.

```

    dataFile.close();
} // electrode_voltage_param

// ramp back to oldvalue from stop freq of scan
// fährt von der aktuellen 397 frequenz runter
for (i = 1; i < 101; ++i)
{
Freq397.set(frequ397aktuell+(oldvalue-frequ397aktuell)*i/100.0);
Pause(1); // pauses 1 ms

```

```
}  
  
sDiff.release();  
PMTCounter.stop();  
PMTCounter.clear();  
  
cout << "* END Script finished."  
}
```

Mit diesem Programmstück wird das Skript beendet. Dabei werden reservierte Ressourcen freigegeben und der Anregungslaser wird wieder auf seinen Anfangswert zurückgefahren.

Dieses Beispiel zeigt, wie flexibel und universell die entwickelte Experimentsteuerung einsetzbar ist, aber auch wie komplex der gesamte Ablauf werden kann.

## A.2 Kamerasteuerung „iXonControl“

Die Software zur Steuerung der Kamera wurde im Rahmen dieser Diplomarbeit entwickelt und in der in Kapitel 4 beschriebenen Form eingesetzt.

Abbildung A.1 zeigt die Kamerasoftware im Einsatz. Mit den Einstellungen auf der linken Seite können Belichtungszeit, Bildwiederholrate, EMCCD-Verstärkung und andere Parameter bestimmt werden. Mit der Werkzeugleiste am oberen Rand können Aufnahmen gestartet und abgebrochen werden, außerdem lassen sich Hintergrundbilder aufnehmen, um sie als Korrektur von der angezeigten Aufnahme abziehen zu lassen. Die Werkzeugleiste am linken Rand des Monitorfensters enthält die Werkzeuge zum Auswählen einer Region of Interest und dem Definieren eines Bereichs, indem die Summe der Intensität gebildet werden soll. Außerdem können hier die rechts und unten angezeigten Graphen eingblendet werden. Der untere und rechte Graph stellen jeweils das horizontale und vertikale Binning dar, der Graph rechts unten den zeitlichen Verlauf der Intensität in der gewählten Summenregion (in diesem Fall der gesamte Bildausschnitt).

Mit der Software können Einzelaufnahmen und Serien aufgenommen werden. Die Bilder einer Serie können noch während der Aufnahme direkt auf die Festplatte geschrieben werden, so dass die Länge der Serie nur durch den Festplattenplatz beschränkt wird. Die aktuelle Temperatur des Detektorkopfes der Kamera wird im rechten unteren Bildrand angezeigt. Über Menübefehle lässt sich die Temperaturkontrolle einstellen und aktivieren.

**Programmiertechnisches:** Das Programm „iXonControl“ wurde in C++/CLI geschrieben. Dabei handelt es sich um eine Neuentwicklung von Microsoft, die C++ mit den Vorteilen der .NET-Umgebung verbindet. Der größte Vorteil der .NET-Umgebung ist die einfachere und besser strukturierte Programmierung von Benutzeroberflächen als es bisher möglich war. Da es sich dabei um einen offenen Standard handelt, wird er auch für Linux umgesetzt. Damit könnte sich die Möglichkeit eröffnen, dass ein und dasselbe Programm in beiden Computerwelten funktioniert. Zur beschleunigten Darstellung der Bilddaten wurde auf die Grafikkbibliothek OpenGL zurückgegriffen.

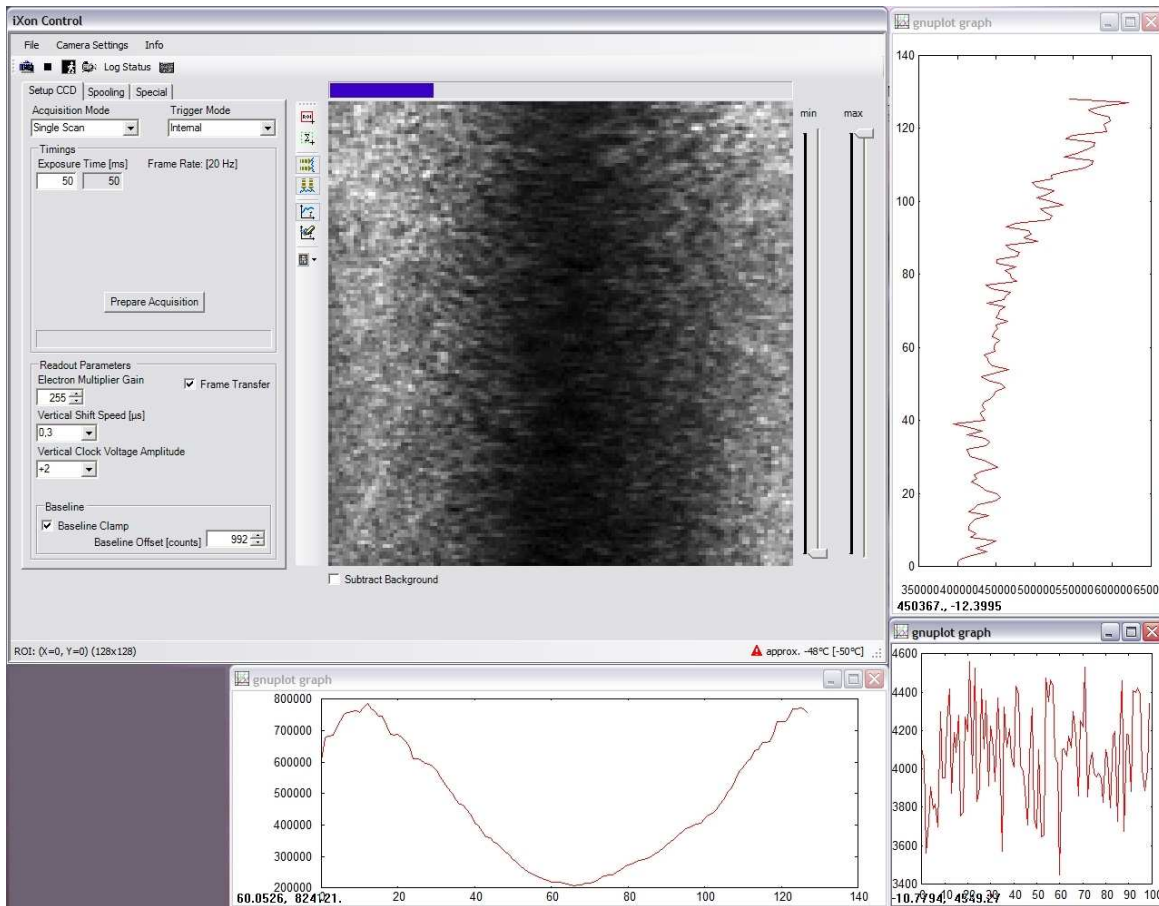


Abbildung A.1: Die Kamerasoftware im Einsatz. In der Aufnahme ist links und rechts das Streulicht von den Fallenelektroden zu erkennen. Die Kamera ist so eingestellt, dass sie auf die Fallenmitte zentriert ist.

fen, da Windows-eigene Darstellungsmethoden nicht schnell genug sind. Eigentlich ist OpenGL für 3D-Anwendungen gedacht, da aber die heutigen Grafikkarten für die Zusammenarbeit mit Bibliotheken wie OpenGL optimiert sind, macht es Sinn, diese Geschwindigkeitsvorteile auch für 2D-Darstellungen zu nutzen.

# Anhang B

## Ausgewählte Lösung der Optischen Bloch-Gleichungen

### B.1 Spezialfall verschwindender Laserlinienbreiten

Für den Spezialfall  $\Gamma_b = \Gamma_r = 0$  lässt sich die komplette Lösung angeben, ohne den Rahmen einer Seite zu sprengen. Die Besetzung für  $\rho_{22}^{\text{st}}$  lautet dann

$$\begin{aligned} \rho_{22}^{\text{st}} = & (4\Gamma\Delta^2\Omega_{12}^2\Omega_{23}^2)/ \\ & \left( \Gamma_{23}\Omega_{12}^2(4\Delta^2(\Gamma^2 + 4\Delta_r^2) + 8\Delta\Delta_r\Omega_{12}^2 + \Omega_{12}^4) \right. \\ & + (4\Gamma_{21}(\Gamma^2 + 4\Delta_b^2)\Delta^2 + 8\Gamma\Delta^2\Omega_{12}^2 + (\Gamma_{21} + 2\Gamma_{23})\Omega_{12}^4)\Omega_{23}^2 \\ & \left. + (-8\Gamma_{21}\Delta_b\Delta + (2\Gamma_{21} + \Gamma_{23})\Omega_{12}^2)\Omega_{23}^4 + \Gamma_{21}\Omega_{23}^6 \right) \end{aligned} \quad (\text{B.1})$$

mit  $\Delta$  wie in Gleichung (1.27) und

$$\Gamma := \Gamma_{21} + \Gamma_{23} \quad (\text{B.2})$$



# Anhang C

## Gaußsche Strahlen

Die Beziehungen der Gaußschen Strahlen bieten ständig Anlass zum Nachschlagen. Daher werden sie hier in Kürze zusammengefasst [39].

$$w(z) = w_0 \sqrt{1 + \left(\frac{\lambda z}{\pi w_0^2}\right)^2} \quad (\text{C.1})$$

$$I(r, w) = I_0(w) \exp\left(\frac{-2r^2}{w^2}\right) = \frac{2P}{\pi w^2} \exp\left(\frac{-2r^2}{w^2}\right) \quad (\text{C.2})$$

$$z_R = \frac{\pi w_0^2}{\lambda} \quad (\text{C.3})$$

$$w_0 = \frac{2\lambda f}{\pi D} \text{ mit } D = 2w \quad (\text{C.4})$$

$w$  Radius des Strahls, bei dem die Intensität auf  $1/e^2$  (13,5%) gefallen ist.

$w_0$  Radius des Strahls im Fokus, bei dem die Intensität auf  $1/e^2$  (13,5%) gefallen ist.

Hier sind die Wellenfronten eben.

$\lambda$  Wellenlänge des verwendeten Lichts.

$z$  Abstand vom Fokus, der sich bei  $z = 0$  befindet.

$I$  Intensität.

$I_0$  Intensität im Zentrum des Strahls.

$r$  Abstand vom Zentrum des Strahls.

$P$  Gesamtleistung des Strahls.

$z_R$  Rayleigh-Länge des Strahls. Entspricht der Distanz, über die der Strahlradius auf das  $\sqrt{2}$ -fache seines Fokusradius anwächst und sich die Strahlfläche verdoppelt.

$f$  Brennweite einer Linse.

$D$  Strahldurchmesser auf einer Linse.





# Literaturverzeichnis

- [1] PAUL, W. ; OSBERGHAUS, Q. ; FISCHER, E.: Ein Ionenkäfig. In: *Forschungsberichte des Wirtschafts- und Verkehrsministeriums Nordrhein-Westfalen* 415 (1958)
- [2] BROWN, Lowell S. ; GABRIELSE, Gerald: Geonium theory: Physics of a single electron or ion in a Penning trap. In: *Rev. Mod. Phys.* 58 (1986), Januar, Nr. 1, S. 233–311
- [3] RIEBE, M. ; HÄFFNER, H. ; ROOS, C. F. ; HÄNSEL, W. ; BENHELM, J. ; LANCASTER, G. P. T. ; KÖRBER, T. W. ; BECHER, C. ; SCHMIDT-KALER, F. ; JAMES, D. F. V. ; BLATT, R.: Deterministic quantum teleportation with atoms. In: *Nature* 429 (2004), S. 734
- [4] NIELSEN, Michael A. ; CHUANG, Isaac L.: *Quantum computation and quantum information*. Cambridge University Press, 2001
- [5] DIVINCENZO, David P.: The Physical Implementation of Quantum Computation. In: *Fortschritte der Physik* 48 (2000), Januar, Nr. 9, S. 771–783
- [6] A Quantum Information Science and Technology Roadmap. In: <http://qist.lanl.gov> (2004)
- [7] SCHMIDT-KALER, F. ; HÄFFNER, H. ; RIEBE, M. ; GULDE, S. ; LANCASTER, G. P. T. ; DEUSCHLE, T. ; BECHER, C. ; ROOS, C. F. ; ESCHNER, J. ; BLATT, R.: Realization of the Cirac-Zoller controlled-NOT quantum gate. In: *Nature* 422 (2003), S. 408–411
- [8] BIZE, S. ; DIDDAMS, S. A. ; TANAKA, U. ; TANNER, C. E. ; OSKAY, W. H. ; DRULLINGER, R. E. ; PARKER, T. E. ; HEAVNER, T. P. ; JEFFERTS, S. R. ; HOLLBERG, L. ; ITANO, W. M. ; BERGQUIST, J. C.: Testing the stability of fundamental constants with the  $^{199}\text{Hg}^+$  single-ion optical clock. In: *Phys. Rev. Lett.* 90 (2003), S. 150802–1 – 150802–4
- [9] DEMTRÖDER, Wolfgang: *Laser Spectroscopy*. Springer-Verlag, 1996
- [10] LENK, Richard (Hrsg.) ; GELLERT, Walter (Hrsg.): *Physik*. VEB F.A. Brockhaus Verlag, 1989
- [11] VOGEL, Helmut (Hrsg.): *Gerthsen Physik*. Springer Verlag, 1997

- [12] MARZOLI, I. ; CIRAC, J. I. ; BLATT, R. ; ZOLLER, P.: Laser cooling of trapped three-level ions: Designing two-level systems for sideband cooling. In: *Phys. Rev. A* 49 (1994), Nr. 4, S. 2771–2779
- [13] OBERST, Hilmar: *Resonance fluorescence of single Barium ions*, Leopold-Franzens-Universität Innsbruck, Diplomarbeit, 1999
- [14] SCULLY, Marlan O. ; ZUBAIRY, M. S.: *Quantum optics*. Cambridge University Press, 1997
- [15] COHEN-TANNOUDJI, Claude ; DIU, Bernard ; LALOË, Franck: *Quantum Mechanics*. Hermann and John Wiley & Sons, Inc., 1977
- [16] LINDBLAD, G.: On the Generators of Quantum Dynamical Semigroups. In: *Commun. math. Phys.* 48 (1976), Mai, Nr. 2, S. 119–130
- [17] BREUER, Heinz-Peter ; PETRUCCIONE, Francesco: *The Theory of open Quantum Systems*. Oxford University Press, 2002
- [18] COHEN-TANNOUDJI, C. ; BALIAN (Hrsg.) ; HAROCHE (Hrsg.) ; LIBERMAN (Hrsg.): *Frontiers in Laser Spectroscopy, Les Houches 1975, session XXVII*. North Holland, Amsterdam, 1977
- [19] BIENERT, Marc: *Manifestations of Mechanical Effects of Light in Atom Optics*, Universität Ulm, Diss., 2004
- [20] COHEN-TANNOUDJI, Claude ; DUPONT-ROC, Jacques ; GRYNBERG, Gilbert: *Atom-Photon Interactions*. Wiley-VCH Verlag, 2004
- [21] JAMES, D. V. F.: Quantum dynamics of cold trapped ions with application to quantum computation. In: *Appl. Phys. B* 66 (1998), S. 181
- [22] National Institute of Standards and Technology (NIST) Atomic Spectra Database (ASD). In: <http://physics.nist.gov/PhysRefData/ASD/index.html> (2006)
- [23] KREUTER, A. ; BECHER, C. ; LANCASTER, G. P. T. ; MUNDT, A. B. ; RUSSO, C. ; HÄFFNER, H. ; ROOS, C. ; HÄNSEL, W. ; SCHMIDT-KALER, F. ; BLATT, R.: Experimental and theoretical study of the  $3d^2D$ -level lifetimes of  $^{40}\text{Ca}^+$ . In: *Phys. Rev. A* 71 (2005), Nr. 3, S. 032504(12)
- [24] SARGENT, Murray ; SCULLY, Marlan O. ; LAMB, Willis E.: *Laser physics*. Addison-Wesley, 1993
- [25] DRAKE, Gordon W. (Hrsg.): *Springer Handbook of Atomic, Molecular, and Optical Physics*. Springer Science+Business Media, Inc., 2006
- [26] SIEMERS, I. ; SCHUBERT, M. ; BLATT, R. ; NEUHAUSER, W. ; TOSCHEK, P.E.: The Trapped State of a Trapped Ion - Line Shifts and Shape. In: *Europhysics Letters* 18 (1992), Nr. 2, S. 139–144

- [27] ROOS, Ch. ; LEIBFRIED, D. ; MUNDT, A. ; SCHMIDT-KALER, F. ; ESCHNER, J. ; BLATT, R.: Experimental demonstration of ground state laser cooling with electromagnetically induced transparency. In: *quant-ph/0009034*, accepted for publication in *Phys. Rev. Lett* (2000)
- [28] CIRAC, J.I. ; BLATT, R. ; PARKINS, A.S. ; ZOLLER, P.: Spectrum of resonance fluorescence from a single trapped ion. In: *Physical Review A* 48 (1993), Nr. 3, S. 2169–2181
- [29] HAFERKORN, Heinz: *Optik - Physikalisch-technische Grundlagen und Anwendungen*. Wiley-VCH Verlag, 2003
- [30] COX, Arthur: *Photographic Optics*. Focal Press Limited, 1966
- [31] Wikipedia - *Die freie Enzyklopädie*. In: <http://de.wikipedia.org/wiki/Hauptseite> (2006)
- [32] JENNRICH, Oliver: Ein Blick auf die Schärfentiefe. In: <http://www.traxel.de/foto/drj/schaerfentiefe.pdf> (1999), November
- [33] BASS, Michael (Hrsg.) ; STRYLAND, Eric W. V. (Hrsg.) ; WILLIAMS, David R. (Hrsg.) ; WOLFE, William L. (Hrsg.): *Handbook of Optics*. McGraw-Hill, Inc., 1995
- [34] *Produktinformationen zu EMCCD-Kameras*. LOT-Oriel Darmstadt GmbH, 2005
- [35] LEIBFRIED, D. ; BLATT, R. ; MONROE, C. ; WINELAND, D.: Quantum dynamics of single trapped ions. In: *Reviews of Modern Physics* 75 (2003), Januar, Nr. 1, S. 281–324
- [36] EBLE, Johannes: *Stabilisierung von Lasern zum Erzeugen und Kühlen von Ionen in einer Paul-Falle*, Universität Ulm, Diplomarbeit, 2006
- [37] GULDE, S. ; ROTTER, D. ; BARTON, P. ; SCHMIDT-KALER, F. ; BLATT, R. ; HOGERVORST, W.: Simple and efficient photo-ionization loading of ions for precision ion-trapping experiments. In: *Appl. Phys. B* 73 (2001), S. 861–863
- [38] ESCHNER, J. ; MORIGI, G. ; SCHMIDT-KALER, F. ; BLATT, R.: Laser cooling of trapped ions. In: *J. Opt. Soc. Am. B* 20 (2003), Mai, Nr. 5, S. 1003–1015
- [39] KOGELNIK, H. ; LI, T.: Laser Beams and Resonators. In: *Applied Optics* 5 (1966), Oktober, Nr. 10, S. 1550–1567



# Danksagung

Zum Abschluss möchte ich all denjenigen danken, die mir während der Diplomarbeit und des Studiums mit Rat und Unterstützung zur Seite standen.

Vor allem danke ich Prof. Dr. Ferdinand Schmidt-Kaler, der mir die Gelegenheit gab, in seiner Abteilung von der Stunde Null an meine Diplomarbeit zu schreiben und damit viel über die kleinen und großen Hürden beim Aufbau eines Experiments zu lernen. Ich danke ihm für die intensive Betreuung und die offene und natürliche Atmosphäre in der Abteilung, die nicht zuletzt durch sein Vorbild gefördert wird.

Ich danke auch apl. Prof. Dr. Matthias Freyberger, meinem Zweitbetreuer, für die Übernahme dieser Aufgabe, aber im Besonderen für seine Vorlesungen, Seminare und ab und an Gespräche am Rande, die mein Interesse für das Arbeitsgebiet geweckt und erweitert haben.

Allen Mitarbeitern der Abteilung danke ich für die Hilfe im täglichen Geschäft der Quantenoptik. Besonders danke ich den Doktoranden, die mich während des vergangenen Jahres hilfsbereit unterstützten, die Arbeit Korrektur lasen und nicht unerheblich zur guten Laune beitrugen. Gerhard Huber sei im Besonderen großer Dank ausgedrückt, der unter Einsatz aller Ressourcen zum Gelingen dieser Arbeit beigetragen hat. Mein Dank gilt auch Dr. Kilian Singer, ohne den so manche Idee und spontaner Einfall unverwirklicht verpufft wäre.

Ich danke allen meinen Kommilitonen, die darüber hinaus während meines Studiums zu guten Freunden geworden sind. Sie machten das Studium nicht nur zu einem reinen Bemühen. Besonders danke ich Michael Bußhardt und Tobias Görler für das Korrektur lesen, aber auch für viele Gelegenheiten außerhalb der Uni.

Dank gilt auch meinen Eltern, die viel zu dem Punkt beigetragen haben, an dem ich jetzt stehe. Meinem Vater danke ich für die viele Unterstützung und den Zuspruch während der gesamten Studienzzeit. Für die aufmunternden Worte und die Hilfe danke ich meiner Mutter.

Ganz besonders danke ich Daniela, die mich mehr als jeder andere während und außerhalb des Studiums und auch in den letzten Tagen dieser Diplomarbeit begleitet hat. Du bist ein warmer Sonnenstrahl in meinem Leben. Danke, dass es Dich gibt.



Hiermit erkläre ich, dass ich die vorliegende Diplomarbeit selbständig verfasst und keine anderen als die angegebenen Quellen und Hilfsmittel verwendet habe.

Ulm, April 2006

Robert Maiwald

*„Alles auf Erden lässt sich finden, wenn man nur zu suchen sich nicht  
verdriessen lässt.“*

– Philemon, Fragmente