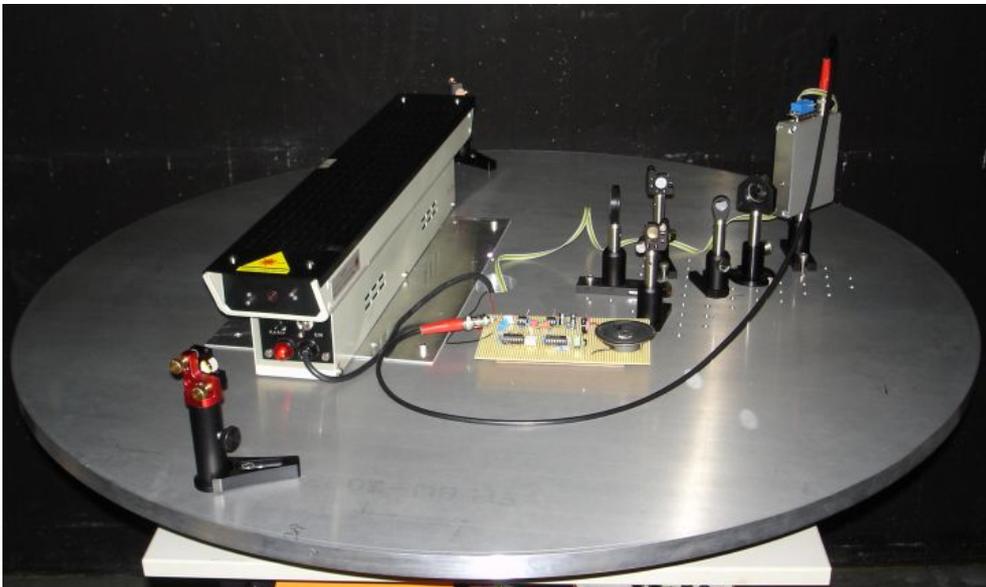

Helium-Neon-Ringlaser- Gyroskop

Wissenschaftliche Arbeit
von
Annemarie Schied



UNIVERSITÄT ULM
Abteilung QuantenInformationsVerarbeitung
28. September 2006

Inhaltsverzeichnis

Einleitung	1
1 Ringlaser und der Sagnac-Effekt	5
1.1 Der Sagnac-Effekt in der Relativitätstheorie	5
1.2 Der Sagnac-Effekt in der klassischen Kinematik	9
1.3 Der Sagnac-Effekt als Manifestation des klassischen Dopplereffekts	11
1.4 Sagnac-Ringlaser	12
1.4.1 Modenkopplung	13
1.4.2 Nullverschiebung	15
2 Grundlagen	17
2.1 Resonator	17
2.1.1 Moden optischer Resonatoren	17
2.1.2 Gaußstrahlen	19
2.1.3 Matrixmethoden der geometrischen Optik	23
2.1.4 ABCD-Gesetz	25
2.1.5 Stabilitätsbedingungen für optische Resonatoren	25
2.2 Helium-Neon-Laser	28
2.3 Dielektrische Vielschichtenspiegel und Strahlteiler	30
2.3.1 Transfermatrizen	31
2.3.2 Reflexions- und Transmissionseigenschaften der verwendeten Spiegel	34
2.4 Charakteristik der verwendeten Photodioden	36
2.5 Verwendete elektronische Schaltung	36
3 Aufbau des Ringlaser-Gyroscopes	39
3.1 Versuchsanordnung	39
3.2 Berechnung einer geeigneten Resonatorgeometrie	40
4 Messungen	43
4.1 Voruntersuchungen mit einem linearen Helium-Neon-Laser	43
4.2 Messung der Resonatorlänge des Ringlasers	46
4.3 Messung der Sagnacfrequenz	47

4.4	Bestimmung der Nullverschiebung	50
4.5	Diskussion der Lock-In-Frequenz	52
	Ausblick und zukünftige Messungen	55
	Zusammenfassung	57
	Danksagung	59
	Literaturverzeichnis	61
	Abbildungsverzeichnis	63
	Anhang	65
	A: Matlab-Programm zur Resonatorgeometrie mit Skizze	65
	B: Justageanleitung für den Ringlaser	69
	C: Schaltplan der verwendeten Elektronik	71

Einleitung

Gegenstand der vorliegenden Arbeit ist der Aufbau eines Ringlaser-Gyroskops, mit dem Rotationen unter Ausnutzung des Sagnac-Effekts gemessen werden können. Die Abbildung 0.1 zeigt den Versuchsaufbau, mit dem der französische Physiker Georges Sagnac um 1913 die Existenz des Licht-Äthers beweisen wollte. Das Licht einer externen Lichtquelle wird auf einen halbdurchlässigen Spiegel gelenkt und dort in zwei Strahlen aufgeteilt. Diese durchlaufen in entgegengesetzter Richtung einen geschlossenen Weg durch ein System von Spiegeln und werden anschließend überlagert und interferieren. Wenn man die gesamte Anordnung rotieren lässt, müssen die beiden Lichtstrahlen unterschiedlich lange Wege zurücklegen und kommen daher nach dem Resonatorumlauf phasenverschoben am Strahlteiler an. Dies führt zu einer Verschiebung des Interferenzmusters. Da das Licht von außen eingekoppelt wird, nennt man ein solches Interferometer einen passiven Resonator.

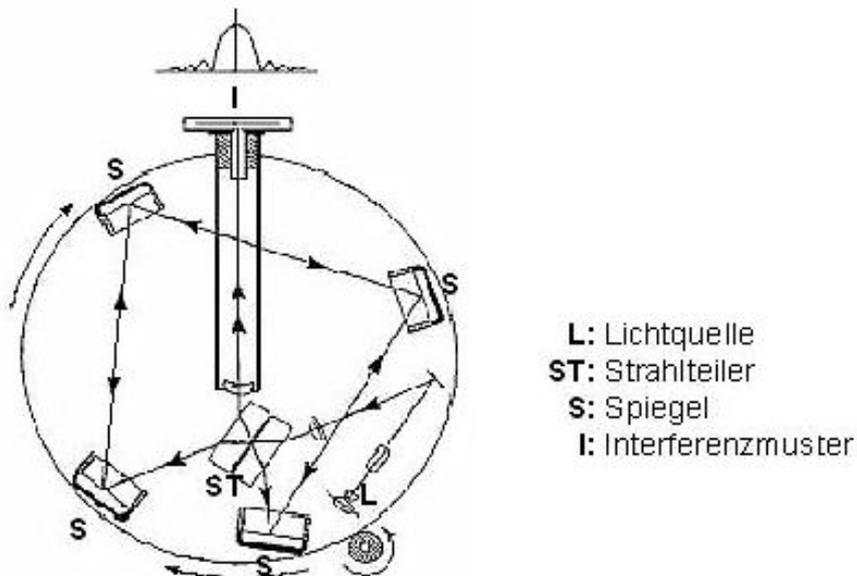


Abbildung 0.1: Sagnac-Interferometer [17]

Bei einem Ringlaser-Gyroskop wird das Licht nicht von außen eingekoppelt. Stattdessen befindet sich ein Lasermedium im Spiegelsystem, welches nun als Resonator dient. Man spricht von einem aktiven Resonator. Es bilden sich zwei Lasermodes, die den Resonator in entgegengesetzter Richtung durchlaufen. Wird jetzt der gesamte Aufbau in Rotation versetzt, so tritt bei Überlagerung der Strahlen anstelle der Phasenverschiebung eine Frequenzverschiebung zwischen den Strahlen auf. Die Schwebungsfrequenz ist dabei proportional zur Rotationsgeschwindigkeit. Dieser Effekt wird im ersten Kapitel noch genauer diskutiert.

Lasergyroskope finden heutzutage vielerlei Anwendung. Sie sind beispielsweise wichtiger Bestandteil von inertialen Navigationssystemen (INS), welche Position, Geschwindigkeit und Bewegungsrichtung eines Gefährts ausgeben. Diese Systeme werden zum Beispiel zur Navigation von Unterwasserrobotern oder Bohrgeräten unter der Erde oder zur Messung von Gleislagefehlern eingesetzt. Auch in Flugzeugen, Marineschiffen und militärischen Landfahrzeugen werden Lasergyroskope als Navigationshilfe verwendet. Sie werden jedoch immer mehr durch GPS-Empfänger ersetzt. INS haben gegenüber GPS den Vorteil, dass sie von außen nicht störbar sind. Sie liefern hohe Datenraten, sind sehr zuverlässig und besitzen eine sehr gute Kurzzeitstabilität. Die Langzeitstabilität ist jedoch vergleichsweise schlecht. Eine Kombination von INS und GPS ist ideal.

In den letzten Jahren hat sich ein weiteres Einsatzgebiet für Lasergyroskope aufgetan - die Geodäsie. Durch Vergrößerung ihres Aufbaus wurden die Ringlaser um einige Größenordnungen empfindlicher und auch stabiler. In der Fundamentalstation Wettzell, einer Messstation bei Regensburg, die von der Forschungsgruppe Satellitengeodäsie (FGS) betrieben wird, befindet sich ein Großringlaser mit einer Fläche von 16 m^2 , mit dem kleinste Änderungen in der Rotationsgeschwindigkeit der Erde gemessen werden können. Ziel ist eine Genauigkeit von 10^{-9} bezüglich der Tageslänge und eine zeitliche Auflösung von weniger als einer Stunde [18]. Mit großen Ringlasern kann die Nutationsbewegung der Erdachse erfasst werden. Es soll der Einfluss der Gezeiten und der Polbewegung auf die Erdrotation gemessen werden. Ein weiteres Ziel besteht darin, die Rotationsanteile von Erdbeben zu bestimmen, um die Konstruktion einsturz sicherer Gebäude zu verbessern [16].¹ Es ist ein großer Vorteil der Verwendung von Ringlasern gegenüber bisheriger Messverfahren, dass sie lokal betrieben werden können und kein Verbund mit weiteren Messstationen notwendig ist.

¹Im Internet finden sich unter [15] Links zu weiterführender Literatur zur Forschung mit Großringlasern und bisherigen Ergebnissen.

Ziel der vorliegenden Arbeit ist es, ein Ringlaser-Gyroskop als Vorlesungsexperiment aufzubauen. Die Schwebung zwischen den beiden Laserstrahlen soll mit Hilfe eines Lautsprechers hörbar gemacht werden. Beim Drehen des Tisches wird so die proportionale Abhängigkeit zwischen Rotationsgeschwindigkeit und Schwebungsfrequenz eindrücklich gezeigt. Die spielerische Komponente macht den Effekt zudem sehr einprägsam. Die Sagnacfrequenz und damit die Drehgeschwindigkeit kann über die Frequenz, die am Lautsprecher zu hören ist, abgeschätzt werden oder auch mit Hilfe eines Oszilloskops direkt gemessen werden. Im Rahmen dieser Arbeit werden einige Messungen zum Sagnac-Effekt durchgeführt und auch Phänomene wie Modenkopplung und Nullverschiebung untersucht. Es hat sich gezeigt, dass der Ringlaser sich auch sehr gut eignet, um höhere Transversalmoden zu demonstrieren.

1 Ringlaser und der Sagnac-Effekt

Beim Sagnac-Effekt handelt es sich um einen relativistischen Effekt. In der Vergangenheit gab es jedoch viele verschiedene nichtrelativistische Ansätze, mit denen versucht wurde, ihn zu erklären. Manche zogen beispielsweise die Äthertheorie zur Herleitung heran. Andere sahen als Ursache den klassischen Dopplereffekt am Strahlteiler oder berechneten die Phasenverschiebung zwischen den entgegengesetzt umlaufenden Strahlen im passiven Resonator im Rahmen der klassischen Kinematik über Geschwindigkeitsaddition. Viele dieser Rechnungen liefern nahezu exakte Lösungen. Ich werde nun zunächst die Berechnung der Phasenverschiebung bei Rotation eines passiven Resonators im Rahmen der Relativitätstheorie beschreiben. Anschließend skizziere ich kurz die klassische Herleitung und die Erklärung mittels des klassischen Dopplereffekts und zeige auf, wo die Fehler liegen. Dabei orientiere ich mich im Wesentlichen am Text von G. B. Malykin [10], der viele verschiedene Herleitungen zusammengetragen und ausführlich diskutiert hat. Am Ende dieses Kapitels beschreibe ich die Auswirkungen des Sagnac-Effekts auf den Ringlaser als aktiven Resonator und Probleme, die bei Messungen auftreten.

1.1 Der Sagnac-Effekt in der Relativitätstheorie

Schauen wir uns nun aber zunächst einmal den Sagnac-Effekt in der Relativitätstheorie an. Auch hier gibt es viele verschiedene Ansätze. Meistens wird die Invarianz von $x^2 + y^2 + z^2 - c^2t^2$ in der speziellen Relativitätstheorie (SRT) zur Erklärung herangezogen, wobei x, y, z die Ortskoordinaten, c die Lichtgeschwindigkeit und t die Zeit bezeichnet. Wir wählen hier einen etwas anschaulicheren und einfacher zu verstehenden Weg, basierend auf dem Gesetz der relativistischen Geschwindigkeitsaddition der SRT. Wir betrachten den allgemeinsten Fall einer beliebigen Welle in einem beliebigen Medium. Insbesondere gilt das Ergebnis dann auch für elektromagnetische Wellen in einem optischen Medium mit beliebigem Brechungsindex und Dispersion. Der Einfachheit halber nehmen wir an, dass der Resonator aus unendlich vielen Spiegeln besteht, welche die Welle auf eine Kreisbahn mit dem Radius R lenken. Seien nun v_{ph}^{\pm} die Phasengeschwindigkeiten und l^{\pm} die Weglängen im Laborsystem K . Der Index $+$ bezeichne die Welle, die sich in Rotationsrichtung bewegt, und $-$ die Welle, die sich entgegengesetzt dazu bewegt. Die Winkelgeschwindigkeit, mit der sich der Resonator

dreht, sei Ω . Die Phasengeschwindigkeiten v_{ph}^\pm im Laborsystem K kann man mit Hilfe des relativistischen Gesetzes für die Geschwindigkeitsaddition aus der Phasengeschwindigkeit v'_{ph} im mitrotierten System K' berechnen, wobei die beiden Systeme mit der Geschwindigkeit $R\Omega$ relativ zueinander bewegt sind:

$$v_{ph}^\pm = \frac{v'_{ph} \pm R\Omega}{1 \pm \frac{v'_{ph} R\Omega}{c^2}}. \quad (1.1)$$

Die Weglängen l^\pm im Laborsystem setzen sich aus dem Umfang $2\pi R$ und den Strecken $R\Omega t^\pm$, um die sich das rotierende Bezugssystem in den Umlaufzeiten t^\pm weiterbewegt hat, zusammen:

$$l^\pm = 2\pi R \pm R\Omega t^\pm. \quad (1.2)$$

Zwischen Phasengeschwindigkeiten, Weglängen und Umlaufzeiten im Laborsystem besteht folgender Zusammenhang:

$$v_{ph}^\pm = \frac{l^\pm}{t^\pm}. \quad (1.3)$$

Mit einem Aufbau, bei dem die Interferenz der Lichtwellen mit einem Fotodetektor gemessen wird, kann man bei konstanter Winkelgeschwindigkeit keine Änderungen im Interferenzmuster feststellen, da die Phasendifferenz zwischen den beiden sich gegenläufig ausbreitenden Wellen konstant ist. Es ist daher schwierig, Rückschlüsse auf ihre Geschwindigkeiten zu ziehen. Deshalb nehmen wir an, dass anstelle zweier Wellen zwei Pulse in die beiden Ausbreitungsrichtungen gesandt werden. Die Geschwindigkeiten der Pulse entsprechen in diesem Fall Gruppengeschwindigkeiten. Die Pulse kommen zu verschiedenen Zeiten am Strahlteiler an. Statt eines Interferenzmusters messen wir also eine Zeitdifferenz. Man kann zeigen, dass Phasengeschwindigkeit und Gruppengeschwindigkeit die gleichen Transformationseigenschaften unter Lorentztransformation vom System K in das System K' haben. Wenn kein optisches Medium vorhanden ist, stimmen sie sogar überein. Daher können wir die Rechnungen auch mit Phasengeschwindigkeiten durchführen, obwohl sie keiner reellen Verschiebung eines physikalischen Objekts oder einer Energieübertragung entsprechen.

Eine Gleichung für die Umlaufzeiten t^\pm erhalten wir nach Einsetzen von Gleichung (1.2) in Gleichung (1.3) und Gleichsetzen mit Gleichung (1.1):

$$\frac{v'_{ph} \pm R\Omega}{1 \pm \frac{v'_{ph} R\Omega}{c^2}} = \frac{2\pi R}{t^\pm} \pm R\Omega. \quad (1.4)$$

Diese Gleichung nach t^\pm aufgelöst liefert

$$t^\pm = \frac{2\pi R}{v'_{ph}} \frac{1 \pm \frac{v'_{ph} R \Omega}{c^2}}{1 - \frac{R^2 \Omega^2}{c^2}}. \quad (1.5)$$

Die Zeitdifferenz zwischen dem Eintreffen der beiden Pulse beträgt

$$\Delta t = t^+ - t^- = \frac{4\pi R^2 \Omega}{c^2 \left(1 - \frac{R^2 \Omega^2}{c^2}\right)}. \quad (1.6)$$

Diese Zeitdifferenz ist unabhängig von der Phasengeschwindigkeit. Es macht also keinen Unterschied, ob elektromagnetische Wellen, Schallwellen oder andere Wellen betrachtet werden und ob der Resonator mit einem optischen Medium gefüllt ist oder nicht. Die Zeitdifferenz ist jedes Mal dieselbe, vorausgesetzt, Frequenz, eingeschlossene Fläche und Drehgeschwindigkeit sind identisch.

Falls Wellenzügen endlicher Länge verwendet werden, nimmt die Sichtbarkeit des Interferenzmusters aufgrund des zeitlich verschobenen Eintreffens der Wellenzüge am Strahlteiler beträchtlich ab, wenn die Zeitdifferenz Δt die Korrelationszeit übersteigt. Nur bei Verwendung monochromatischer, harmonischer Wellen wird das Interferenzmuster durch das zeitlich versetzte Eintreffen der beiden entgegengesetzt laufenden Wellen nicht beeinflusst. Für diesen Fall können wir die Phasendifferenz $\Delta\phi_s$ der beiden Wellen aus der Zeitdifferenz Δt berechnen, um sie mit den experimentellen Ergebnissen zu vergleichen. Dazu wechseln wir in das mitrotierte System K' , da das Interferenzmuster in diesem System gemessen wird und der Strahlteiler als Quelle und Empfänger dort in Ruhe ist. Die Lorentz-Transformation liefert uns die Zeitdifferenz $\Delta t'$ im System K' :

$$\Delta t' = \Delta t \sqrt{1 - \frac{R^2 \Omega^2}{c^2}} = \frac{4\pi R^2 \Omega}{c^2 \sqrt{1 - \frac{R^2 \Omega^2}{c^2}}}. \quad (1.7)$$

Die Phasendifferenz $\Delta\phi_s$ beträgt demnach

$$\Delta\phi_s = \omega \Delta t' = \frac{8\pi A \nu}{c^2 \sqrt{1 - \frac{R^2 \Omega^2}{c^2}}} \Omega, \quad (1.8)$$

mit der Kreisfläche $A = \pi R^2$ und der Kreisfrequenz $\omega = 2\pi\nu$. Die Phasendifferenz ist also proportional zur Rotationsgeschwindigkeit. Weiterhin hängt der Sagnac-Effekt nur von der Frequenz der Welle ab. Phasengeschwindigkeit, Brechungsindex und Dispersion spielen keine Rolle.

Für Licht der Wellenlänge $\lambda = c/\nu$ nimmt Gleichung (1.8) die Form

$$\Delta\phi_s = \frac{8\pi A}{\lambda c \sqrt{1 - \frac{R^2\Omega^2}{c^2}}} \Omega \quad (1.9)$$

an.

Für kleine Rotationsgeschwindigkeiten ist der Term $R^2\Omega^2/c^2$ vernachlässigbar klein und die Gleichung für die Phasendifferenz vereinfacht sich zu

$$\Delta\phi_s = \frac{8\pi A}{\lambda c} \Omega. \quad (1.10)$$

Bei dieser Herleitung der Phasenverschiebung haben wir angenommen, dass der Sagnac-Effekt im Rahmen der SRT behandelt werden kann, obwohl es sich bei rotierenden Systemen um beschleunigte Systeme handelt. Lange Zeit war man der Meinung, dass alle Ereignisse in Nicht-Inertial-Systemen im Rahmen der allgemeinen Relativitätstheorie (GRT) diskutiert werden müssen. Da es sich beim Sagnac-Effekt jedoch um einen rein kinematischen Effekt handelt, ist er auch in der SRT beschreibbar. Denn Gravitationsfelder, Raumkrümmung und Trägheitskräfte, d.h. Corioliskraft und Zentrifugalkraft, sind keine Ursachen des Effekts. Wenn sich ein optisches Medium im Resonator befindet, macht der Gebrauch der GRT die Rechnung unnötig kompliziert. Falls ein Gravitationspotential vorhanden ist oder bei großen Winkelbeschleunigungen, bei denen der Gravitationsfeld-effekt zu berücksichtigen ist, muss jedoch die GRT verwendet werden. In unserem Fall ist die SRT völlig ausreichend.

Oben haben wir den Sagnac-Effekt aus Sicht des festen Laborsystems beschrieben. Die Phasendifferenz wurde auf unterschiedliche Umlaufzeiten aufgrund verschiedener Geschwindigkeiten der beiden entgegengesetzt laufenden Wellen zurückgeführt. Mit Hilfe des Gesetzes für die relativistische Geschwindigkeitsaddition konnten wir die Geschwindigkeiten im Laborsystem, die sich aus Phasengeschwindigkeit der Welle im mitrotierten System und Rotationsgeschwindigkeit des Resonators zusammensetzen, berechnen und erhielten daraus die Zeitdifferenz.

Auch im mitrotierten System wird eine Zeitdifferenz gemessen. Diese wird im Rahmen der SRT als Folge der Lorentz-Zeit-Dilatation interpretiert, nach der bewegte Uhren langsamer laufen. Der Sagnac-Effekt kann hier mit Hilfe von synchronisierten Uhren, die fixierten Phasenpunkten der Wellenfront entsprechen, erklärt werden. Vor dem Umlauf haben die beiden Wellen am Strahlteiler immer die gleiche Phase, die Uhren werden dort also synchronisiert. Nach einem Umlauf treffen sich die Uhren wieder. Da sich die Uhren mit unterschiedlicher Geschwindigkeit bewegt haben, zeigen sie verschiedene Zeiten. Man erhält dieselbe Zeitdifferenz wie in der vorherigen Rechnung.

Olaf Wucknitz [14] diskutiert den Sagnac-Effekt in Standard-Minkowski-Koordinaten. Das rotierende Interferometer wird als runde Scheibe genähert, der Radius r dieser Scheibe fixiert und die Ausbreitung der beiden Wellen in Polarkoordinaten (r, φ) dargestellt. Durch das Einführen einer räumlichen Koordinate $x = r\varphi$ erhält man eine Metrik, die genau der 1 + 1-dimensionalen Minkowski-Raum-Zeit entspricht, so dass die Standard-Lorentztransformation verwendet werden kann. Rotation der Scheibe mit konstanter Winkelgeschwindigkeit ist dann äquivalent zur Bewegung zweier Inertialsysteme relativ zueinander mit einer konstanten Geschwindigkeit. Es ist jedoch zu berücksichtigen, dass der Ort nach einem Umlauf wieder der gleiche ist. Diese Periodizität der Raumkoordinate führt zu Sprüngen in der Zeitkoordinate, mit denen der Sagnac-Effekt erklärt werden kann. Es werden nur die Umlaufzeiten betrachtet, keine lokalen Geschwindigkeiten. Es handelt sich dabei also um einen globalen Effekt.

1.2 Der Sagnac-Effekt in der klassischen Kinematik

Die klassische Herleitung des Sagnac-Effekts, die ich dem Lehrbuch „Coherent Optics“ [9] entnommen habe, ist von der Idee her ähnlich wie der erste vorgestellte Weg in der SRT. Die Rotationsgeschwindigkeit des Resonators und die Gruppen- oder Phasengeschwindigkeit der Welle werden (klassisch) addiert.

Wir betrachten wieder einen passiven Resonator und nehmen an, dass Licht am Strahlteiler in den Resonator eingekoppelt wird und sich zwei Wellen in entgegengesetzter Richtung entlang einer Kreislinie ausbreiten. Solange das Interferometer in Ruhe ist, beträgt die Umlaufzeit des Lichts unabhängig vom Durchlaufsin

$$t_1 = \frac{2\pi R}{c}. \quad (1.11)$$

Lässt man die gesamte Anordnung mit der Winkelgeschwindigkeit Ω rotieren, so muss der in Rotationsrichtung laufende Strahl einen zusätzlichen Weg s_1 zurücklegen, um wieder an den Strahlteiler zu gelangen, da sich dieser in der Zeit t_1 mit der Rotationsgeschwindigkeit $v = \Omega R$ weiterbewegt hat. Es gilt

$$s_1 = vt_1 = v \frac{2\pi R}{c}. \quad (1.12)$$

Für das Zurücklegen vom Weg s_1 wird zusätzlich die Zeit

$$t_2 = \frac{s_1}{c} = \frac{v \cdot 2\pi R}{c^2} \quad (1.13)$$

gebraucht.

Die Gesamtumlaufzeit beträgt also

$$t_1 + t_2 = \frac{2\pi R}{c} \left(1 + \frac{v}{c}\right). \quad (1.14)$$

Nun hat sich der Punkt P in der Zeit t_2 aber wieder um eine zusätzliche Strecke s_2 bewegt:

$$s_2 = vt_2 = \frac{v^2 \cdot 2\pi R}{c^2}. \quad (1.15)$$

Die Zeit, die das Licht zum Durchlaufen dieser zusätzlichen Strecke benötigt, beträgt

$$t_3 = \frac{s_2}{c} = \frac{v^2 \cdot 2\pi R}{c^3} \quad (1.16)$$

und damit ist die Gesamtumlaufzeit

$$t_1 + t_2 + t_3 = \frac{2\pi R}{c} \left(1 + \frac{v}{c} + \frac{v^2}{c^2}\right). \quad (1.17)$$

Im nächsten Schritt erhalten wir in der Klammer einen zusätzlichen Term $\frac{v^3}{c^3}$, im übernächsten den Term $\frac{v^4}{c^4}$ usw. In Summenschreibweise ergibt sich für die Gesamtumlaufzeit für den Strahl in Rotationsrichtung folgende Gleichung:

$$t^+ = \frac{2\pi R}{c} \frac{1}{1 - \frac{v}{c}}, \quad (1.18)$$

wobei der Ausdruck mit Hilfe der geometrischen Reihe vereinfacht wurde. Analog kann die Gesamtumlaufzeit für den entgegen der Rotationsrichtung laufenden Strahl berechnet werden:

$$t^- = \frac{2\pi R}{c} \left(1 - \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{v}{c}\right)^n\right) = \frac{2\pi R}{c} \left(2 - \sum_{n=0}^{\infty} \left(\frac{v}{c}\right)^n\right) = \frac{2\pi R}{c} \left(2 - \frac{1}{1 - \frac{v}{c}}\right). \quad (1.19)$$

Der Laufzeitunterschied zwischen den beiden Strahlen beträgt

$$\Delta t = t^+ - t^- = \frac{4\pi Rv}{c^2 \left(1 - \frac{v}{c}\right)} = \frac{4A}{c^2 \left(1 - \frac{v}{c}\right)} \Omega \quad (1.20)$$

mit der Kreisfläche $A = \pi R^2$.

Für kleine Rotationsgeschwindigkeiten $v \ll c$ ist der Term v/c vernachlässigbar klein. Sei nun $T = \lambda/c$ die Periodendauer des verwendeten monochromatischen Lichts, dann beträgt die durch die Rotation verursachte Phasenverschiebung

$$\Delta\phi_s = \frac{2\pi\Delta t}{T} = \frac{8\pi A\Omega c}{c^2\lambda} = \frac{8\pi A}{c\lambda}\Omega \quad (1.21)$$

Das Ergebnis dieser klassischen Betrachtung stimmt für Licht ohne optisches Medium bei langsamen Rotationsgeschwindigkeiten in erster Näherung mit dem Ergebnis aus der relativistischen Rechnung überein. Bei hohen Rotationsgeschwindigkeiten und für nicht elektromagnetische Wellen ist das Ergebnis aus der klassischen Rechnung jedoch falsch.

1.3 Der Sagnac-Effekt als Manifestation des klassischen Dopplereffekts

Ein weiterer Versuch besteht darin, den Sagnac-Effekt auf den klassischen Dopplereffekt zurückzuführen. Die Idee ist, dass der Strahlteiler als Sender in Bewegung ist. Daher muss die Wellenlänge beim Umlauf der Welle in Rotationsrichtung kürzer und entgegen der Rotationsrichtung länger werden. Der Strahlteiler bewegt sich mit der linearen Geschwindigkeit $v = R\Omega$. Die neuen Wellenlängen λ^\pm betragen also

$$\lambda^\pm = \lambda \left(1 \pm \frac{R\Omega n}{c} \right), \quad (1.22)$$

wobei λ die Wellenlänge im ruhenden System und n der Brechungsindex des Mediums ist. Die Wellenzahlen k^\pm , die optischen Wege l^\pm und die Umlaufzeit t sind gegeben durch

$$k^\pm = \frac{2\pi n}{\lambda^\pm} \quad (1.23)$$

$$l^\pm = \left(2\pi R \pm \frac{R\Omega t}{c} \right) n \quad (1.24)$$

$$t = \frac{2\pi R n}{c} \quad (1.25)$$

Damit können wir die Phasendifferenz $\Delta\phi_s$ berechnen:

$$\Delta\phi_s = k^+l^+ - k^-l^- = \frac{16\pi A\Omega n^2}{\lambda c (1 - R^2\Omega^2/(c^2n^2))} \quad (1.26)$$

Für kleine Rotationsgeschwindigkeiten ist der Ausdruck $R^2\Omega^2/(c^2n^2)$ vernachlässigbar klein. Mit der Lichtfrequenz $\nu = c/\lambda$ lässt sich die Phasendifferenz dann schreiben als

$$\Delta\phi_s \approx 16 \frac{\pi\Omega An^2\nu}{c^2}. \quad (1.27)$$

Diese Formel unterscheidet sich von der genäherten Sagnac-Phasendifferenz nach Gleichung (1.10) um den Faktor $2n^2$. Tatsächlich ist die Phasendifferenz unabhängig vom Brechungsindex n .

Der Fehler liegt hier schon im Ansatz. Denn der Dopplereffekt tritt nur auf, wenn Sender und Empfänger relativ zueinander in Bewegung sind. Da der Strahlteiler in unserem Fall Sender und Empfänger zugleich ist, ist dies nicht erfüllt. Der Strahlteiler bewegt sich zwar im Allgemeinen im Moment der Emission in eine andere Richtung als beim erneuten Auftreffen der Welle, betragsmäßig hat er aber immer dieselbe Geschwindigkeit.

Beim Wechsel ins mitrotierende System wird klar, warum der Dopplereffekt beim Sagnac-Effekt keine Rolle spielt. Denn dort ist der Strahlteiler die ganze Zeit in Ruhe. Außerdem liefert der Dopplereffekt keine Erklärung für das Auftreten des Sagnac-Effekts bei Schallwellen. Hier müssen Sender oder Empfänger bezüglich des Mediums in Bewegung sein, damit der Dopplereffekt auftritt. Der Strahlteiler ist jedoch stationär bezüglich des Mediums.

1.4 Sagnac-Ringlaser

Bisher sind wir von einem passiven Resonator, in den die Welle von außen über den Strahlteiler in den Resonator eingekoppelt wird, ausgegangen. Nun betrachten wir den aktiven Resonator. Dieser Abschnitt stützt sich auf den Artikel von F. Aronowitz [1]. Im Ringlaser bilden sich zwei entgegengerichtete Wellen, die unabhängig voneinander sind und mit verschiedenen Frequenzen und Amplituden oszillieren können. Die Laserfrequenz hängt von der Resonatorlänge L ab. Nach einem Resonatorumlauf müssen die Wellen wieder in sich selbst übergehen, d.h. die Resonatorlänge muss ein ganzzahliges Vielfaches der Wellenlänge sein. Vorher haben wir gesehen, dass sich bei Rotation der gesamten Anordnung die Umlaufzeiten für zwei entgegengesetzt laufende Strahlen unterscheiden. Beide Strahlen breiten sich mit Lichtgeschwindigkeit aus, die Zeitdifferenz $\Delta t'$ im mitrotierenden System entspricht also nach Gleichung (1.7) einer Wegdifferenz

$$\Delta L = c \cdot \Delta t' = \frac{4\pi R^2\Omega}{c\sqrt{1 - \frac{R^2\Omega^2}{c^2}}}. \quad (1.28)$$

Die Modenanzahl m im Resonator bleibt bei Rotation für beide Wellen gleich. Daher müssen sich die Wellenlängen λ^\pm den veränderten Resonatorlängen L^\pm anpassen, damit die Resonanzbedingung erfüllt bleibt:

$$L^\pm = m \cdot \lambda^\pm. \quad (1.29)$$

Dies entspricht Frequenzen von

$$\nu^\pm = \frac{mc}{L^\pm}. \quad (1.30)$$

Für kleine Längenänderungen ΔL gilt:

$$\frac{\Delta\nu}{\nu} = \frac{\Delta L}{L^+L^-}L \approx \frac{\Delta L}{L}. \quad (1.31)$$

Insgesamt erhalten wir für Rotationen mit kleinen Geschwindigkeiten ($v \ll c$) eine Schwebung mit der Frequenz

$$\Delta\nu = \frac{4A}{\lambda L} \Omega \quad (1.32)$$

zwischen den beiden Strahlen. Falls sich ein Medium mit Brechungsindex n im gesamten Resonator befindet, muss unterschieden werden, ob sich der Resonator oder das Medium bewegt. Für den Fall, dass der gesamte Resonator inklusive des Mediums rotiert, muss die Resonatorlänge durch den optischen Weg ersetzt werden und die Sagnacfrequenz beträgt

$$\Delta\nu = \frac{4A}{\lambda Ln} \Omega. \quad (1.33)$$

1.4.1 Modenkopplung

Mit Ringlasergyroskopen kann man kleine Rotationsgeschwindigkeiten sehr viel besser messen als mit passiven Sagnac-Interferometern. Denn kleine Resonatorlängenänderungen führen nur zu geringen Phasenverschiebungen von weniger als einer Wellenlänge, bei hohen Frequenzen aber zu großen, deutlich messbaren Schwebungsfrequenzen. Bei niedrigen Drehfrequenzen, unterhalb der so genannten Lock-In-Schwelle Ω_L , tritt hier jedoch das Problem der Modenkopplung auf. An den Resonatorspiegeln wird ein Teil des Lichts in Richtung des entgegenlaufenden Strahls gestreut. Dies führt dazu, dass die beiden gegensinnig laufenden Wellen mit den selben Frequenzen schwingen und daher keine Schwebung auftritt.

Oberhalb der Lock-In-Schwelle liegt die tatsächlich auftretende Schwebung immer unterhalb der berechneten Sagnacfrequenz ohne Kopplung und nähert sich dieser asymptotisch. Ihre Frequenz $\Delta\nu$ ist gegeben durch die Gleichung

$$\Delta\nu = \sqrt{\Delta\nu_0^2 - \Delta\nu_L^2}, \quad (1.34)$$

wobei $\Delta\nu_0$ die Sagnacfrequenz ohne Lock-In ist und $\Delta\nu_L$ die Schwebungsfrequenz, die ohne Modenkopplung an der Lock-In-Schwelle Ω_L gemessen würde. Abbildung 1.1 zeigt den Kurvenverlauf mit und ohne Kopplung.

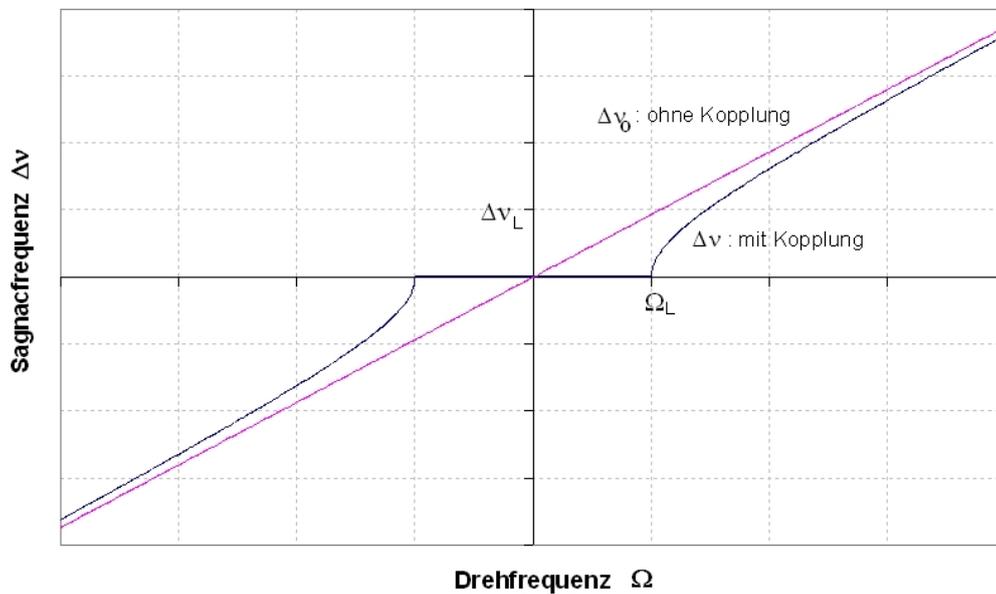


Abbildung 1.1: Veränderte Sagnacfrequenz bei Modenkopplung

Um die Kopplung zu vermeiden, werden Ringlasergyroskope in der Regel durch so genanntes „dithering“ in Bewegung gehalten. Dabei lässt man sie mit einer Frequenz, die deutlich über der Lock-In-Schwelle liegt, rotieren, um auch Rotationen mit Frequenzen unterhalb der Schwelle in Form von Differenzen in der Schwebungsfrequenz messen zu können.

Bei bekannter Streuung der Spiegel des Resonators kann ein Schätzwert für die Lock-In-Schwelle berechnet werden. Es gilt [1]

$$\Delta\nu_L \approx \frac{rc}{2\pi L}. \quad (1.35)$$

Den Amplitudenrückstreuungskoeffizienten r können wir aus dem Anteil r_S^2 des in den gesamten Raumwinkel rückgestreuten Lichts berechnen:

$$r = r_S \frac{\lambda}{4d}. \quad (1.36)$$

Dabei ist d der Strahldurchmesser an den Spiegeln. Setzen wir Gleichung (1.36) in Gleichung (1.35) ein, so erhalten wir

$$\Delta\nu_L \approx \frac{r_S c \lambda}{8\pi L d}. \quad (1.37)$$

Einsetzen in Gleichung (1.33) liefert eine Lock-In-Schwelle von

$$\Omega_L \approx \frac{r_S c \lambda^2}{32A\pi d}. \quad (1.38)$$

1.4.2 Nullverschiebung

Wenn für die beiden entgegengesetzt laufenden Strahlen unterschiedliche Beiträge zum Brechungsindex auftreten, kann der Verlauf der Sagnacfrequenz gegenüber dem ideal berechneten Verlauf verschoben sein [1]. Man erhält dann möglicherweise eine Sagnacfrequenz, auch wenn der Ringlaser nicht rotiert. Bei diesem Phänomen spricht man von einer Nullverschiebung. Der Verlauf der Sagnacfrequenz gegenüber der Rotationsfrequenz bei Nullverschiebung ist in Abbildung 1.2 dargestellt.

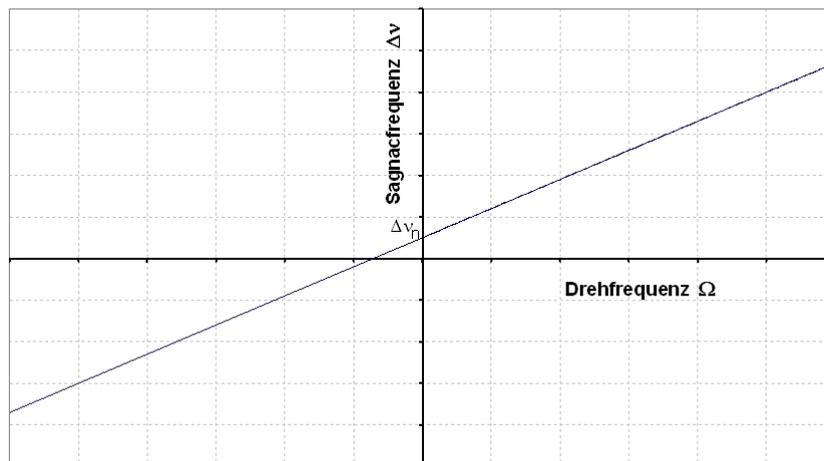


Abbildung 1.2: Sagnacfrequenz bei Nullverschiebung

Unterschiedliche Brechungsindizes treten zum Beispiel durch den Fresnel-Fizeau-Effekt auf: Die Ausbreitungsgeschwindigkeit von Licht in einem mit der Geschwindigkeit u bewegten Medium mit Brechungsindex n unterscheidet sich von der Geschwindigkeit im ruhenden Medium um den Summanden $\pm u(1 - 1/n^2)$, wobei das Vorzeichen davon abhängt, ob sich das Medium in oder entgegen der Ausbreitungsrichtung des Lichts bewegt. Die Verschiebung $\Delta\nu_n$ der Sagnacfrequenz erhalten wir, indem wir in unseren Rechnungen die Resonatorlänge durch den optischen Weg ersetzen. Für ein Medium mit Brechungsindex n , das sich auf einer Strecke der Länge d mit einer Geschwindigkeit u bewegt, gilt:

$$\Delta\nu_n = \frac{2(n^2 - 1)u \cdot d}{\lambda L}. \quad (1.39)$$

2 Grundlagen

Dieses Kapitel soll einen Überblick über die Grundlagen zur Berechnung eines stabilen Resonators geben. Außerdem wird die Funktionsweise der einzelnen Komponenten des Ringlasers erklärt.

2.1 Resonator

In diesem Abschnitt werden zunächst die verschiedenen Moden, die sich in einem Resonator bilden können, beschrieben. Von besonderer Bedeutung ist der Grundmode, in dem die Laserstrahlen ein Gaußprofil haben und auf den daher näher eingegangen wird. Mit Hilfe der Form dieser so genannten Gaußstrahlen kann eine Stabilitätsbedingung für den Resonator hergeleitet werden. Dazu werden außerdem noch die Matrixmethoden der geometrischen Optik und das ABCD-Gesetz benötigt, welche in einem Unterabschnitt vorgestellt werden.

2.1.1 Moden optischer Resonatoren

Optische Resonatoren bestehen aus zwei oder mehr Spiegeln, zwischen denen Licht hin und her läuft. In stabilen Resonatoren ergeben sich stationäre Feldverteilungen, die so genannten Moden. Man unterscheidet zwischen axialen oder longitudinalen Moden und transversalen Moden. Longitudinale Moden beschreiben die Intensitätsverteilung in Richtung der Laserachse. Sie werden durch die Anzahl q der Maxima der stehenden Welle, die sich zwischen den Resonatorspiegeln bildet, charakterisiert. Die Resonatorlänge L eines linearen Resonators muss ein ganzzahliges Vielfaches der halben Wellenlänge λ sein, d.h. es gilt die folgende Resonanzbedingung:

$$L = q \cdot \frac{\lambda_q}{2} \quad (2.1)$$

mit $q = 1, 2, \dots$. Jeder Mode q hat also eine andere Lichtfrequenz ν_q :

$$\nu_q = \frac{c}{\lambda_q} = q \cdot \frac{c}{2L}. \quad (2.2)$$

Es gibt unendlich viele dieser axialen Moden im Frequenzabstand von

$$\Delta\nu = \frac{c}{2L}. \quad (2.3)$$

Die Intensitätsverteilung über den Querschnitt des Lasers beschreiben die transversalen Moden. Im Grundmode liegt ein Gaußprofil vor, bei dem an den Spiegeln die Krümmungsradien der Phasenflächen mit denen der Spiegel übereinstimmen. Die Intensitätsverteilungen der höheren Moden sind komplizierter und hängen unter anderem von der Geometrie der Resonator-Spiegel ab. Sie unterscheiden sich durch die Anzahl der Nullstellen m, n in x - und y -Richtung (kartesische Koordinaten) bei quadratischen Spiegeln bzw. in r - und ϕ -Richtung (Polarkoordinaten) bei runden Spiegeln, falls die transversalen Frequenzen nicht vollständig entartet sind. Die Struktur der Transversalmoden ist unabhängig von der der Longitudinalmoden. Insgesamt ist jeder Mode durch Angabe von m, n und q eindeutig charakterisiert. Man bezeichnet die verschiedenen Moden mit TEM_{mnq} (TEM = Wellen mit **t**ransversaler **e**lektrischer und **m**agnetischer Feldstärke), häufig auch nur mit TEM_{mn} . Für die Frequenzen der Moden eines linearen optischen Resonators der Länge L mit runden sphärischen Spiegeln der Krümmungsradien R_1 und R_2 gilt

$$\nu_{mnq} = \frac{c}{2L} \left(q + \frac{m + 2n + 1}{\pi} \arccos(\sqrt{g_1 g_2}) \right) \quad \text{mit } g_i = 1 - L/R_i. \quad (2.4)$$

In einem aktiven Resonator können nur Moden anschwingen, für die eine Schwellenbedingung bei der Verstärkung erfüllt ist. Es werden jeweils die Frequenzen, die einem Energieübergang im aktiven Medium entsprechen, verstärkt. Die 632,8 nm-Linie des Neons hat aufgrund von Dopplerverbreiterung etwa eine Breite des Lasergewinns (gain) von 1,5 GHz, so dass bei unserem Helium-Neon-Laser immer gleich mehrere Moden in diesem Frequenzbereich anschwingen. Abbildung 2.1 veranschaulicht den eben beschriebenen physikalischen Sachverhalt.

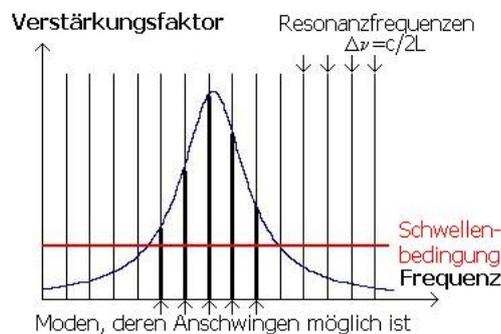


Abbildung 2.1: Verstärkung axialer Moden

2.1.2 Gaußstrahlen

In diesem Abschnitt beschäftigen wir uns mit der Ausbreitung von Laserstrahlen im einfachsten Fall, dem so genannten Grundmode. Die Wellenfronten im Fernfeld sind sphärisch. Die transversale Intensitätsverteilung wird durch eine Gaußfunktion beschrieben. Solche Strahlen nennt man daher auch Gaußstrahlen. Wir werden nun mit Hilfe einiger Näherungen zeigen, dass Gaußstrahlen Lösung der Maxwellgleichungen sind und dass sie durch nur zwei Parameter, die Rayleighlänge z_R und die Wellenlänge λ , vollständig beschrieben werden können. Die Herleitung ist „Coherent Optics“ [9] entnommen.

Aus den Maxwellgleichungen für den strom- und ladungsfreien Fall kann man die Wellengleichung für das elektrische Feld $\vec{E}(x, y, z, t)$ herleiten:

$$\Delta \vec{E} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2} = 0 \quad (2.5)$$

Die Form des Gaußstrahls ändert sich zeitlich nicht. Der zeitabhängige Term ist ein reiner Phasenterm. Außerdem betrachten wir nur eine feste Wellenlänge λ . Die Wellengleichung (2.5) lässt sich daher zur Helmholtzgleichung vereinfachen.

$$\Delta \vec{E}(x, y, z) + k^2 \vec{E}(x, y, z) = 0 \quad (2.6)$$

mit $k = 2\pi/\lambda$. Ausgehend von einer ebenen Welle, die sich in z -Richtung ausbreitet ($E_0 \cdot e^{-ikz}$), wählen wir den Ansatz

$$E(x, y, z) = \Psi(x, y, z) e^{-ikz}, \quad (2.7)$$

wobei die Funktion $\Psi(x, y, z)$ das transversale Profil des Strahls berücksichtigt. Setzen wir diesen Ansatz in die Helmholtzgleichung (2.6) ein, so erhalten wir eine Differentialgleichung für die Funktion $\Psi(x, y, z)$:

$$\frac{\partial^2 \Psi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \Psi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \Psi}{\partial z^2} - 2 \frac{\partial \Psi}{\partial z} ik = 0. \quad (2.8)$$

Unter der Annahme, dass sich die Amplitude in z -Richtung nur sehr wenig ändert, können wir den Term $\partial^2 \Psi / \partial z^2$ vernachlässigen. Die paraxiale Wellengleichung lautet nun also

$$\frac{\partial^2 \Psi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \Psi}{\partial y^2} - 2 \frac{\partial \Psi}{\partial z} ik = 0. \quad (2.9)$$

Wir nehmen eine Lösung der Form

$$\Psi(x, y, z) = e^{iQ(z)(x^2+y^2)} e^{-iP(z)} \quad (2.10)$$

an. Bei geschickter Wahl von $Q(z)$ und $P(z)$ erhalten wir eine ebene Welle mit Gauß'scher Amplitudenverteilung. Dabei wird $Q(z)$ Informationen über die Halbwertsbreite des Gaußprofils und $P(z)$ Phaseninformationen enthalten.

Bilden wir nun die partiellen Ableitungen von Ψ und setzen sie in die paraxiale Wellengleichung (2.9) ein. Dies führt auf

$$\left(2Q^2 + k \frac{\partial Q}{\partial z}\right) (x^2 + y^2) + \left(2iQ + k \frac{\partial P}{\partial z}\right) = 0. \quad (2.11)$$

Da die Gleichung für alle x - und y -Werte erfüllt sein muss, erhalten wir folgende Bedingungen für P und Q :

$$2Q^2 + k \frac{\partial Q}{\partial z} = 0 \quad (2.12)$$

$$2iQ + k \frac{\partial P}{\partial z} = 0 \quad (2.13)$$

Nun führen wir durch Substitution einen neuen Parameter q ein:

$$q := \frac{k}{2Q}. \quad (2.14)$$

Gleichungen (2.12) und (2.13) vereinfachen sich zu

$$\frac{\partial q}{\partial z} = 1 \quad (2.15)$$

$$\frac{\partial P}{\partial z} = \frac{-i}{q}. \quad (2.16)$$

Integration von Gleichung (2.15) führt auf

$$q = z + q_0. \quad (2.17)$$

Die Integrationskonstante q_0 wählen wir rein imaginär, d.h. $q_0 = iz_R$ mit einer reellen Zahl z_R , da sonst eine Singularität in $\partial Q/\partial z$ auftreten würde. Mit Hilfe von Gleichung (2.16) kann auch noch $P(z)$ berechnet werden.

Einsetzen von $Q(z)$ und $P(z)$ in Gleichung (2.10) liefert nach längerer Rechnung:

$$\Psi = \underbrace{\frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{z}{z_R}\right)^2}} \exp\left\{-\frac{kz_R(x^2 + y^2)}{2(z^2 + z_R^2)}\right\}}_{\text{Amplitude}} \underbrace{\exp\left\{i \arctan\left(\frac{z}{z_R}\right) - \frac{ikz(x^2 + y^2)}{2(z^2 + z_R^2)}\right\}}_{\text{Phase}}. \quad (2.18)$$

Der Amplitudenterm beschreibt eine Gaußfunktion mit der $1/e$ -Begrenzung $w(z)$. Es gilt

$$w(z) = \sqrt{\frac{2(z^2 + z_R^2)}{kz_R}}. \quad (2.19)$$

Die Begrenzung gibt an, in welchem Abstand $r = \sqrt{(x^2 + y^2)}$ von der z -Achse die Amplitude auf das $1/e$ -fache und damit die Intensität auf das $1/e^2$ -fache abgesunken ist. Sie hat ein Minimum an der Stelle $z = 0$, der so genannten Strahltille, und wächst mit dem Betrag von z kontinuierlich an. Es gilt

$$w_0 := w(z = 0) = \sqrt{\frac{2z_R}{k}} = \sqrt{\frac{z_R \lambda}{\pi}}. \quad (2.20)$$

Der zweite Term in Gleichung (2.18) enthält Informationen über die Phasenflächen. Um den Krümmungsradius $R(z)$ der Phasenflächen zu erhalten, setzen wir zum Vergleich eine paraxiale Kugelwelle an:

$$\frac{1}{R} e^{-ikR} \approx \frac{1}{z} e^{-ikz} e^{-\frac{ik(x^2 + y^2)}{2R}}. \quad (2.21)$$

In dieser paraxialen Näherung haben wir angenommen, dass im Fernfeld gilt $z^2 \gg x^2 + y^2$ und $z \approx R$. Wir erhalten

$$R(z) = \frac{z^2 + z_R^2}{z} = z \left[1 + \left(\frac{\pi w_0^2}{\lambda z} \right)^2 \right]. \quad (2.22)$$

Im Nahfeld, d.h. für kleine Werte von z ($z \ll 1$) wird der Krümmungsradius beliebig groß. In der Nähe der Strahltille haben wir also ebene Wellen. Für große Werte von z geht $R(z)$ gegen z , d.h. im Fernfeld verhält sich der Gaußstrahl wie eine Kugelwelle mit Zentrum $z = 0$. Der Strahlradius nähert sich dabei einer Asymptote durch den Punkt $z = 0$ mit dem Winkel θ_0 zur z -Achse.

Es gilt

$$\theta_0 = \lim_{z \rightarrow \infty} \frac{w(z)}{z} = \lim_{z \rightarrow \infty} \frac{w_0 \sqrt{1 + \left(\frac{z}{z_R}\right)^2}}{z} = \frac{w_0}{z_R}. \quad (2.23)$$

Dies lässt sich mittels $z_R = \pi w_0^2 / \lambda$ umschreiben zu

$$w_0 \theta_0 = \frac{\lambda}{\pi}. \quad (2.24)$$

Dieses so genannte Strahlparameterprodukt bleibt beim Durchgang durch ein beliebiges lineares optisches System konstant.

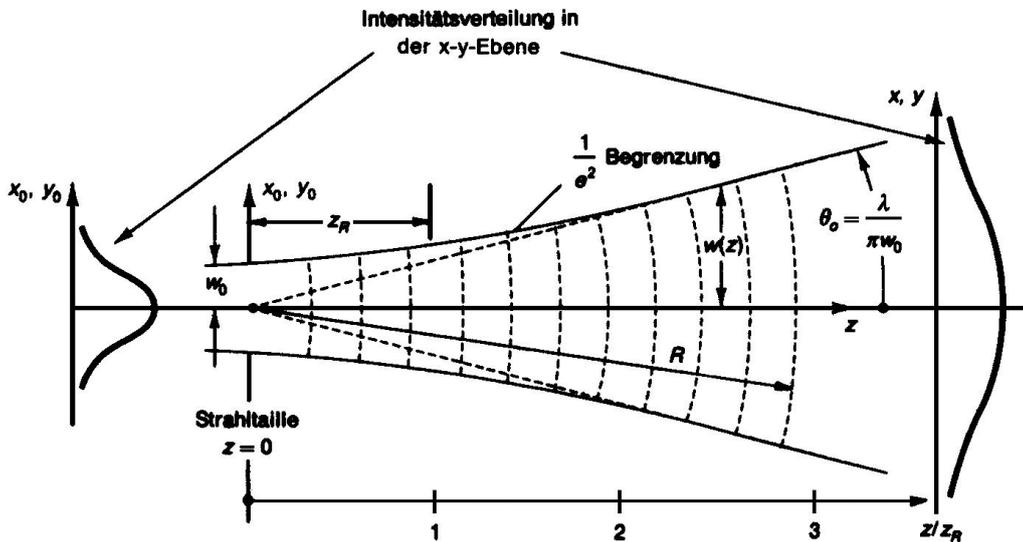


Abbildung 2.2: Ausbreitung eines Gaußstrahls von der Strahltaille zum Fernfeld [11]

In Abbildung 2.2 ist das Profil eines Gaußstrahls dargestellt. Sie zeigt, wie der Strahldurchmesser bei Ausbreitung in z -Richtung von der Strahltaille aus immer breiter wird und gegen den Öffnungswinkel θ_0 läuft. Am linken und rechten Bildrand ist die Intensitätsverteilung in der x - y -Ebene durch die Strahltaille bzw. einer Ebene parallel dazu im Abstand z von der Strahltaille skizziert. Die Größe z_R nennt man die Rayleighlänge. Sie gibt an, in welchem Abstand von der Strahltaille der Strahlradius auf das $\sqrt{2}$ -fache angestiegen ist.

Zwischen dem Parameter $q(z)$, dem Strahlradius $w(z)$ und dem Krümmungsradius der Phasenflächen $R(z)$ besteht folgender Zusammenhang:

$$\frac{1}{q(z)} = \frac{1}{z + iz_R} = \frac{z - iz_R}{z^2 + z_R^2} = \frac{1}{R(z)} - i \frac{\lambda}{\pi w^2(z)}. \quad (2.25)$$

2.1.3 Matrixmethoden der geometrischen Optik

Die Ausbreitung von Licht durch optische Systeme, deren Abmessungen sehr groß gegenüber der Wellenlänge des Lichts sind, lässt sich näherungsweise durch die geometrische Optik beschreiben. Betrachtet werden Lichtstrahlen, die sich geradlinig ausbreiten und an Grenzflächen zweier Medien mit unterschiedlichen Brechungsindizes gebrochen werden. Im Allgemeinen ist es aufwändig, den Verlauf von Lichtstrahlen durch komplexe optische Systeme zu berechnen, da bei jeder Brechung Sinusterme auftreten. Für Lichtstrahlen, die einen sehr geringen Abstand zur optischen Achse und einen kleinen Öffnungswinkel gegenüber der optischen Achse des Systems haben, lässt sie sich jedoch stark vereinfachen. In einer fest gewählten Ebene durch die optische Achse lässt sich ein Lichtstrahl in jedem Punkt eindeutig durch seinen Abstand r von der optischen Achse und seinen Winkel α zur optischen Achse, d.h. durch einen Vektor $(r \ \alpha)^t$ charakterisieren. α wird hier als der Winkel zwischen Ausbreitungsrichtung des Lichtstrahls und der optischen Achse in positiver Richtung definiert. Die Definition des Strahlvektors ist in der Literatur jedoch nicht einheitlich.

Betrachten wir nun den Übergang von einem Medium mit Brechungsindex n_1 in ein Medium mit Brechungsindex n_2 an einer ebenen Grenzfläche, die senkrecht zur optischen Achse liegt. Für den Einfallswinkel α_1 und den Winkel α_2 des gebrochenen Strahls gilt das Snellius'sche Brechungsgesetz:

$$n_1 \sin(\alpha_1) = n_2 \sin(\alpha_2). \quad (2.26)$$

Für kleine Winkel gilt die paraxiale Näherung $\sin(\alpha) \approx \tan(\alpha) \approx \alpha$. Das Brechungsgesetz vereinfacht sich zu

$$n_1 \alpha_1 = n_2 \alpha_2. \quad (2.27)$$

Der Abstand zur optischen Achse ist vor und nach der Brechung gleich. Es lassen sich also der Abstand r_2 und der Winkel α_2 eines Lichtstrahls nach dem Durchgang durch eine Grenzfläche als Linearkombination des Abstands r_1 und des Winkels α_1 vor dem Durchgang schreiben. In Matrixschreibweise erhalten wir

$$\begin{pmatrix} r_2 \\ \alpha_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & n_1/n_2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} r_1 \\ \alpha_1 \end{pmatrix} \quad (2.28)$$

mit der Brechungsmatrix

$$M_{Br} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & n_1/n_2 \end{pmatrix}. \quad (2.29)$$

Auf ähnliche Weise lassen sich Matrizen für die Brechung an gekrümmten Flächen, für Linsen, für Spiegel und für ungestörte Ausbreitung herleiten. Mit Hilfe dieser so genannten Strahlmatrizen kann der Strahlverlauf durch ein beliebiges optisches System beschrieben werden. Besteht das System aus n optischen Elementen mit den Strahlmatrizen M_1, M_2, \dots, M_n , so erhält man die Strahlmatrix des Gesamtsystems durch Multiplikation der einzelnen Strahlmatrizen:

$$M_{ges} = M_n \cdot M_{n-1} \cdot \dots \cdot M_1. \quad (2.30)$$

Für den Resonator benötigen wir die Strahlmatrix für einen sphärischen Spiegel mit der Brennweite f :

$$M_S = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1/f & 1 \end{pmatrix} \quad (2.31)$$

und die Strahlmatrix für die ungestörte Ausbreitung entlang einer Strecke der Länge L :

$$M_L = \begin{pmatrix} 1 & L \\ 0 & 1 \end{pmatrix}. \quad (2.32)$$

Die Form der Spiegelmatrix bleibt beim Einfall unter einem Winkel θ auf die sphärischen Spiegel gleich. Es ist jedoch zu berücksichtigen, dass sich die Brennweite der Spiegel beim schrägen Einfall durch Astigmatismus verändert. Die Änderung ist abhängig von der betrachteten Einfallsebene. Für ein sagittales Strahlenbündel (Strahlen in einer Ebene senkrecht zur Resonatorebene) gilt $f_x = f/\cos(\theta)$, für das tangentielle Strahlenbündel (Strahlen in einer Ebene parallel zur Resonatorebene) $f_y = f \cdot \cos(\theta)$.

Auch an den Brewsterfenstern spielt der Astigmatismus eine Rolle. Brewsterfenster bewirken einen Strahlversatz ohne Winkeländerung. Die Strahlmatrix hat also die Form einer Translationsmatrix. Die Länge, die der Strecke L bei der ungestörten Ausbreitung entspricht, hängt nun von der Dicke d des Brewsterfensters und von der betrachteten Einfallsebene ab. Für die sagittale Ebene beträgt sie $d_x = \frac{d\sqrt{n^2+1}}{n^2}$, für die tangentielle $d_y = \frac{d\sqrt{n^2+1}}{n^4}$.

2.1.4 ABCD-Gesetz

Gegeben sei ein beliebiges optisches System mit der Strahlmatrix

$$M = \begin{pmatrix} A & B \\ C & D \end{pmatrix}.$$

Wir haben gesehen, dass dann zwischen den Abständen r_1 und r_2 von der optischen Achse und den Winkeln α_1 und α_2 zur optischen Achse vor und nach dem Durchgang durch das optische System folgender Zusammenhang besteht:

$$r_2 = Ar_1 + B\alpha_1 \quad (2.33)$$

$$\alpha_2 = Cr_1 + D\alpha_1. \quad (2.34)$$

Für den Krümmungsradius R einer Wellenfront gilt in paraxialer Näherung

$$\alpha \approx \sin \alpha = \frac{r}{R}. \quad (2.35)$$

Wir erhalten folgenden Zusammenhang zwischen den Krümmungsradien R_1 und R_2 vor und nach dem Durchgang durch das optische System:

$$R_2 = \frac{r_2}{\alpha_2} = \frac{Ar_1 + B\alpha_1}{Cr_1 + D\alpha_1} = \frac{AR_1 + B}{CR_1 + D}. \quad (2.36)$$

Man kann zeigen, dass Transformationsgesetze für gewöhnliche Kugelwellen exakt auf Gaußwellen übertragbar sind. Dabei entspricht der Krümmungsradius R bei den gewöhnlichen Kugelwellen dem Parameter q der Gaußstrahlen. Das ABCD-Gesetz für Gaußstrahlen lautet also

$$q_2 = \frac{Aq_1 + B}{Cq_1 + D}. \quad (2.37)$$

2.1.5 Stabilitätsbedingungen für optische Resonatoren

Mit Hilfe des ABCD-Gesetzes für Gaußstrahlen lässt sich eine Stabilitätsbedingung für optische Resonatoren herleiten. Sei dazu die ABCD-Matrix M_{OR} für einen kompletten Resonatorumlauf von einem beliebigen Startpunkt aus gegeben. Wir fordern nun, dass der Strahl nach einem Umlauf wieder in sich selbst übergeht. Das heißt, dass der Krümmungsradius R der Phasenflächen und der Strahlradius w , und damit auch der Strahlparameter q , vor und nach dem Umlauf wieder übereinstimmen müssen.

Es soll also gelten:

$$q_2 = q_1 = q. \quad (2.38)$$

Setzen wir diese Forderung in das ABCD-Gesetz (2.37) ein, so erhalten wir

$$q = \frac{Aq + B}{Cq + D}. \quad (2.39)$$

Dies führt nach wenigen Umformungen auf eine quadratische Gleichung in q :

$$Cq^2 + (D - A)q - B = 0. \quad (2.40)$$

Nun dividieren wir beide Seiten durch $-q^2$ und erhalten

$$B\frac{1}{q^2} - (D - A)\frac{1}{q} - C = 0. \quad (2.41)$$

Nach der Mitternachtsformel hat diese Gleichung die Lösungen

$$\frac{1}{q} = \frac{(D - A) \pm \sqrt{(D - A)^2 + 4BC}}{2B}. \quad (2.42)$$

Die Strahlmatrizen der einzelnen optischen Elemente eines optischen Resonators haben alle die Determinante 1. Nach dem Determinantenmultiplikationssatz ist die Determinante eines Matrizenprodukts gleich dem Produkt der Determinanten der einzelnen Matrizen. Damit gilt:

$$\det M_{OR} = AD - BC = 1. \quad (2.43)$$

Wir können den Ausdruck $4BC$ unter der Wurzel in Gleichung (2.42) also durch $4AD - 4$ ersetzen. Außerdem multiplizieren wir den Radikanden mit -1 und schreiben dafür den Faktor i vor die Wurzel und erhalten somit nach Umformen des Radikanden mit Hilfe der Binomischen Formeln:

$$\frac{1}{q} = \frac{(D - A)}{2B} \pm i \frac{\sqrt{4 - (A + D)^2}}{2B}. \quad (2.44)$$

Wir haben nun eine Aufspaltung von $1/q$ in Real- und Imaginärteil erreicht.¹

¹Bei der Umformung von Gleichung (2.39) zu Gleichung (2.44) werden in der Literatur häufig keine Zwischenschritte, teilweise sogar falsche Zwischenschritte angegeben.

Durch Vergleich mit Gleichung (2.25) erhalten wir einen direkten Zusammenhang zwischen dem Krümmungsradius R der Phasenflächen bzw. dem Strahlradius w am Startpunkt des Umlaufs und den Einträgen der ABCD-Matrix:

$$w^2 = \left| \frac{2\lambda B}{\pi \sqrt{4 - (A + D)^2}} \right| \quad (2.45)$$

$$R = \frac{2B}{D - A}. \quad (2.46)$$

Da der Strahlradius eine reelle Größe ist, muss der Radikand in Gleichung (2.44) größer als Null sein. Als Stabilitätsbedingung erhalten wir

$$|A + D| < 2. \quad (2.47)$$

An der Strahltaile ist die Phasenfläche eine Ebene, der Krümmungsradius ist also unendlich groß. Dort gilt als weitere Bedingung $A = D$.

Eine andere Überlegung, die auf die gleiche Stabilitätsbedingung führt, beruht auf der Betrachtung der Eigenwerte α und der zugehörigen Eigenvektoren u der ABCD-Matrix M_{OR} . Diese Größen erfüllen die Gleichung

$$M_{OR}u = \alpha u, \quad (2.48)$$

wobei es zu jedem Eigenwert α mindestens einen Eigenvektor $u \neq 0$ gibt. Lösen der Eigenwertgleichung

$$\det M_{OR} - \alpha E = 0 \quad (2.49)$$

führt auf

$$\alpha^2 - (A + D)\alpha + 1 = 0, \quad (2.50)$$

wobei wieder $AD - BC = 1$ verwendet wurde. Die Lösungen dieser Gleichung sind

$$\alpha_{1,2} = \frac{A + D \pm \sqrt{(A + D)^2 - 4}}{2}. \quad (2.51)$$

Ist der Betrag eines reellen Eigenwerts größer als 1, so werden die Eigenvektoren gestreckt. Der Strahl läuft also sehr schnell aus dem Resonator heraus, so dass dieser nicht stabil ist.

Da das Produkt der beiden Eigenwerte 1 ist, müssen sie reine Phasenterme mit Betrag 1 sein, damit der Resonator stabil ist, d.h. sie müssen von der Form $e^{i\varphi}$ sein. Dies ist erfüllt, wenn der Radikand in Gleichung (2.51) negativ ist, was genau dann der Fall ist, wenn die Stabilitätsbedingung (2.47) erfüllt ist. Der Strahl geht nach einem Umlauf wieder in sich selbst über. Die kritischen Randwerte der Stabilitätsbedingung entsprechen den Eigenwerten $\alpha = \pm 1$. Für $\alpha = 1$ kehrt der Strahl nach einem Resonatorumlauf zu seiner ursprünglichen Ablenkung und Neigung zurück, für $\alpha = -1$ haben Ablenkung und Neigung jeweils das umgekehrte Vorzeichen bezüglich des ursprünglichen Strahls.

Auch wenn der Strahl für diese Randwerte perfekt wieder in sich übergeht, sollte man Werte im Inneren des Stabilitätsbereichs wählen, da sonst bei kleinster Fehljustage der Resonator instabil wird. In [2] wird das Stabilitätsverhalten bei Fehljustage diskutiert und in erweiterten ABCD-Matrizen berücksichtigt. Außerdem wird eine etwas veränderte Stabilitätsbedingung hergeleitet.

2.2 Helium-Neon-Laser

Helium-Neon-Laser sind ein wichtiger Vertreter der Gaslaser. Das Helium-Neon-Gemisch befindet sich in einem Glasrohr mit einem typischen Durchmesser von 1 mm und einer Länge von 100 – 500 mm. Das Helium dient ausschließlich dem optischen Pumpprozess, die Laserübergänge finden im Neon statt.

In Abbildung 2.3 sind die Energieterme, die für die Funktion des Lasers wichtig sind, dargestellt. Durch elektrische Gasentladung werden die Helium-Atome vom Grundzustand in den 2^1s_0 - oder den 2^3s_1 -Zustand, welche beide metastabil sind, angeregt. Die $3s$ und $2s$ Niveaus des Neons haben etwa die gleiche Anregungsenergie wie die beiden oben genannten Helium-Niveaus. Die Anregungsenergie eines Helium-Atoms kann daher durch einen Stoß mit einem Neon-Atom nahezu resonant auf dieses übertragen werden (Stoß 2. Art). Die Energiedifferenz bei dem Stoß wird in kinetische Energie umgewandelt. Es entsteht eine Überbesetzung der $3s$ - und $2s$ -Niveaus des Neons. Auch direkte Elektron-Neon-Stöße tragen zum Pumpprozess bei, der Hauptpumpmechanismus basiert jedoch auf den Elektron-Helium- und Helium-Neon-Stößen.

Nun sind nach den Auswahlregeln für elektrische Dipolübergänge Übergänge zu p -Zuständen möglich. Die Übergänge von den $3s$ -Zuständen in die $2p$ -Zustände liegen im sichtbaren Bereich. Die größte Verstärkung findet beim Übergang $3s_2 \rightarrow 2p_4$ statt. Dieser entspricht einer Wellenlänge von 632,8 nm (rot). Das $2s$ -Niveau zerfällt durch spontane Emission innerhalb von 10 ns in den langlebigen $1s$ -Zustand. Eine Entleerung dieses Zustandes ist nur durch Stöße mit der Wand des Entladungsrohres möglich. Je kleiner der Durchmesser des Rohres ist, desto mehr nimmt die Verstärkung zu. Durch den Rohrdurchmesser wird jedoch die Ausgangsleistung des Lasers auf einige Milliwatt beschränkt.

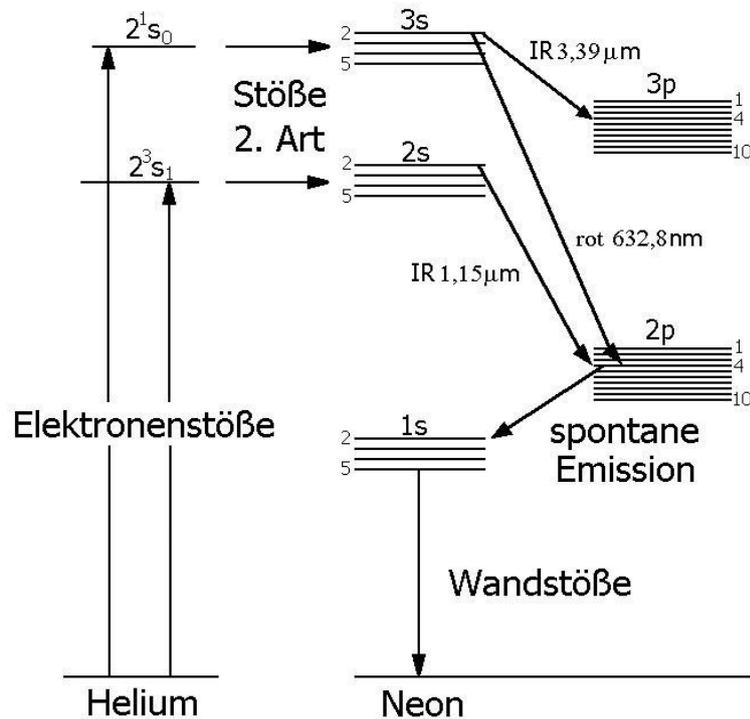


Abbildung 2.3: Energieterm-Schema

Die Übergänge von den $2s$ - zu den $2p$ -Niveaus bzw. von den $3s$ - zu den $3p$ -Niveaus liegen im infraroten Bereich. Die wichtigsten Übergänge sind der Übergang $2s_2 \rightarrow 2p_4$ ($1,15\mu\text{m}$) und der Übergang $3s_2 \rightarrow 3p_4$ ($3,39\mu\text{m}$). Letzterer spielt eine besonders wichtige Rolle, da hier aufgrund der kurzen Lebensdauer des $3p$ -Niveaus die Besetzungsinversion und damit die Kleinsignalverstärkung besonders hoch ist. In $632,8\text{-nm}$ -Helium-Neon-Lasern ist entweder das Glasrohr durch Glas- bzw. Quarz-Brewsterfenster abgeschlossen, welche die $3,39\mu\text{-m}$ -Strahlung stark absorbieren, oder es sind selektive Resonatorspiegel eingebaut, so dass die Pumpschwellenrate für die $3,39\mu\text{-m}$ -Strahlung über der der $632,8\text{-nm}$ -Strahlung liegt. Die Brewsterfenster bewirken eine Polarisation des Laserlichtes. Denn das zur Zeichenebene parallel polarisierte Licht (siehe Abb. 2.4) erfährt beim Eintritt in das Quarz oder Glas unter dem Brewsterwinkel keine Reflexionsverluste, wogegen es beim senkrecht polarisierten Licht durch die hohen Verluste nicht zum Anschwingen kommt.

Während die Resonatorspiegel früher separat montiert waren, sind sie heute meist direkt mit dem Entladungsrohr verschmolzen. Für den betrachteten Versuchsaufbau wird ein diskret aufgebauter He-Ne-Laser verwendet, damit die ursprünglichen Spiegel durch spezielle Spiegel für den gewünschten Einfallswinkel ausgetauscht werden können. Die verwendete Laserröhre ist in Abbildung 2.4 dargestellt.

Die Hochspannungsquelle liefert eine Gleichspannung von ca. 3 kV bei einer Stromstärke von 8 mA. Die Zündspannung liegt bei 5 kV bis 6 kV.

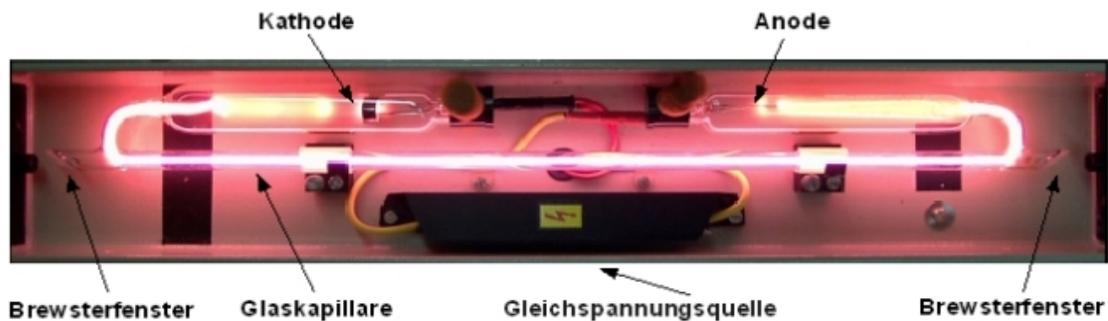


Abbildung 2.4: Laserröhre

2.3 Dielektrische Vielschichtenspiegel und Strahlteiler

Da die Verstärkung in einem Helium-Neon-Laserresonator sehr schwach ist ($g = 0,1/\text{m}$), werden Spiegel mit einem möglichst hohen Reflexionsvermögen benötigt. Dazu werden durchsichtige Schichten auf die Oberfläche der Spiegel-Substrate aufgebracht. Bei senkrechtem Einfall wählt man für eine feste Wellenlänge λ Schichten der optischen Dicke $nd = \lambda/4$. Liegt der Brechungsindex n der dielektrischen Beschichtung über dem Brechungsindex von Glas, so tritt bei der Reflexion an der Grenzfläche zwischen Luft und dielektrischer Schicht ein Phasensprung von π auf, jedoch nicht an der Grenzschicht zwischen dielektrischer Schicht und Glas. Der gesamte Gangunterschied zwischen den beiden reflektierten Strahlen beträgt also $\delta s = 2\lambda/4 + \lambda/2 = \lambda$. Sie überlagern sich konstruktiv und damit erhöht sich das Reflexionsvermögen. Werden abwechselnd hochbrechende und niedrigbrechende dielektrische Schichten der optischen Dicke $nd = n'd' = \lambda/4$ aufgebracht, so können bei senkrechtem Einfall Reflexionsgrade von über 99% erreicht werden.

Fällt das Licht unter einem Einfallswinkel α ein, so muss die Dicke der Schichten so gewählt werden, dass der Gangunterschied zwischen zwei benachbarten reflektierten Strahlen wieder ein Vielfaches von λ beträgt. Dabei ist zu beachten, dass sich die Phasensprünge an Grenzflächen bei Einfallswinkeln, die kleiner als der Brewsterwinkel sind, für parallel und senkrecht zur Einfallsebene polarisiertes Licht unterscheiden.

Ebenso kann man den Reflexionsgrad durch das Aufbringen dielektrischer Schichten vermindern. Wählt man den Brechungsindex und die Dicke der Schicht so, dass der optische Gangunterschied für gewünschte Wellenlänge und Einfallswinkel zwischen zwei benachbarten reflektierten Strahlen $\lambda/2$ beträgt, so kommt es zu destruktiver Interferenz und der Reflexionskoeffizient ist gleich Null. Die Entspiegelung findet zum Beispiel bei Strahlteilern Anwendung.

2.3.1 Transfermatrizen

Den Reflexionsgrad beliebiger Mehrschichten in Abhängigkeit vom Einfallswinkel kann man mit Hilfe von Transfermatrizen berechnen.

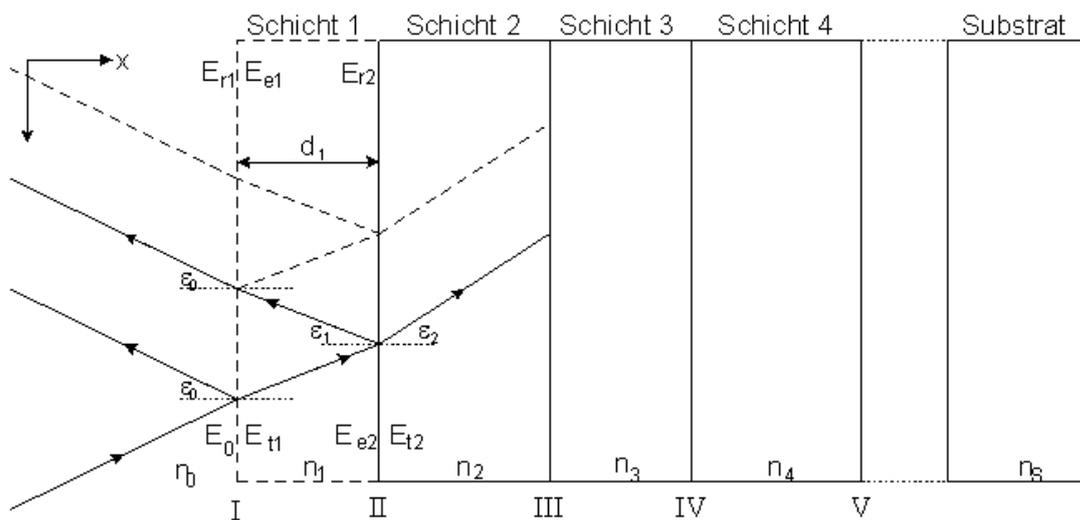


Abbildung 2.5: Vielschichteninterferenz

Wir beschränken uns zunächst auf Wellen, deren elektrischer Feldvektor \vec{E} senkrecht zur Einfallsebene polarisiert ist, und betrachten nur die erste der N Schichten. Das B -Feld schwingt senkrecht zum E -Feld und der Ausbreitungsrichtung. Abbildung 2.5 zeigt die Strahlreflexion an den beiden Grenzflächen. Die angegebenen Feldstärken sind Gesamtgrößen, die auch Mehrfachreflexion erfassen. Sie sind wie folgt bezeichnet:

r_k : Summe aller von Grenzfläche k aus nach links laufenden Wellen

t_k : Summe aller von Grenzfläche k aus nach rechts laufenden Wellen

e_k : Summe aller vom Inneren von Schicht 1 auf Grenzfläche k treffenden Wellen

k : Gesamte Feldstärke an der Grenzfläche k , wobei $k \in \{1, 2\}$.

Die Indizes für die magnetische Induktion werden analog definiert.

Wir nehmen an, dass die Dicke d_1 der Schicht in der Größenordnung der Wellenlänge λ liegt, so dass die Kohärenzlänge groß im Vergleich zu Gangunterschieden des Lichts ist und wir von kohärentem Licht ausgehen können. Die einfallenden Strahlen sollen so breit sein, dass seitliche Strahlversetzungen vernachlässigbar sind.

Aus der Elektrodynamik wissen wir, dass die Tangentialkomponenten von \vec{E} und \vec{H} und die Normalkomponenten von \vec{d} und \vec{B} für zeitabhängige und statische Felder stetig sind. Für nicht magnetische Materialien ($\mu = 1$) ist auch die tangentiale Komponente B_y von B stetig. Es gelten die folgenden Gleichungen für die elektrische Feldstärke:

$$E_I = E_0 + E_{r1} = E_{t1} + E_{e1} \quad (2.52)$$

$$E_{II} = E_{e2} + E_{r2} = E_{t2} \quad (2.53)$$

Analoge Gleichungen gelten für die Tangentialkomponente des B -Feldes. Für ebene Wellen gelten die Gleichungen auch für die komplexen Amplituden, wobei die Phasenverschiebung ϕ_1 zwischen \hat{E}_{e2} und \hat{E}_{t1} bzw. \hat{E}_{e1} und \hat{E}_{r2} in Form eines Phasenfaktors $e^{i\phi}$ berücksichtigt werden muss. Es gilt

$$\phi_k = \frac{2\pi}{\lambda_0} n_k d_k \cos \varepsilon_k, \quad k = 1 \dots N. \quad (2.54)$$

Nach einigen Umformungen erhalten wir folgenden Zusammenhang zwischen den Feldstärken an den beiden Grenzflächen der ersten Schicht:

$$\begin{pmatrix} \hat{E}_I \\ \hat{B}_I \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos \phi_1 & i \frac{\sin \phi_1}{\gamma_1} \\ i \gamma_1 \sin \phi_1 & \cos \phi_1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \hat{E}_{II} \\ \hat{B}_{II} \end{pmatrix}, \quad (2.55)$$

mit dem γ -Parameter

$$\gamma_k = \frac{n_k}{c} \cos \varepsilon_k, \quad k = 1 \dots N, S. \quad (2.56)$$

Die Matrix

$$M_1 = \begin{pmatrix} m_{11} & m_{12} \\ m_{21} & m_{22} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos \phi_1 & i \frac{\sin \phi_1}{\gamma_1} \\ i \gamma_1 \sin \phi_1 & \cos \phi_1 \end{pmatrix} \quad (2.57)$$

wird als Transfermatrix bezeichnet. Transfermatrizen für beliebige andere Schichten haben dieselbe Form. Die Gesamttransfermatrix M_T eines Substrats mit N Schichten erhält man durch Multiplikation der Matrizen der einzelnen Schichten:

$$M_T = M_1 M_2 \dots M_N \quad (2.58)$$

mit

$$M_k = \begin{pmatrix} \cos \phi_k & i \frac{\sin \phi_k}{\gamma_k} \\ i \gamma_k \sin \phi_k & \cos \phi_k \end{pmatrix}, \quad k = 1 \dots N. \quad (2.59)$$

Der komplexe Reflexionsfaktor r und der Transmissionsfaktor t sind definiert über

$$r = \frac{\widehat{E}_{r1}}{\widehat{E}_0} \quad (2.60)$$

$$t = \frac{\widehat{E}_{t2}}{\widehat{E}_0} \quad (2.61)$$

Mit Hilfe der Beziehungen zwischen den Amplituden der Feldstärken erreicht man eine Darstellung des Reflexions- und Transmissionsfaktors als Funktionen der Matrixelemente:

$$t = \frac{2\gamma_0}{\gamma_0 m_{11} + \gamma_0 \gamma_S m_{12} + m_{21} + \gamma_S m_{22}} \quad (2.62)$$

$$r = \frac{\gamma_0 m_{11} + \gamma_0 \gamma_S m_{12} - m_{21} - \gamma_S m_{22}}{\gamma_0 m_{11} + \gamma_0 \gamma_S m_{12} + m_{21} + \gamma_S m_{22}} \quad (2.63)$$

Aus dem Reflexionsfaktor kann man schließlich den Reflexionsgrad ρ und den Transmissionsgrad τ berechnen. Es gilt

$$\rho = \frac{P_r}{P_e} = r r^* = |r|^2 \quad (2.64)$$

$$\tau = \frac{P_t}{P_e} = 1 - \rho. \quad (2.65)$$

Für den Fall, dass der E -Feld-Vektor parallel zur Einfallsebene liegt, gelten die eben hergeleiteten Formeln ebenfalls. Der Parameter γ_k ist jedoch durch $\gamma_k / (\cos \varepsilon_k)^2$ zu ersetzen.

2.3.2 Reflexions- und Transmissionseigenschaften der verwendeten Spiegel

Der im Rahmen der Arbeit aufgebaute Resonator des Ringlasers besteht aus zwei sphärischen Spiegeln und einem Planspiegel, die folgende Eigenschaften haben sollten: Die Reflexion der gekrümmten Spiegel sollte möglichst hoch sein. Bei der Bestellung habe ich angegeben, dass sie mindestens bei 99,97% liegen soll. Abbildung 2.6 zeigt die Ergebnisse einer Transmissionmessung mit den sphärischen Spiegel bei einem Einfallswinkel von 0° . Bei der Wellenlänge des Helium-Neon-Lasers von 633 nm liegt die Transmission bei ungefähr 0,01% bis 0,02% und damit die Reflexion über dem Mindestwert von 99,7%. Im Ringlaser sollen die Spiegel jedoch bei einem Einfallswinkel von 15° eingesetzt werden. Die Transmission bei gleicher Wellenlänge für größere Winkel entspricht der Transmission bei 0° für größere Wellenlängen. Da die Reflexion auch für etwas größere Wellenlängen noch im gewünschten Bereich liegt, sind die Spiegel problemlos bei 15° einsetzbar.

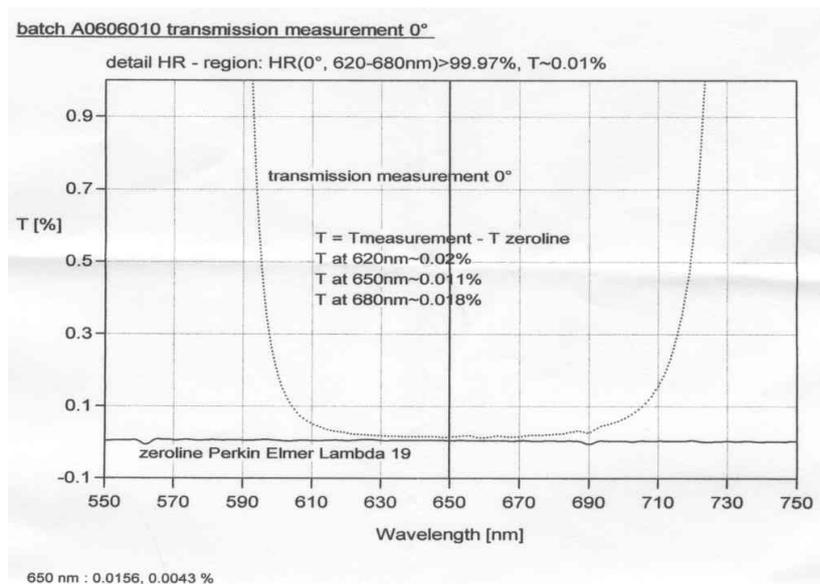


Abbildung 2.6: Transmission der sphärischen Spiegel für verschiedene Wellenlängen bei einem Einfallswinkel von 0°

Der Planspiegel dient im Resonator als Auskoppelspiegel, die Reflexion sollte daher nicht zu hoch sein. Ich habe bei der Bestellung eine gewünschte Reflexion von $(99 \pm 0,3)\%$ für p-polarisiertes Licht bei einem Einfallswinkel von 60° angegeben. In Abbildung 2.7 ist die Transmission des Planspiegels bei einem Einfallswinkel von 0° in Abhängigkeit von der Wellenlänge aufgetragen. Bei Wellenlängen zwischen 700 nm und 800 nm liegt sie im gewünschten Bereich. Dem Verlauf der

Reflexion in Abbildung 2.8 kann man entnehmen, dass die Transmission bei diesen Wellenlängen der Transmission für 633 nm bei Einfallswinkeln um 60° entspricht.

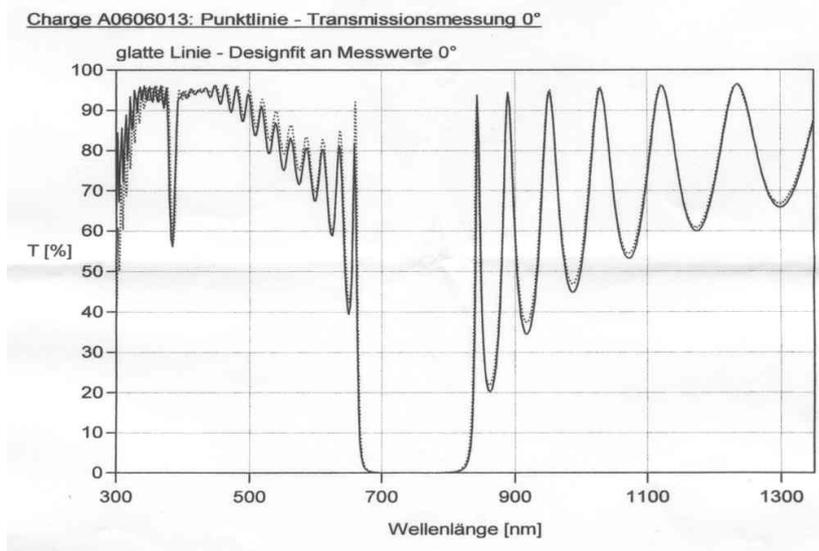


Abbildung 2.7: Transmission des Planspiegels für verschiedene Wellenlängen bei einem Einfallswinkel von 0°

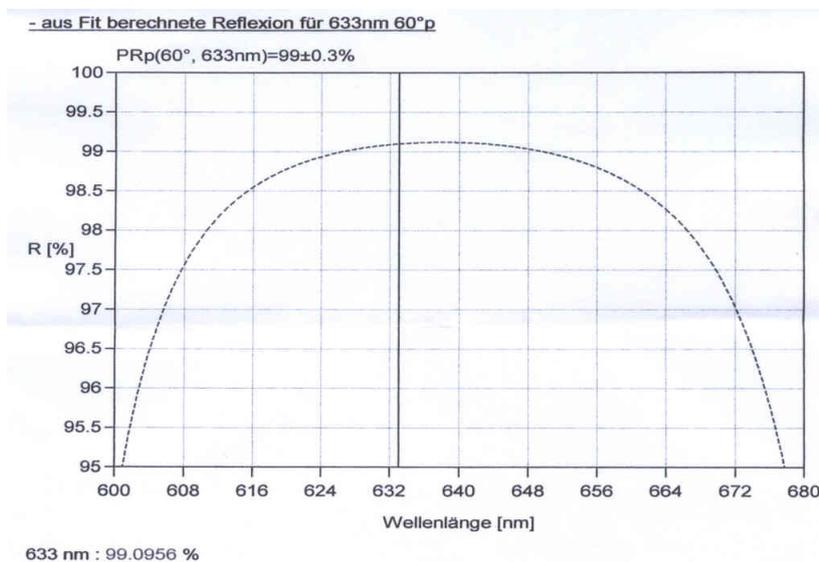


Abbildung 2.8: Reflexion des Planspiegels für p-polarisiertes Licht verschiedener Wellenlängen bei einem Einfallswinkel von 60°

2.4 Charakteristik der verwendeten Photodioden

Photodioden gehören zusammen mit den Photoelementen zu den Halbleiterdetektoren und nutzen den inneren Photoeffekt. Photoelemente bestehen aus p-dotiertem und n-dotiertem Material. Im nichtbeleuchteten Zustand bildet sich durch Diffusion von Ladungsträgern ein elektrisches Feld an der Grenzschicht. Photonen, die im p-n-Übergangsbereich auftreffen, werden absorbiert und es bilden sich Elektron-Loch-Paare, die durch das elektrische Feld getrennt werden. Dies führt zu einer äußeren Spannungsänderung. Bei der Photodiode wird der p-n-Übergang mit einer Vorspannung in Sperrichtung betrieben. Die Trennung der Ladungsträger bei Belichtung erhöht die elektrische Leitfähigkeit. Es fließt ein Strom, der proportional zur Beleuchtungsstärke ist. Da wir für unseren Versuch ein Spannungssignal brauchen, sind die verwendeten Photodioden jeweils an einen Impedanzwandler geschaltet, der ein dem Fotostrom proportionales Spannungssignal erzeugt.

Photodioden sind selektive Detektoren, d.h. ihre absolute spektrale Empfindlichkeit hängt von der Wellenlänge ab. Sie sind nur für bestimmte Spektralgebiete geeignet. Die Empfindlichkeit in diesen Bereichen ist dafür deutlich größer als bei thermischen Strahlungsempfängern. Ein weiterer Vorteil von Photodioden gegenüber anderen Detektoren ist die kurze Reaktionszeit. Diese hängt von der Fläche der Photodiode ab. Denn je größer die Fläche ist, desto größer wird die Sperrschichtkapazität.

Für meine Messungen habe ich drei verschiedene Silizium-Photodioden eingesetzt. Die schnelle Photodiode (S5973, Kapazität 1,6 pF, aktive Fläche 0,12 mm²), die Frequenzen bis zu 1 GHz auflösen kann, eignete sich zum Beispiel zum Vermessen der Frequenzen verschiedener Transversalmoden eines linearen Resonators. Die Resonatorlänge des Ringlasers habe ich mit einer langsameren Photodiode (S5971, Kapazität 3 pF, aktive Fläche 1,1 mm², 100 MHz) bestimmt, da diese aufgrund der größeren aktiven Fläche besser geeignete war. Für die Messung der Sagnacfrequenz war eine langsame Photodiode (S2506-02, Kapazität 15 pF, aktive Fläche 7,7 mm², 25 MHz) völlig ausreichend.

2.5 Verwendete elektronische Schaltung

Die Sagnacfrequenzen bei unserem Versuch liegen je nach Drehfrequenz zwischen 1 kHz und 500 kHz. Wir benötigen jedoch Frequenzen im hörbaren Bereich. Daher hat Manfred Bürzele die folgende elektronische Schaltung entworfen: Das Signal der Photodiode wird zunächst verstärkt. Dann werden niedrige Frequenzen ausgefiltert, damit am Lautsprecher kein Brummen zu hören ist, wenn der Ringlaser nicht rotiert. Anschließend wird das Signal als Referenzfrequenz an einen phasengekoppelten Regelkreis (PLL = phase-locked loop) angeschlossen.

Im PLL wird ein spannungsgeregelter Oszillator (VCO = voltage controlled oscillator) mit Hilfe eines Frequenzteilers und eines Phasenvergleichers in Frequenz und Phase mit der Referenzfrequenz verglichen und synchronisiert. Das Signal des VCOs enthält immer nur eine Frequenz, in unserem Fall die Sagnacfrequenz. Alle anderen Frequenzen werden herausgefiltert und auf diese Weise ein mögliches Rauschen unterdrückt. Um hörbare Frequenzen zu erreichen, wird die vom VCO ausgegebene Spannung schließlich an einen Frequenzteiler mit vier Ausgängen angelegt. Der erste Ausgang liefert ein Spannungssignal mit der halben Frequenz des ursprünglichen Signals. An den anderen Ausgängen wird das Signal jeweils weiter halbiert. Das Signal des vierten Ausgangs wird an einen weiteren Frequenzteiler angeschlossen. Die acht Ausgänge der beiden Frequenzteiler können über Jumper mit dem Lautsprecher verbunden werden. Es ist also möglich, die ursprüngliche Frequenz durch eine beliebige 2er-Potenz zwischen 2 und 256 zu teilen. Je nach Drehgeschwindigkeit sind verschiedene Frequenzbereiche geeignet. Ein Schaltplan befindet sich im Anhang C.

3 Aufbau des Ringlaser-Gyroskops

3.1 Versuchsanordnung

Das Ringlaser-Gyroskop setzt sich aus einem optischen, einem elektronischen und einem mechanischen Teil zusammen.

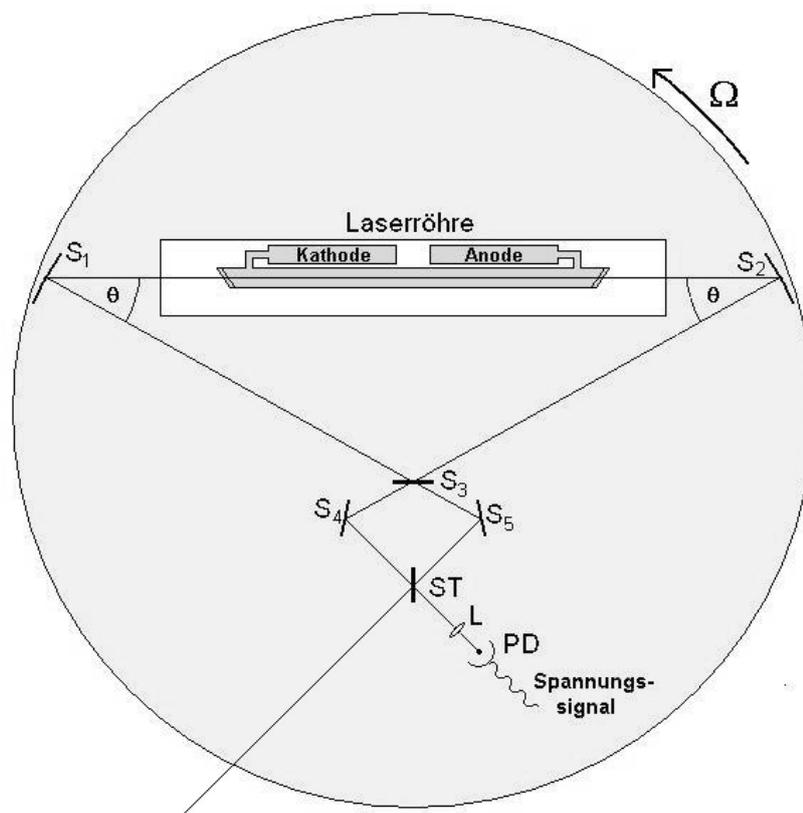


Abbildung 3.1: Optischer Versuchsaufbau: Das Licht des dreieckigen Resonators, bestehend aus den Spiegel S_1 bis S_3 , wird am Spiegel S_3 ausgekoppelt, über die Silberspiegel S_4 und S_5 auf den Strahlteiler (ST) gelenkt und durch die Linse (L) auf die Photodiode (PD) fokussiert.

Abbildung 3.1 zeigt den optischen Aufbau des Ringlaser-Gyroskops. Zwei sphärische Spiegel S_1 und S_2 (Krümmungsradius $r = 0,75$ m, Reflexion $R > 99,97\%$) und ein Planspiegel S_3 (Reflexion $R = (99,0 \pm 0,3)\%$ bei einem Einfallswinkel von 60°) bilden den dreieckigen Resonator. Die beiden gekrümmten Spiegel haben einen Abstand von $l = 0,845$ m. Der Einfallswinkel an diesen Spiegeln beträgt jeweils etwa 15° , der Einfallswinkel am Planspiegel ca. 60° . Zwischen den beiden gekrümmten Spiegeln befindet sich die Röhre eines diskret aufgebauten He-Ne-Lasers, dessen ursprüngliche Spiegel abmontiert wurden. Die Enden des $0,48$ m langen Glasrohrs sind mit Brewsterfenstern abgeschlossen. Am Planspiegel werden die beiden Laserstrahlen, die den Resonator in entgegengesetzter Richtung durchlaufen, ausgekoppelt und über zwei Silberspiegel (S_4, S_5) auf einen Strahlteiler (ST) gelenkt. Dort werden die Strahlen wieder überlagert und anschließend durch eine Linse (L) auf die Photodiode (PD) fokussiert.

Das Signal der Photodiode kann über einen Verstärker und den Frequenzteiler an einen Lautsprecher angeschlossen werden, um den Sagnac-Effekt akustisch zu demonstrieren. Für Messungen wird das Signal der Photodiode direkt an den Eingang eines Oszilloskops oder eines Spektrumanalysators angelegt.

Die gesamte Anordnung ist auf einer runden Aluminiumplatte mit einem Durchmesser von 1 m und einer Stärke von 20 mm montiert. Diese ist auf einem kugelgelagerten Drehtisch befestigt, welcher oben und unten jeweils von einer quadratischen Grundplatte aus Aluminium mit Seitenlänge $0,50$ m abgeschlossen wird. Durch ein Loch in der Mitte der runden Platte und des Drehtischs können Kabel geführt werden, so dass sie bei Rotation des Ringlasers keine Probleme verursachen.

3.2 Berechnung einer geeigneten Resonatorgeometrie

Die Geometrie des oben beschriebenen Resonators wurde mit Hilfe eines Matlab-Programms optimiert. (Der Quelltext befindet sich im Anhang A.) Das Programm berechnet den Stabilitätsbereich eines dreieckigen Resonators mit vorgegebenen Abmessungen. Die Strahlmatrizen der einzelnen optischen Komponenten des Resonators wurden jeweils für den sagittalen und den tangentialen Strahl eingegeben. Das Programm berechnet daraus über Matrizenmultiplikation die beiden entsprechenden ABCD-Matrizen für einen kompletten Resonatorumlauf, wobei als Start- und Endpunkt der Mittelpunkt M zwischen den beiden gekrümmten Spiegeln gewählt wurde (siehe Skizze im Anhang A). Außerdem gibt es nach Gleichungen (2.47) und (2.45) die Stabilitätsbereiche und die zugehörigen Strahldurchmesser für sagittalen und tangentialen Strahl in Abhängig-

keit von einem Parameter δ in einem Diagramm aus. Hier wurde der Abstand zwischen Brewsterfenster und gekrümmtem Spiegel als Stabilitätsparameter δ gewählt. Mit Hilfe von Stabilitätsdiagrammen für verschiedene Krümmungsradien und verschiedene Einfallswinkel können geeignet gekrümmte Spiegel gewählt werden. Auswahlkriterien in unserem Fall waren gute Astigmatismuskompensation, ein Strahltaillendurchmesser in der Größenordnung des Durchmessers beim ursprünglichen linearen Resonator und nicht zu große Abstände zwischen den Spiegeln.

Abbildung 3.2 zeigt das Stabilitätsdiagramm für die optimierten Werte (Krümmungsradius $R = 0,75$ m, Einfallswinkel $\theta = 15^\circ$). Nach oben ist der Taillenradius für den sagittalen und nach unten der für den tangentialen Strahl jeweils für den stabilen Bereich aufgetragen. Die Stabilitätsbereiche der beiden Strahlen stimmen sehr gut überein. Beim gewählten Winkel kompensiert sich der Astigmatismus an den gekrümmten Spiegeln und den Brewsterfenstern also weitestgehend.

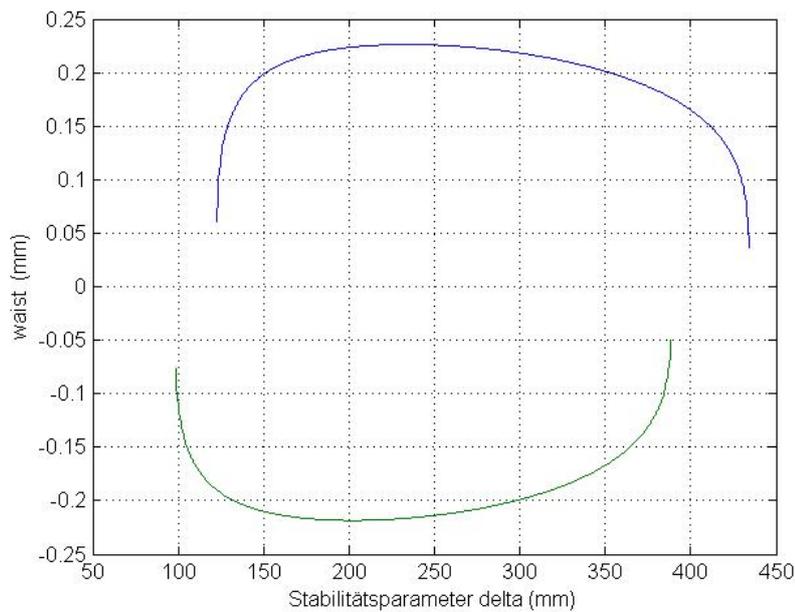


Abbildung 3.2: Stabilitätsdiagramm

4 Messungen

Mit Hilfe der oben berechneten Resonatorgeometrie habe ich einen dreieckigen Ringlaser zum Laufen gebracht. Eine ausführliche Justageanleitung dazu befindet sich im Anhang B. Die maximale Leistung an den sphärischen Spiegeln lag bei 0,032 mW, am Auskoppelspiegel betrug sie 0,91 mW. Damit beträgt die umlaufende Leistung ca. (100 bis 300) mW.

Damit ich die Abstände der Spiegel variieren konnte und auch bei der Strahlauskopplung genug Spielraum hatte, hatte ich den gesamten Aufbau zunächst auf einer Lochrasterplatte der Länge 1,20 m und der Breite 0,90 m montiert. Alle Messungen wurden mit dieser Platte durchgeführt.

4.1 Voruntersuchungen mit einem linearen Helium-Neon-Laser

Die Lieferzeit für die Laserspiegel habe ich genutzt, um mich mit der Justage eines linearen Resonators, der aus einem Planspiegel und einem sphärischen Spiegel mit angegebenem Krümmungsradius von $R = 0,7$ m aufgebaut war, und der Frequenzmessung mit dem Spektrumanalysator (Rohde & Schwarz, FSP7) vertraut zu machen. Dieser lässt einen FFT-Filter (FFT = schnelle Fouriertransformation) über das Signal der Photodiode laufen und zeigt das gesamte Spektrum an. Für die Messungen am linearen Resonator habe ich die schnelle Photodiode verwendet. Die Schwebung zweier Longitudinalmoden des linearen Lasers war als deutlicher Peak erkennbar. Zwischen zwei benachbarten Longitudinalmoden betrug die Schwebungsfrequenz

$$\nu_1 = (256,93 \pm 0,22) \text{ MHz.}$$

Nach Gleichung (2.3) entspricht das einer Resonatorlänge von

$$L = (0,5838 \pm 0,0005) \text{ m.}$$

Bei der doppelten Frequenz habe ich ebenfalls eine Schwebung gemessen:

$$\nu_2 = (514,01 \pm 0,042) \text{ MHz.}$$

Damit ist die Resonatorlänge auf $50 \mu\text{m}$ genau bestimmbar:

$$L = (0,58365 \pm 0,00005) \text{ m.}$$

Die Frequenzen ergaben sich als Mittelwerte aus mehreren Messungen. Als Fehler habe ich bei den Frequenzen die Standardabweichung und bei den Längen den Gaußfehler angegeben.

In Abbildungen 4.1 und 4.2 sind zwei typische Messungen zu sehen.

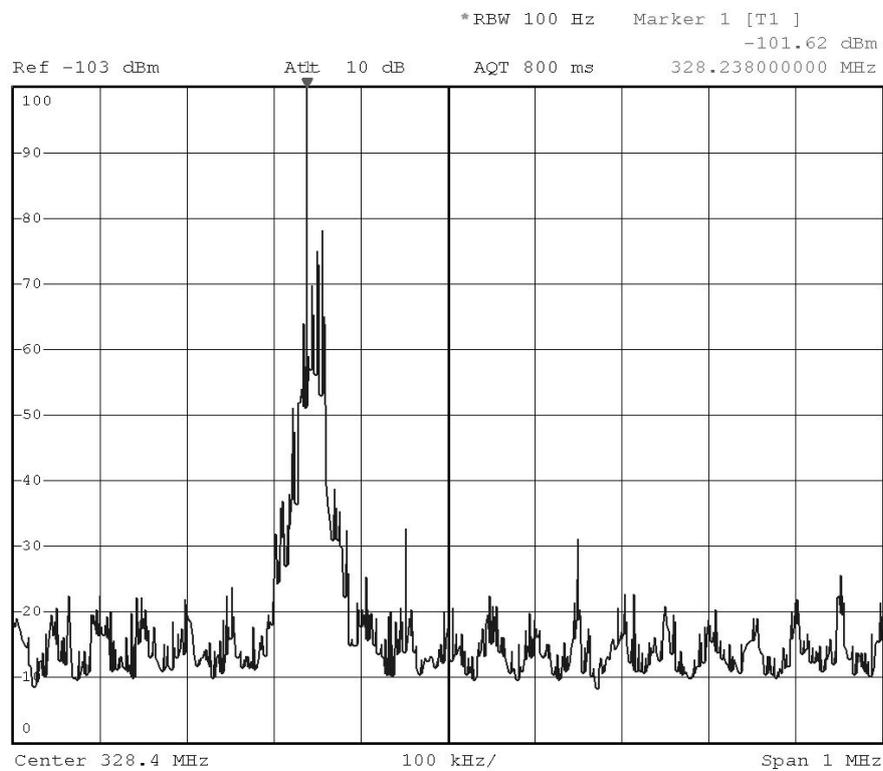


Abbildung 4.1: Messung der Schwebung zwischen zwei benachbarten Longitudinalmoden

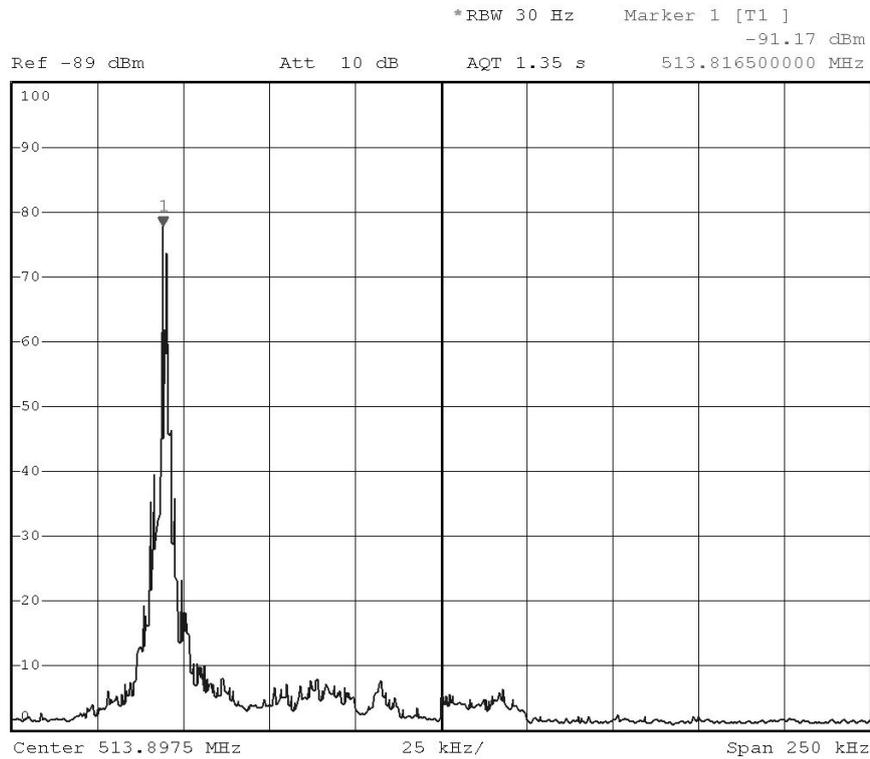


Abbildung 4.2: Messung der Schwebung zwischen zwei Longitudinalmoden

Folgende weitere Schwebungsfrequenzen habe ich gemessen:

$$\nu_3 = (163,66 \pm 0,10) \text{ MHz}$$

$$\nu_4 = (350,33 \pm 0,05) \text{ MHz}$$

$$\nu_5 = (420,65 \pm 0,04) \text{ MHz.}$$

Mit Hilfe von Gleichung (2.4) und der gemessenen Resonatorlänge kann man darüber den Krümmungsradius des sphärischen Spiegels bestimmen. Der Mittelwert über die berechneten Radien aus den drei Frequenzmessungen beträgt

$$R = (0,7061 \pm 0,0004) \text{ m.}$$

Als Fehler habe ich wieder die Standardabweichung angegeben.

4.2 Messung der Resonatorlänge des Ringlasers

Die Resonatorlänge des Lasergyroskops lässt sich wie beim linearen Resonator über den Abstand zweier Longitudinalmoden bestimmen. Der Faktor 2 in Gleichung (2.3) entfällt beim Ringlaser, da die Resonatorlänge dort nur einmal durchlaufen werden muss, um wieder an den Startpunkt zu gelangen. Die Formel zur Bestimmung der Resonatorlänge lautet also

$$L = \frac{c}{\Delta\nu}. \quad (4.1)$$

Die Schwebungsfrequenz $\widetilde{\Delta\nu}$ habe ich wieder mit der schnellen Photodiode und dem Spektrumanalysator bestimmt. Der Peak war zwar immer sehr scharf, er sprang jedoch in einem Bereich von 50 kHz hin und her.

Die gemessene Schwebungsfrequenz beträgt $\widetilde{\Delta\nu} = (162,10 \pm 0,05)$ MHz. Der Resonator hat also eine Länge von $L = (1,8507 \pm 0,0006)$ m.

Bei Rotation des Resonators treten aufgrund des Sagnac-Effekts drei Schwebungsfrequenzen im Bereich von 162 MHz auf. Denn die Frequenzen aller Moden des Laserstrahls, der sich in Rotationsrichtung bewegt, sind um die halbe Sagnacfrequenz nach unten verschoben und die Frequenzen der Moden des entgegengesetzt laufenden Strahls um die halbe Sagnacfrequenz nach oben. Die Schwebung zweier benachbarter Moden aus entgegengesetzt laufenden Strahlen ist daher um die Sagnacfrequenz verschoben. Abbildungen 4.3 zeigt das Auseinanderlaufen der 162 MHz-Peaks beim Erhöhen der Drehfrequenz. Die Zentralfrequenz liegt jeweils bei 162 MHz und die Breite eines Kästchens entspricht 50 kHz.

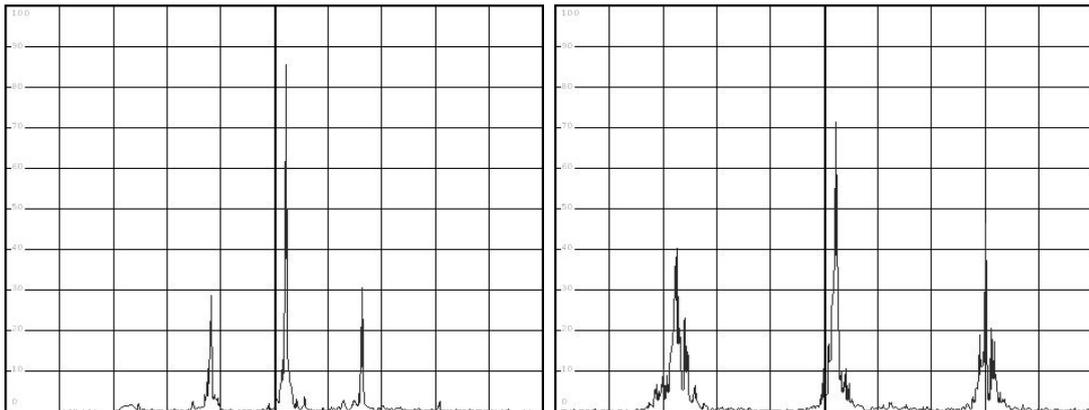


Abbildung 4.3: Bei Rotation des Ringlasers treten durch den Sagnac-Effekt drei verschiedene Frequenzen bei der Schwebung zwischen zwei benachbarten Longitudinalmoden auf. Das Erhöhen der Drehfrequenz führt zum Auseinanderlaufen der Frequenzen.

4.3 Messung der Sagnacfrequenz

Den Proportionalitätsfaktors k zwischen Rotationsfrequenz $\nu_R = \Omega/2\pi$ des Drehtisches und der Sagnacfrequenz $\Delta\nu$ habe ich berechnet, indem ich die Wellenlänge λ , den Brechungsindex n , die Resonatorlänge L und die Resonatorfläche A in Gleichung (1.33) eingesetzt habe. Es gilt

$$k = \frac{\Delta\nu}{\nu_R} = \frac{8A\pi}{\lambda Ln}.$$

Die Wellenlänge des Ringlaserlichts beträgt $\lambda = 632,8$ nm, die Resonatorlänge konnte ich über den Longitudinalmodenabstand sehr genau bestimmen. Die Resonatorfläche ist nur über die Spiegelpositionen und damit sehr ungenau messbar. Sie beträgt $A = (0,1120 \pm 0,0018)$ m². Der Brechungsindex von Luft liegt bei $n = 1,00029$, der Einfluss der Brewsterfenster ist vernachlässigbar klein. Der aus den Abmessungen berechnete Proportionalitätsfaktor beträgt

$$k = (2,402 \pm 0,047) \cdot 10^6.^1$$

Dieser Wert ist etwas zu hoch, da der Brechungsindex des Gasgemischs in der Entladungsröhre nicht bekannt ist und daher nicht berücksichtigt wurde.

Eine weitere Möglichkeit besteht darin, den Proportionalitätsfaktor über die Messung der Sagnacfrequenzen bei verschiedenen Rotationsgeschwindigkeiten zu bestimmen. Um konstante Winkelgeschwindigkeiten zu erreichen, habe ich einen Motor verwendet. Am Drehpunkt der Platte und am Motor wurde jeweils eine runde Scheibe befestigt. Durch einen Nylonfaden, der um beide Scheiben gelegt wurde, wurde die Drehung des Motors auf den Tisch übertragen (siehe Abb.4.4). Die Rotationsfrequenz habe ich mit Hilfe eines Tachogenerators (siehe Abb.4.5) bestimmt. Dieser gibt Spannungen proportional zur Antriebsdrehzahl aus. Angetrieben wurde er über einen Faden, der über eine an der Drehachse befestigte Rolle lief. Der Faden wurde an der Drehplatte befestigt, mit Hilfe eines gebogenen Metallnieals in einem Kreisbogen mit Radius R_K um den Drehpunkt der Platte gelegt und schließlich tangential über die Rolle des Tachogenerators, der an einem separaten Tisch befestigt war, geführt und das Ende mit einem Massestück beschwert. Bei Rotation des Drehtisches lieferte der Tachogenerator also eine Spannung, die proportional zur Tangentialgeschwindigkeit v_t im Abstand R_K vom Drehpunkt war.

Den Proportionalitätsfaktor α zwischen Geschwindigkeit und ausgegebener Spannung habe ich über Kalibrierung mittels eines Linearvorschubs und einer Gabellichtschranke bestimmt. Er betrug

$$\alpha = 0,25 \frac{\text{m/s}}{\text{V}}.$$

¹Als Fehler wurde hier der Gaußfehler angegeben: $\Delta k = \sqrt{\left(\frac{\partial k}{\partial L} \Delta L\right)^2 + \left(\frac{\partial k}{\partial A} \Delta A\right)^2}$.

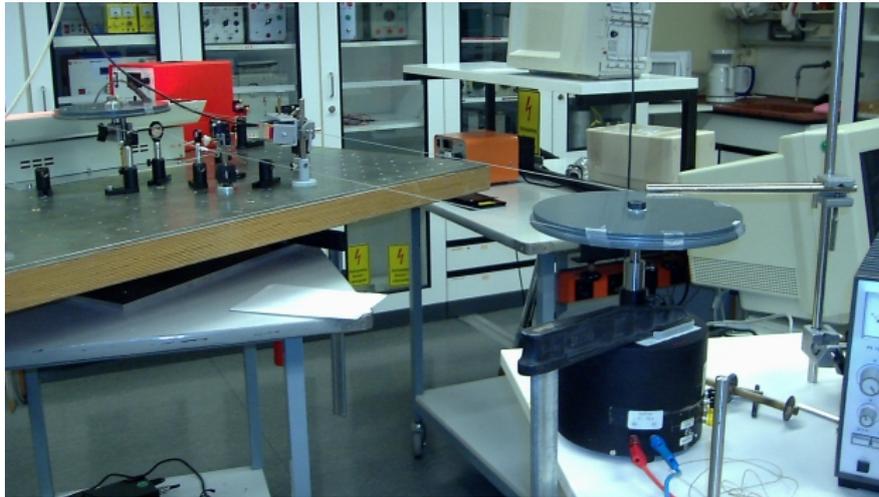


Abbildung 4.4: Drehung des Resonators durch einen Motor



Abbildung 4.5: Messung der Drehgeschwindigkeit mittels eines Tachogenerators

Der Radius R_K betrug

$$R_K = 0,58 \text{ m.}$$

Von der ausgegebenen Spannung U kann man auf die Rotationsfrequenz ν_R des Drehtisches zurückrechnen:

$$\nu_R = \frac{\Omega}{2\pi} = \frac{v_t}{2\pi R_K} = \frac{\alpha U}{2\pi R_K}. \quad (4.2)$$

Sowohl die Spannung, die der Tachogenerator ausgegeben hat, als auch die Sagnacfrequenz habe ich mit einem Oszilloskop (Agilent, 54832D) gemessen. In Abbildung 4.6 ist eine typische Messung zu sehen. Die rosa Kurve zeigt den Spannungsverlauf am Tachogenerator. Unten links im Bild unter „Measurements“ wird der aktuelle Wert angezeigt. Das Vorzeichen gibt die Rotationsrichtung an. Die grüne Kurve ist die Fouriertransformierte des Signals der Photodiode, das in gelb dargestellt ist. Der linke Peak gibt die Sagnacfrequenz an, die anderen entsprechen Oberschwingungen. Mit Hilfe des Cursors können die Peaks ausgemessen werden.

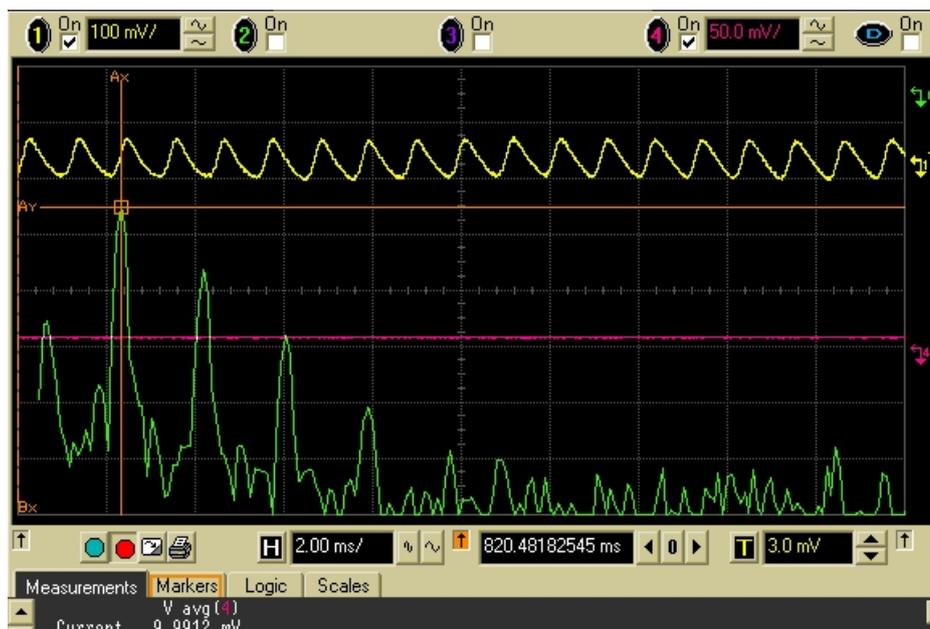


Abbildung 4.6: Typische Messung von Drehgeschwindigkeit und Sagnacfrequenz

In Abbildung 4.7 sind die gemessenen Sagnacfrequenzen gegenüber der Rotationsfrequenz des Drehtisches aufgetragen. Auf der positiven x -Achse ist die Rotation im Uhrzeigersinn aufgetragen, auf der negativen x -Achse die Rotation entgegen dem Uhrzeigersinn. Lineare Regression liefert eine Steigung von

$$k = (2,324 \pm 0,014) \cdot 10^6.$$

Dieser Wert weicht nur um 3,2% vom oben berechneten Wert ab.

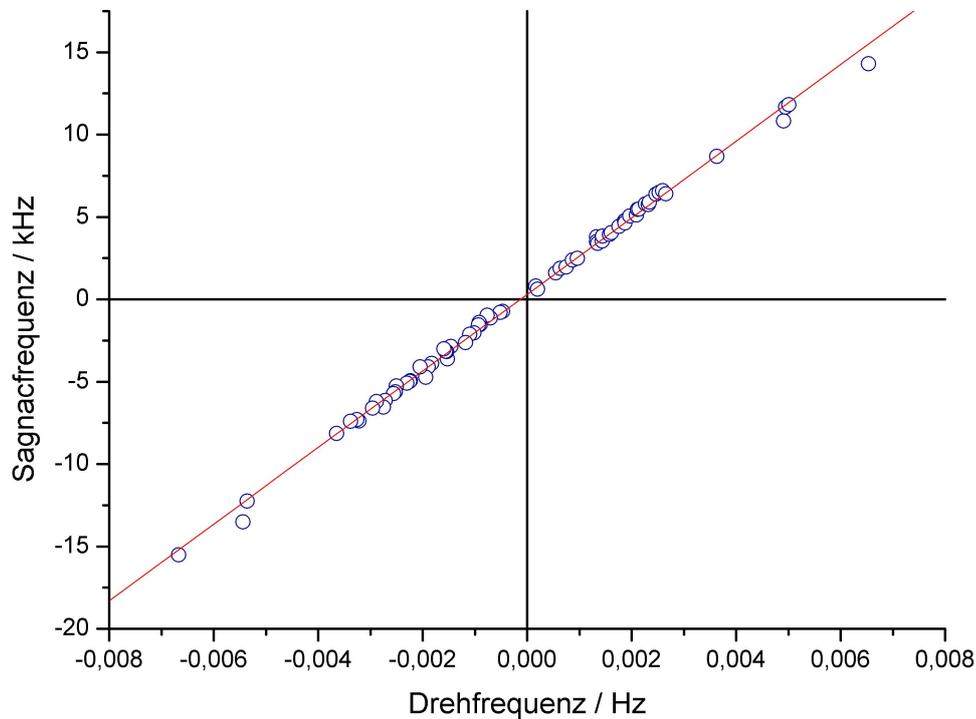


Abbildung 4.7: Linearer Verlauf der Sagnacfrequenz

Der y -Achsenabschnitt liegt bei

$$\Delta\nu_n = (0,303 \pm 0,037) \text{ kHz},$$

wir haben also eine Nullverschiebung.

4.4 Bestimmung der Nullverschiebung

Als Quelle für die Nullverschiebung kommt die mit Gleichspannung betriebene Gasentladungsröhre in Frage. Dort strömen positive Ionen, Elektronen und neutrale Atome. Nach F. Aronowitz [1] werden Änderungen im Brechungsindex im Wesentlichen durch den Strom neutraler Atomen verursacht, für den er zwei Ursachen nennt:

Bei der Kataphorese strömen positive Ionen zur Kathode und neutralisieren sich. Der Druck an der Kathode steigt durch die Ansammlung der neutralen Atome

an. Dies führt zu einem Rückstrom neutraler Atome zur Anode. Maßgebend ist jedoch nicht die Kataphorese, sondern die Langmuir-Zirkulation: Die Wände der Gasentladungsröhre sind negativ geladen. Das erlaubt den positiven Ionen, die sich in Richtung Kathode bewegen, ihren Impuls an die Wand abzugeben. Damit das Impulsgleichgewicht zwischen Elektronen und positiven Ionen erhalten bleibt, müssen die Elektronen einen Teil ihres Impulses an das Gas abgeben. Dadurch strömen neutrale Atome zur Anode und sammeln sich dort. Der Druckaufbau führt zu einem Rückstrom neutraler Atome zur Kathode. Das radiale Profil dieser Rückströmung ist parabolisch, während der Strom neutraler Atome zur Anode hin gleichmäßig ist. Der resultierende Strom neutraler Atome verläuft daher zur Anode hin entlang der Wände und zurück zur Kathode durch die Mitte der Gasentladungsröhre.

Um die Vermutung, dass die Nullverschiebung an der Gasentladungsröhre liegt, zu überprüfen, habe ich die Röhre umgedreht und die Messung wiederholt. Da die Laserröhre ständig ausgegangen ist, habe ich sie bei dieser Messung durch eine andere, baugleiche Entladungsröhre ersetzt. In Abbildung 4.8 sind der neue und der alte Kurvenverlauf dargestellt.

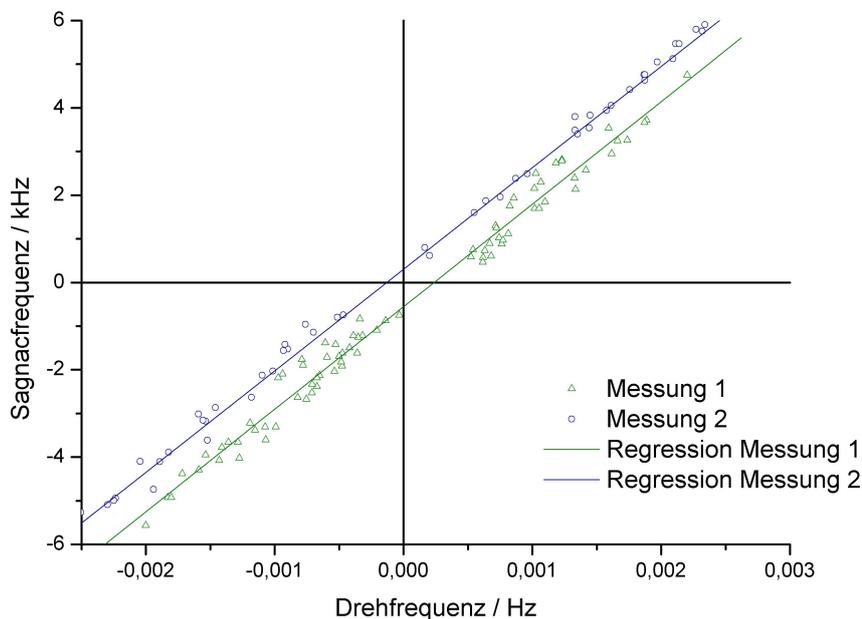


Abbildung 4.8: Sagnacfrequenzen aus der ersten Messung und bei umgedrehter Laserröhre (Messung 2)

Die Steigung der Regressionsgeraden beträgt

$$k = (2,348 \pm 0,033) \cdot 10^6,$$

der y -Achsenabschnitt liegt bei

$$\Delta\nu_n = (-0,556 \pm 0,035) \text{ kHz.}$$

Die Steigungen stimmen im Rahmen der Messungenauigkeit überein. Das Vorzeichen des y -Achsenabschnitts hat sich tatsächlich umgedreht. Der Betrag des y -Achsenabschnitts unterscheidet sich zwischen den Messungen möglicherweise so stark, weil die Gasgemische in den beiden Laserröhren nicht genau gleich sind.

Um die Nullverschiebung noch etwas genauer zu untersuchen, habe ich die Entladungsröhre in ein äußeres elektrisches Feld gebracht. Dazu habe ich die beiden Enden der Röhre jeweils mit einem Aluminiumstreifen umwickelt und verschiedene Spannungen angelegt (-2 kV , 2 kV und 4 kV). Bei Spannungen von $U = \pm 2 \text{ kV}$ konnte ich keinen signifikanten Unterschied in der Sagnacfrequenz messen, die Tendenz, dass sich die Nullverschiebung beim Anlegen einer zusätzlichen Spannung verringert, war jedoch erkennbar. Die Nullverschiebung bei einer angelegten Spannung von $U = 4 \text{ kV}$ unterschied sich dagegen deutlich von der Nullverschiebung bei der Messung ohne äußeres elektrisches Feld. Alle Messwerte sind in der folgenden Tabelle dargestellt:

U/kV	$k/10^6$	$\Delta\nu_n/\text{kHz}$
-2	$2,290 \pm 0,020$	$-0,712 \pm 0,023$
0	$2,299 \pm 0,028$	$-0,739 \pm 0,032$
2	$2,303 \pm 0,020$	$-0,718 \pm 0,023$
4	$2,306 \pm 0,016$	$-0,666 \pm 0,019$

4.5 Diskussion der Lock-In-Frequenz

Bei einem Strahldurchmesser von etwa $d = 1 \text{ mm}$ und einer Streuung der Spiegel zwischen $r_S^2 = 0,1\%$ und $r_S^2 = 0,01\%$ liegt die Lock-In-Schwelle nach dem Kriterium von F. Aronowitz (1.38) bei

$$\Omega_L \approx (1,082 \text{ bis } 3,421) \cdot 10^{-4} \frac{1}{\text{s}}.$$

Dies entspricht Drehfrequenzen von

$$\nu_{RL} = (1,722 \text{ bis } 5,446) \cdot 10^{-5} \text{ Hz.}$$

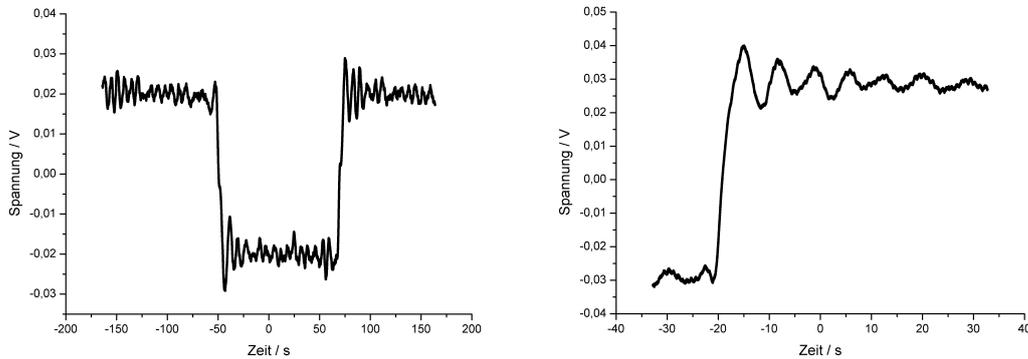


Abbildung 4.9: Das System aus Motor, Nylonfaden und Drehtisch wird zu Eigenschwingungen angeregt. Die Sprünge zwischen positiver und negativer Spannung im Diagramm entsprechen Änderungen der Drehrichtung.

Unterhalb einer Drehfrequenz von $3 \cdot 10^{-4}$ Hz konnten jedoch keine Sagnacfrequenzen mehr gemessen werden. Denn bei langsamen Drehfrequenzen kann die Rotationsgeschwindigkeit nicht mehr lang genug konstant gehalten werden. Je kleiner die Schwebungsfrequenzen sind, desto länger muss das Zeitintervall sein, in dem das Signal mit einer konstanten Frequenz oszilliert, damit nach der FFT am Oszilloskop ein vernünftiger Peak ausgegeben wird. Doch beim Einschalten des Motors wird das System aus Drehtisch, Getriebemotor und Nylonfaden zu Eigenschwingungen angeregt, die nur sehr langsam abklingen (siehe Abb. 4.9) Bei sehr niedrigen Drehzahlen kommt hinzu, dass der Motor nicht mehr gleichmäßig läuft. Das Abknicken der Sagnacfrequenz im Bereich der Lock-In-Schwelle konnte daher nicht gemessen werden.

Um doch noch ein Abknicken messen zu können, habe ich einen Objektträger im Resonator des Ringlasers in den Strahl gehalten, da sich bei größerer Streuung die Lock-In-Schwelle zu höheren Frequenzen verschiebt. Es war jedoch keine Änderung im Verlauf der Sagnacfrequenz feststellbar. Auch beim Aufbringen von Bärlappsamen auf den Objektträger änderte sich nichts an den Messwerten. Die Verluste im Resonator wurden irgendwann zu groß, so dass die Verstärkung im Laser nicht mehr ausreichte und er aus ging.

Abbildung 4.10 zeigt den möglichen Kurvenverlauf bei verschiedenen Werten für die Streuung. Diesen habe ich mit Hilfe von Gleichungen (1.34) und (1.38) berechnet. Dabei habe ich den Proportionalitätsfaktor k aus der ersten Messung eingesetzt. Der Abbildung kann man entnehmen, dass in unserem Messbereich der Kurvenverlauf bei Kopplung selbst bei einer Streuung von 1% kaum vom idealen Kurvenverlauf ohne Kopplung abweichen würde. Bei einer Drehfrequenz von 0,0005 Hz läge die Frequenz bei Kopplung nur 0,074 kHz unter der Frequenz ohne Kopplung. Diese 6% Abweichung sind aufgrund der großen Schwankungen der Messwerte nicht messbar. Zudem ist der Laser bei großen Streuverlusten nicht mehr über die Schwelle justierbar. Mit einem anderen Resonatoraufbau mit geringerer Fläche könnte man die Lock-In-Schwelle möglicherweise messen.

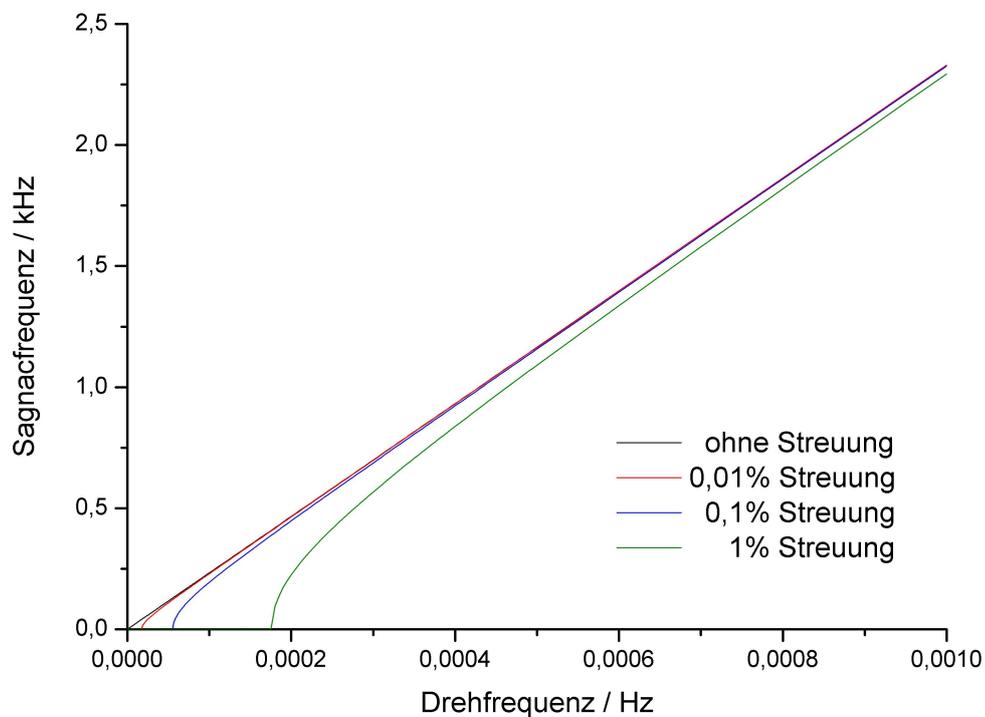


Abbildung 4.10: Sagnacfrequenz bei Modenkopplung

Ausblick und zukünftige Messungen

Für die Messungen wäre ein gleichmäßigerer Antrieb noch wünschenswert gewesen. Dazu könnte man die sehr provisorische Konstruktion mit der zusammengeknoteten und mit Klebestreifen befestigten Nylonschnur, die mit der Eigenfrequenz des Aufbaus schwingt, zum Beispiel durch einen Antrieb mit Zahnrädern ersetzen. Da der Drehtisch in der Vorlesung nicht mit einem Motor, sondern von Hand angedreht wird, wurde auf aufwändigere Konstruktionen verzichtet. Es wäre auch noch interessant gewesen, die Transversalmoden in einem Ringlaser zu untersuchen.

Zusammenfassung

Ziel dieser Arbeit war der Aufbau eines Helium-Neon-Ringlaser-Gyroskops als Vorlesungsexperiment, bei dem die Schwebungsfrequenz in ein akustisches Signal umgewandelt wird. Dazu wurden zunächst die Stabilitätsbereiche bei verschiedenen Spiegelabständen und Krümmungsradien für einen dreieckigen Resonator berechnet und dann die optimalen Werte für einen stabilen Resonator ausgewählt. Anhand der berechneten Geometrie wurde ein Resonator aufgebaut. Die mechanische Stabilität wurde durch Verwendung von hochwertigen Komponenten auf einer massiven Platte gewährleistet. Nach mehr als einer Woche springt der Laser ohne Nachjustage an. Mit dem Ringlaser wurden schließlich einige Messungen zum Sagnac-Effekt durchgeführt. Die Proportionalität zwischen Drehfrequenz und Sagnacfrequenz konnte gezeigt werden. Die Messungen stimmen sehr gut mit der Theorie überein. Die Lock-In-Schwelle des aufgebauten Ringlasers liegt so niedrig, dass das Abknicken der Sagnacfrequenz bei kleinen Drehfrequenzen aufgrund von Modenkopplung innerhalb der Messungenauigkeit nicht beobachtet werden konnte. Die Streuung der Sagnac-Messwerte wird vermutlich durch die Strömungen in der Gasentladungsröhre verursacht, die zeitlich nicht konstant sind. Das Austauschen der Gasentladungsröhre hat gezeigt, wie stark die Strömungen vom verwendeten Gasgemisch abhängen. Auch das Vermessen der Nullverschiebung war sehr interessant, da zu Beginn der Arbeit nicht mit diesem Effekt gerechnet wurde.

Als Vorlesungsexperiment ist der Ringlaser gut geeignet. Mit der verwendeten Elektronik kann der Sagnac-Effekt beim Drehen des Gyroskops gut hörbar gemacht werden. Allerdings wird das Signal immer wieder durch Störungen unterbrochen, wenn die ausgekoppelten Strahlen nicht wirklich perfekt überlagert sind. Um das Schwebungssignal anzuschauen, lässt sich sehr schnell ein Oszilloskop anschließen.

Danksagung

An dieser Stelle möchte ich mich bei allen bedanken, die in irgendeiner Form zum Gelingen meiner Arbeit beigetragen haben.

Mein besonderer Dank gilt Prof. Dr. Ferdinand Schmidt-Kaler für die Herausgabe des interessanten Themas und die Betreuung der Arbeit. Es hat mir sehr viel Spaß gemacht, ein Vorlesungsexperiment von Grund auf aufzubauen, mit allen Höhen und Tiefen, die damit verbunden sind.

Reiner Keller und Gerold Brackenhofer danke ich für die nette Atmosphäre in der Vorlesungssammlung und die vielen Tipps und die Unterstützung beim Experimentieren.

Auch Martin Müller danke ich für seine Hilfe beim mechanischen Aufbau.

Allen, die meine Arbeit korrekturgelesen haben, sei ein herzliches Dankeschön gesagt.

Bei Robert Tammer möchte ich mich außerdem dafür bedanken, dass er vor allem zu Beginn der Arbeit für Theoriefragen immer zur Verfügung stand und mir damit den Einstieg und das Einarbeiten in das Thema erleichtert hat.

Großer Dank gilt auch Manfred Bürzele für die elektronische Schaltung und die viele Tüftelei, die damit verbunden war.

Auch allen anderen Mitgliedern der Abteilung QIV danke ich für die Hilfsbereitschaft, die angenehme Atmosphäre und die netten Gespräche.

Literaturverzeichnis

- [1] F. Aronowitz, *The Laser Gyro*, Laser applications 1971/1, p.133-200
- [2] B. E. Currie, G. E. Stedman, R. W. Dunn, *Laser stability and beam steering in a nonregular polygonal cavity*, Applied Optics 41 (9), p.1689-1697, 2002
- [3] J. Eichler H.-J. Eichler, *Laser: Grundlagen, Systeme, Anwendungen*, Springer-Verlag, Berlin Heidelberg, 1991
- [4] Sabine Fach, *Sagnac-Interferometer mit einem Helium-Neon-Ringlaser*, Wissenschaftliche Arbeit am Physikalischen Institut der Eberhard-Karls-Universität Tübingen, 2001
- [5] Robert Guenther, *Modern Optics*, John Wiley & Sons, 1990
- [6] N. Hodgson, H. Weber, *Optische Resonatoren Grundlagen, Eigenschaften, Optimierung*, Springer-Verlag, 1992
- [7] H. W. Kogelnik, E. P. Ippen, A. Dienes, C. V. Shank, *Astigmatically Compensated Cavities for CW Dye Lasers*, IEEE Journal of Quantum Electronics, 1972 (3), p.373-379
- [8] H. Kogelnik, T. Li, *Laser Beams and Resonators*, Applied Optics 5(10), p.1550-1566, 1966
- [9] W.Lauterborn, T.Kurz, M.Wiesenfeldt, *Coherent Optics Fundamentals and Applications*, Springer, 1995
- [10] G. B. Malykin, *The Sagnac effect: correct and incorrect explanations*, Physics-Uspekhi 43 (12), p. 1229-1252, 2000
- [11] Pedrotti, Pedrotti, Bausch, Schmidt *Optik, Eine Einführung*, Prentice hall Verlag GmbH, München 1996
- [12] A. E. Siegman, *An introduction to lasers and masers*, McGraw-Hill, 1971
- [13] G. E. Stedman, *Ring-Laser tests of fundamental physics and geophysics*, Rep. Prog. Phys. 60, p.615-688, 1997

- [14] Olaf Wucknitz, *Sagnac effect, twin paradox and space-time topology - Time and length in rotating systems and closed Minkowski space-time*, Universität Potsdam, 2004
- [15] http://www.phys.canterbury.ac.nz/research/laser/ring_publications.shtml
- [16] <http://www.geoscience-online.de>
- [17] <http://www.mahag.com/srt/sagnac.php>
- [18] <http://www.wettzell.ifag.de>
- [19] <http://www.wikipedia.de>

Abbildungsverzeichnis

0.1	Sagnac-Interferometer	1
1.1	Veränderte Sagnacfrequenz bei Modenkopplung	14
1.2	Sagnacfrequenz bei Nullverschiebung	15
2.1	Verstärkung axialer Moden	18
2.2	Gaußstrahl	22
2.3	Energieterm-Schema	29
2.4	Laserröhre	30
2.5	Vielschichteninterferenz	31
2.6	Transmission der sphärischen Spiegel	34
2.7	Transmission des Planspiegels	35
2.8	Reflexion des Planspiegels	35
3.1	optischer Versuchsaufbau	39
3.2	Stabilitätsdiagramm	41
4.1	Schwebung zwischen benachbarten Longitudinalmoden	44
4.2	Schwebung zwischen zwei Longitudinalmoden	45
4.3	Auseinanderlaufen der Frequenzen bei Rotation	46
4.4	Drehung des Resonators durch einen Motor	48
4.5	Messung der Drehgeschwindigkeit mittels eines Tachogenerators	48
4.6	Typische Messung von Drehgeschwindigkeit und Sagnacfrequenz	49
4.7	Linearer Verlauf der Sagnacfrequenz	50
4.8	Sagnacfrequenz bei umgedrehter Laserröhre	51
4.9	Zeitlicher Verlauf der Geschwindigkeit des Drehtisches	53
4.10	Sagnacfrequenz bei Modenkopplung	54
A.11	Resonator	65

Anhang

A: Matlab-Programm zur Resonatorgeometrie mit Skizze

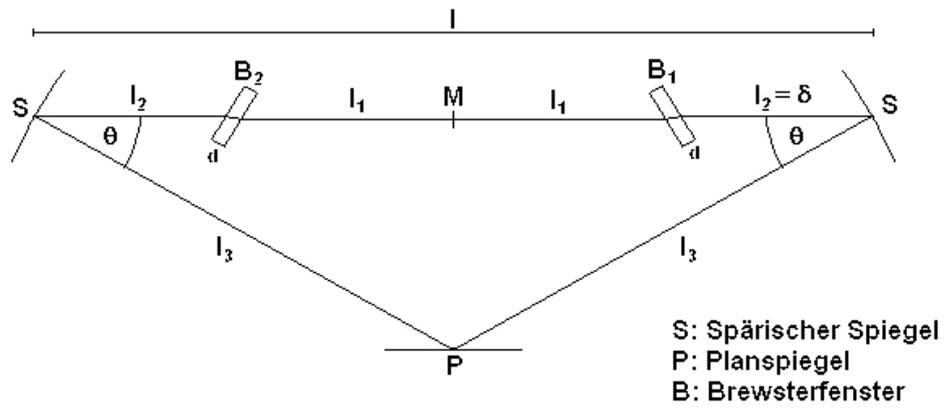


Abbildung A.11: Resonator

```

% ring2.m
% Berechnung der Parameter eines Ringresonators bei gegebenen Ausmaßen
%
% Abstand Mitte / Brewsterfenster l1 = 0.24 (m)
% Dicke Brewsterfenster d
% Abstand Brewsterfenster / sphärischer Spiegel l2 = delta
% Restumfang U

function y = ring2(delta)

global lambda R l1 l2 theta z0 Lx Ly d dx dy U PhiB n

n=1.5;
PhiB=atan(n);
l1 = 0.24;
l2 = delta;
d=0.0025;
U = (l1 + l2 + d/cos(PhiB) ) /cos(theta*pi/180);

f=R/2;           %Brennweite der sphärischen Spiegel
fx=f/cos(theta*pi/(180*2)); % Brennweite sagittal
fy=f*cos(theta*pi/(180*2)); % Brennweite azimuthal

%Brewsterfenster
dx=d*sqrt(n^2+1)/n^2; % sagittal
dy=d*sqrt(n^2+1)/n^4; % azimuthal

% ABCD-Matrizen
ML1=[1 l1; 0 1];
ML2=[1 l2; 0 1];
MU=[1 U; 0 1];

% sagittal
MSx=[1 0; -1/fx 1];
MBx1=[1 -dx; 0 1];
MBx2=[1 dx; 0 1];

% azimuthal
MSy=[1 0; -1/fy 1];
MBy1=[1 -dy; 0 1];
MBy2=[1 dy; 0 1];

```

```

%      +-----+
%      |  Berechnung der waists  |
%      +-----+

% sagittal
Mzx = -1*ML1*MBx1*ML2*MSx*MU*MU*MSx*ML2*MBx2*ML1; % 1. waist
Mx  = -1*MU*MSx*ML2*MBx2*ML1*ML1*MBx1*ML2*MSx*MU; % 2. waist

% Stabilitätszahl, Rayleighlängen und waists
Lx=abs(Mzx(1,1)+Mzx(2,2));
if Lx < 2
    wx = abs(2 * lambda * Mzx(1,2) / (pi * sqrt(4 - (Mzx(1,1) + Mzx(2,2))^2)));
    vx = abs(2 * lambda * Mx(1,2) / (pi * sqrt(4 - (Mx(1,1) + Mx(2,2))^2)));
else
    wx = NaN;
    vx = NaN;
end

z0(1,1) = pi * wx / lambda;
z0(1,2) = sqrt(wx);
z0(1,3) = (Mzx(2,2) - Mzx(1,1)) / (2 * Mzx(1,2));
z0(1,4) = sqrt(vx);
z0(1,5) = pi * vx / lambda;

% azimuthal
Mzy = -1*ML1*MBy1*ML2*MSy*MU*MU*MSy*ML2*MBy2*ML1; % 1. waist
My  = -1*MU*MSy*ML2*MBy2*ML1*ML1*MBy1*ML2*MSy*MU; % 2. waist

% Stabilitätszahl, Rayleighlängen und waists
Ly=abs(Mzy(1,1)+Mzy(2,2));
if Ly < 2
    wy = abs(2 * lambda * Mzy(1,2) / (pi * sqrt(4 - (Mzy(1,1) + Mzy(2,2))^2)));
    vy = abs(2 * lambda * My(1,2) / (pi * sqrt(4 - (My(1,1) + My(2,2))^2)));
else
    wy = NaN;
    vy = NaN;
end

z0(2,1) = pi * wy / lambda;
z0(2,2) = sqrt(wy);
z0(2,3) = (Mzy(2,2) - Mzy(1,1)) / (2 * Mzy(1,2));
z0(2,4) = sqrt(vy);
z0(2,5) = pi * vy / lambda;

y = z0; % Rückgabewert

```

```

% cavity2.m
% Berechnung eines symmetrischen Ringresonators
% Ausgabe: Waists, Stabilitätskurve

clear all
format short e

% Resonatordaten
lambda = 632.8E-9; % Wellenlänge des Lasers:
R = 0.75; % Krümmungsradius der spärischen Spiegel in m
theta =30; % Winkel aus Astigmatismuskompensation in Grad

global lambda R theta z0 Lx

% Berechnung der Stabilitätskurven
x1=0.08;
x2=0.45;
dx=2000;
for i=x1*dx:x2*dx,
    delta = i/dx;
    z0 = ring2(delta);
    z0_x(i-x1*dx+1) = z0(1,2)*1000; % 1. waist sagittal
    z0_y(i-x1*dx+1) = z0(2,2)*1000; % 1. waist azimuthal
    z1_x(i-x1*dx+1) = z0(1,4)*1000; % 2. waist sagittal
    z1_y(i-x1*dx+1) = z0(2,4)*1000; % 2. waist azimuthal
end;

% Grafik 1. waist
x=[x1*1000:(1/dx)*1000:x2*1000];
figure(1);
plot(x,z0_x,x,-z0_y);
xlabel('Stabilitätsparameter delta (mm)');
ylabel('waist (mm)');
grid on;

% Grafik 2. waist
x=[x1*1000:(1/dx)*1000:x2*1000];
figure(2);
plot(x,z1_x,x,-z1_y);
xlabel('Stabilitätsparameter delta (mm)');
ylabel('2. waist (mm)');
grid on;

z0=ring2(delta);
z0

```

B: Justageanleitung für den Ringlaser

Um einen funktionierenden Ringlaser zu erhalten, muss man die Spiegel des Resonators gut justieren. Dabei hat sich die folgende Vorgehensweise bewährt: Zunächst bleiben die drei Spiegel und die Laserröhre ausgebaut. Ein Helium-Neon-Laser wird als Justierlaser so an die Platte montiert, dass er sowohl horizontal, als auch vertikal verschoben und verkippt werden kann. Bei der Wahl des Lasers sollte darauf geachtet werden, dass die Leistung hoch genug ist. Denn aufgrund der hohen Reflektivität von S_1 gelangt später nur ein sehr geringer Anteil des Laserlichts in den Resonator. Bei zu geringer Leistung ist daher nicht mehr erkennbar, wo der Strahl auf die Spiegel trifft. Außerdem sollte er unpolarisiert oder nicht parallel zur Resonatorebene polarisiert sein, damit Reflexe an den Brewsterfenstern beobachtet werden können. Diese erweisen sich bei der Justage als sehr hilfreich.

Der Strahl des Justierlasers wird schon einmal grob entlang der Strecke $\overline{S_1 S_2}$, parallel zur Platte in der passenden Strahlhöhe ausgerichtet. Erst jetzt wird die Laserröhre in den Strahlengang gestellt. Der austretende Strahl wird auf einem Schirm beobachtet. Nun beginnt der komplizierteste Teil: Der Strahl muss exakt durch die Gasentladungsröhre justiert werden. Dazu wird abwechselnd der Justierlaser so gekippt, dass er genau in die Mitte der Röhre trifft, und dann so verschoben, dass der Strahl auf dem Schirm möglichst punktförmig erscheint. Diesen Vorgang wiederholt man so oft, bis das Bild auf dem Schirm exakt punktförmig ist und sich bei links-rechts bzw. hoch-runter-Verschieben und -Verkippen symmetrisch verhält. Nun können die Spiegel S_2 und S_3 eingebaut werden. Der Spiegel S_2 wird so eingestellt, dass der Strahl des Justierlasers den Spiegel S_3 genau in der Mitte trifft und die Strahlhöhe gleich bleibt. Falls der Strahl des Ringlasers später zu nah am Rand des Planspiegels auftrifft, kann er aufgrund des großen Einfallswinkels nicht ausgekoppelt werden.

Jetzt kann auch der Spiegel S_1 montiert werden. Der Planspiegel S_3 wird gedreht, bis der Strahl nach einem Resonatorumlauf auf Spiegel S_1 wieder ungefähr an seinem Startpunkt auftrifft. Mit Hilfe von Spiegel S_2 werden die beiden Punkte exakt überlagert, Spiegel S_3 bleibt ab jetzt fix. Beim weiteren Justieren beobachtet man die Reflexe der Brewsterfenster. Spiegel S_1 wird so eingestellt, dass am ersten Brewsterfenster die Reflexe der verschiedenen Resonatorumläufe übereinander liegen. An den Reflexen des zweiten Brewsterfensters erkennt man, ob Spiegel S_2 gut justiert ist. Nun werden die beiden Spiegel S_1 und S_2 so lange nachjustiert, bis alle Reflexe genau übereinander liegen, d.h. bis der Strahl nach einem Umlauf wieder perfekt in sich selbst übergeht. Ist dies der Fall, so bilden sich stehende Wellen im Resonator, die Reflexe fangen an zu flackern. Dies ist der entscheidende Moment. Der Justierlaser wird ausgeschaltet und die Gasentladung gezündet. Nach guter Justage sollte man nun wieder einen Laserstrahl sehen. Ist dies nicht der Fall, so kann man noch versuchen, systematisch an den

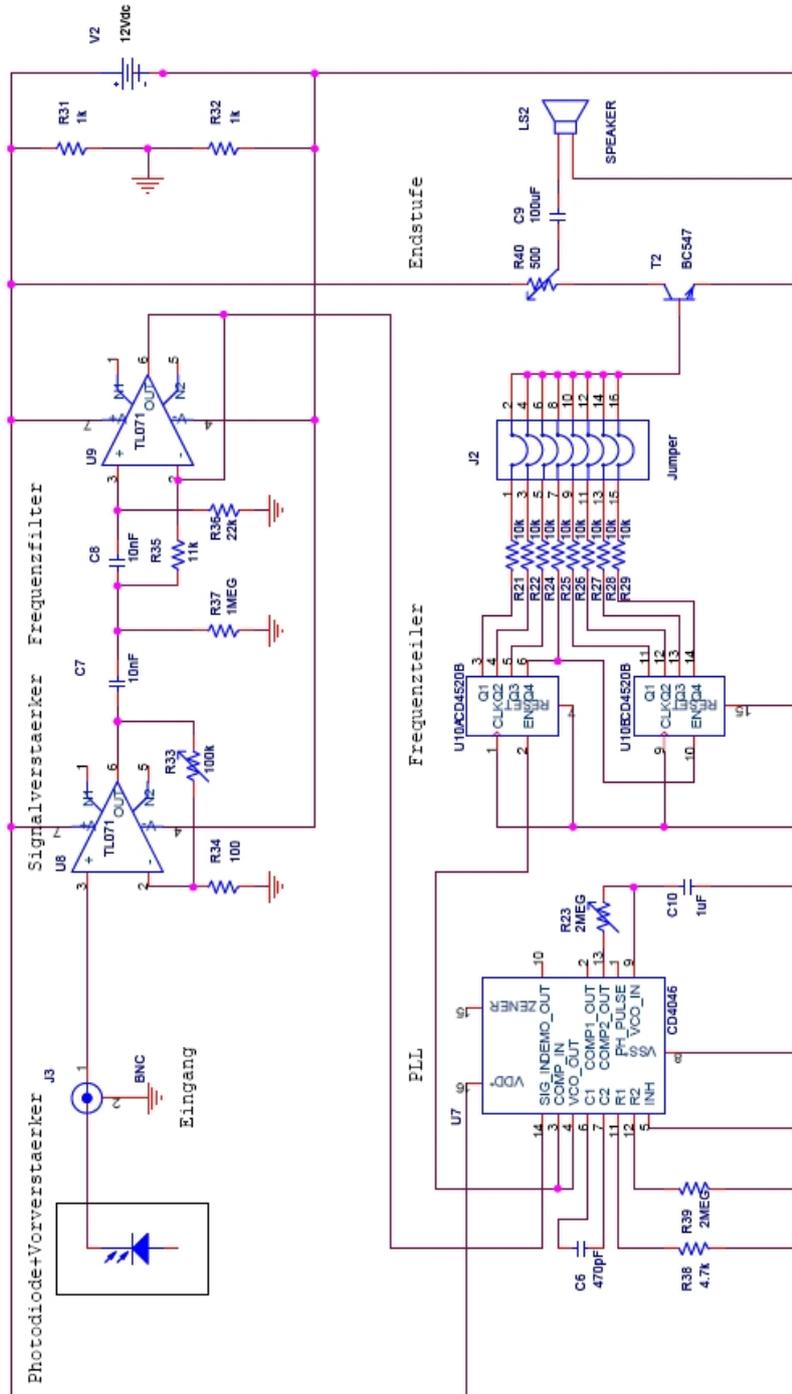
Spiegelstellschrauben ein wenig zu drehen, bis man das Aufblitzen eines Laserstrahls an einem der Spiegel beobachtet.

Damit der Sagnac-Effekt beobachtet werden kann, müssen noch die beiden am Planspiegel ausgekoppelten Strahlen überlagert werden. Dazu werden sie mit Hilfe von zwei Silberspiegeln in einem Winkel von ca. 90° auf einen 50/50-Strahlteiler gelenkt. Dort werden jeweils 50% der Strahlen reflektiert und 50% transmittiert, so dass man wieder zwei Strahlen erhält, die jeweils zur Hälfte aus den beiden ursprünglichen Strahlen bestehen. Es ist wichtig, dass die ausgekoppelten Strahlen exakt übereinander liegen. Um dies zu erreichen betrachtet man die Strahlen direkt hinter dem Strahlteiler und stellt die Spiegel so ein, dass sie dort genau übereinander liegen. Dann schaut man sich den reflektierten und den transmittierten Strahl in größerer Entfernung, z.B. an der Wand, an und dreht den Strahlteiler so, dass sie dort im gleichen Punkt auftreffen. Danach betrachtet man die Strahlen wieder direkt hinter dem Strahlteiler und führt wie eben fort. Bei einer perfekten Überlagerung der Strahlen kann man Interferenzstreifen in ihrem Querschnitt erkennen.

Beim Einsatz als Vorlesungsexperiment ist noch zu beachten, dass sich die Gasentladungsröhre erst aufheizen muss, bevor der Ringlaser einsatzbereit ist. Man sollte den Laser daher mindestens eine halbe Stunde vor Beginn der Vorlesung einschalten. Es kann vorkommen, dass der Laser nicht sofort anläuft. In diesem Fall sollte man auch die halbe Stunde abwarten, bevor man anfängt, die Spiegel zu verstellen.

Die Spiegel müssen so eingestellt sein, dass der Laser im TEM_{00} -Mode läuft. Außerdem ist es sehr wichtig, dass die beiden Strahlen an der Photodiode wirklich perfekt übereinander liegen. Dies sollte direkt vor dem Vorführen des Experiments noch einmal überprüft werden. Es macht jedoch keinen Sinn, die Strahlen zu überlagern, solange der Laser noch nicht aufgeheizt ist, da der Strahlengang sich dabei noch ändern kann.

C: Schaltplan der verwendeten Elektronik



Erklärung

Hiermit erkläre ich, dass ich die vorliegende Arbeit selbstständig und nur mit den angegebenen Hilfsmitteln angefertigt habe und dass alle Stellen, die dem Wortlaut oder Sinne nach anderen Werken entnommen sind, durch Angabe der Quellen als Entlehnungen kenntlich gemacht worden sind.

Ulm, 28. September 2006