Praktikum Physik

Kommentiertes Musterprotokoll zum Versuch 1

Freier Fall

Durchgeführt am 24.12.2008

von

Gruppe 42

Anton Student und **Berta Studentin**

(anton.student@uni-ulm.de) (berta.studentin@uni-ulm.de)

Betreuer : W. Limmer

Wir bestätigen hiermit, dass wir das Protokoll selbständig erarbeitet haben und detaillierte Kenntnis vom gesamten Inhalt besitzen.

Anton Student Berta Studentin

Absichtliches Fälschen von Daten oder das Kopieren von Daten anderer Praktikumsgruppen verstößt gegen die Ethik der Physik. Es handelt sich hierbei um ein schweres Delikt, das in keiner Form akzeptabel ist und daher mit dem sofortigen Ende des Praktikums geahndet wird. Das gesamte Praktikum muss dann in einem späteren Semester nachgeholt werden.

Inhaltsverzeichnis

1 Einleitung

Bei diesem Versuch sollen vor allem elementare Techniken des physikalischen Experimentierens erlernt und eingeübt werden. Dazu zählen: Aufbau einer Versuchanordnung, Aufnahme von Messwerten, geeignete grafische Auftragung der Messwerte, grafische und numerische Auswertung, Abschätzung und Berechnung von Messunsicherheiten.
Als physikalisches Objekt dient dazu eine Eisenkugel, dessen Fallzeit T im Schwerefeld der Erde als Funktion der Fallhöhe h gemessen werden soll. Aus dem theoretisch herzuleitenden Zusammenhang zwischen T und h und den Messdaten ist schließlich die Erdbeschleunigung g zu bestimmen.

Erläuterungen zu verschiedenen Themen sind durch eingerahmten Text dargestellt.

2 Theoretische Grundlagen

2.1 Zusammenhang zwischen Falldauer und Fallhöhe

Eine zunächst ruhende Kugel der Masse m werde im Schwerefeld der Erde zum Zeitpunkt $t = 0$ aus einer Anfangshöhe h fallen gelassen (siehe Abb. 1).

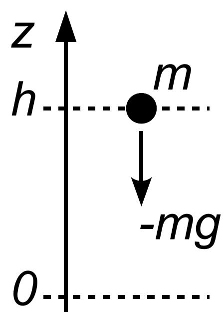


Abbildung 1: Kugel der Masse m im Schwerefeld der Erde

Die momentane Höhe z als Funktion der Zeit t lässt sich mit Hilfe des 2. Newtonschen Axioms aus

$$m\frac{d^2z}{dt^2} = -mg \tag{1}$$

berechnen, wobei g die Erdbeschleunigung bezeichnet. Die allgemeine Lösung von Gl. (1) lautet

$$z(t) = -\frac{1}{2}gt^2 + v_0t + z_0\,, \tag{2}$$

mit der Anfangshöhe z_0 und der Anfangsgeschwindigkeit v_0. Wegen

$$z_0 = h \quad \text{und} \quad v_0 = 0 \tag{3}$$

vereinfacht sich Gl. (2) zu

$$z(t) = h - \frac{1}{2} g t^2 \,. \tag{4}$$

Der Zusammenhang zwischen Falldauer T und Fallhöhe h ergibt aus Gl. (4) und

$$z(T) = h - \frac{1}{2} g T^2 = 0 \tag{5}$$

zu

$$T = \sqrt{\frac{2h}{g}} \,. \tag{6}$$

- Alle wichtigen Gleichungen und solche, auf die im Text Bezug genommen wird, müssen fortlaufend nummeriert werden.
- Alle physikalischen Größen und Symbole müssen im Text definiert und im ganzen Protokoll einheitlich verwendet werden.
- Es ist nicht immer sinnvoll, Formeln und deren Herleitung in allen Details im Protokolltext wiederzugeben (insbesondere bei sehr umfangreichen Gleichungen). In diesen Fällen kann auch auf Standardlehrbücher verwiesen werden, dann aber mit Angabe des Kapitels und der Nummer der Gleichung.

2.2 Regressionsgerade durch den Ursprung

Besteht zwischen zwei Messgrößen x und t eine lineare Abhängigkeit

$$x = v \cdot t \,, \tag{7}$$

und trägt man die Messwerte x_i grafisch über t_i ($i = 1,...,N$) auf, so erhält man v als Steigung der Anpassungsgeraden. Mit Hilfe der linearen Regressionsrechnung lässt sich v auch numerisch durch Minimierung der Summe der quadratischen Abweichungen

$$f(v) = \sum_{i=1}^{N} (\, x_i \, - \, v \cdot t_i \,)^2 \tag{8}$$

berechnen. Aus

$$\frac{d}{dv} f(v) = \sum_{i=1}^{N} 2 \,(\, x_i \, - \, v \cdot t_i \,)\,(-t_i) = 2 \left[v \sum_{i=1}^{N} t_i^2 - \sum_{i=1}^{N} x_i t_i \right] = 0 \tag{9}$$

folgt

$$v = \left(\sum_{i=1}^{N} x_i t_i \right) \left(\sum_{i=1}^{N} t_i^2 \right)^{-1} \,. \tag{10}$$

3 Versuchsdurchführung und Auswertung

3.1 Versuchsaufbau

Eine Eisenkugel der Masse m=0,5 kg ist mit Hilfe einer stromdurchflossenen Spule an einer höhenverstellbaren Halterung fixiert. Durch Unterbrechung des Stromkreises (Tastschalter) wird die Befestigung gelöst und die Kugel fällt unter dem Einfluss der Schwerkraft (Erdbeschleunigung g) frei zu Boden. Die Fallzeit T wird manuell mit einer gewöhnlichen Stoppuhr gemessen. Abbildung 2 zeigt schematisch den Versuchsaufbau.

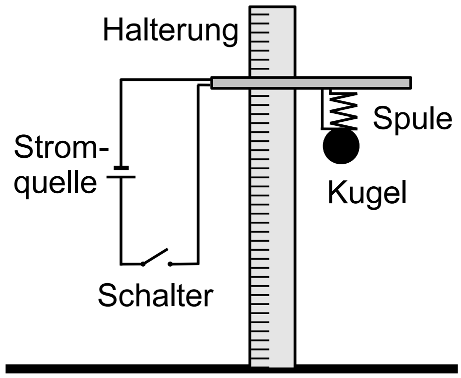


Abbildung 2: Schematische Skizze des verwendeten Versuchsaufbaus

3.2 Messung der Falldauer bei konstanter Fallhöhe

Im ersten Teil des Versuchs wurde zunächst bei fester Fallhöhe h die Fallzeit T aus einer Messreihe von 20 Einzelmessungen bestimmt. Ablesen von h auf der Höhenskala ergibt

$$h = \bar{h} \pm \Delta h = 540 \text{ cm} \pm 1 \text{ cm}\,. \tag{11}$$

Tabelle 1 : Messreihe von N=20 Einzelmessungen der Falldauer T

i	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
T_i (s)	1,05	1,10	1,05	1,07	1,09	1,08	1,12	1,06	1,03	0,98
i	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
T_i (s)	1,06	1,07	1,01	1,09	1,08	1,07	1,05	1,00	1,03	1,10

- Zu jeder Tabelle gehört eine Tabellenüberschrift.
- Auf Tabellen muss im Text verwiesen werden.
- Experimentell ermittelte Abhängigkeiten sollten nicht (nur) als Tabelle, sondern (auch) als Diagramm dargestellt werden.

Aus den Messwerten in Tabelle 1 ergibt sich der arithmetische Mittelwert

$$\bar{T} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^{N} T_i = 1,05950\ \mathrm{s}\,. \tag{12}$$

Für die empirische Standardabweichung des Mittelwertes erhalten wir

$$s_M = \left[\frac{1}{N(N-1)} \sum_{i=1}^{N} (T_i - \bar{T})^2 \right]^{1/2} = 0,007996\ \mathrm{s}\,. \tag{13}$$

Gemäß der Praktikumsanleitung [1] ergibt sich im Fall einer Gaußschen Normalverteilung der Messwerte für die Messunsicherheit (wahrer Wert von T liegt mit einer Wahrscheinlichkeit von 68% im Bereich $\bar{T} \pm \Delta T$)

$$\Delta T = t_{0,68} \cdot s_M = 1,03 \cdot 0,007996\ \mathrm{s} = 0,00824\ \mathrm{s}\,. \tag{14}$$

Das Ergebnis für T lautet schließlich

$$T = \bar{T} \pm \Delta T = (1,060\ \pm\ 0,009)\ \mathrm{s}\,. \tag{15}$$

Auf wieviele Ziffern bzw. Stellen hinter dem Komma sollen die Werte von $\bar{T}$ und ΔT angegeben werden? Dazu gibt es eine klare Regel:
Zunächst sucht man bei ΔT von links beginnend die erste Ziffer ungleich Null. Liegt diese Ziffer zwischen 3 und 9, dann ist die zugehörige Stelle auch die Rundestelle. Ist die Ziffer jedoch 1 oder 2, dann liegt die Rundestelle rechts daneben. Sowohl ΔT als auch $\bar{T}$ werden dann auf diese Stelle gerundet, wobei ΔT im Gegensatz zu $\bar{T}$ immer aufgerundet wird.

Verwendet man hingegen für eine grobe Abschätzung von ΔT die empirische mittlere Abweichung, so erhält man

$$\Delta T = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^{N} |x_i - \bar{x}| = 0,02760\ \mathrm{s} \tag{16}$$

und damit

$$T = \bar{T} \pm \Delta T = (1,060\ \pm\ 0,028)\ \mathrm{s}\,. \tag{17}$$

Für eine **grobe Abschätzung** von ΔT wird, insbesondere bei einer sehr geringen Anzahl von Messwerten $N \lesssim 5$, manchmal auch die empirische mittleren Abweichung $r = (1/N) \sum_{i=1}^{N} |x_i - \bar{x}|$ verwendet. Es gilt der Zusammenhang $r \approx s_M (4/5)\sqrt{N-1}$. Allerdings sollte man sich dabei über die unterschiedliche Bedeutung von s_M und r im Klaren sein und die Methode zur Berechnung von ΔT mit dem Betreuer vorher absprechen.
Systematische Messabweichungen werden durch Gl. (13) bzw. (16) nicht erfasst! Sie müssen, falls bekannt, zu den obigen Werten von ΔT addiert werden.

Die Erdbeschleunigung g lässt sich nun nach Gl. (6) aus

$$g = \frac{2h}{T^2} \tag{18}$$

berechnen. Einsetzen von (11) und (12) liefert

$$\bar{g} = 9,6120 \text{ m/s}^2 . \tag{19}$$

Die Unsicherheit Δg ergibt sich mit Hilfe der Größtfehlerabschätzung zu

$$\Delta g = \left|\frac{\partial g}{\partial h}\Delta h\right| + \left|\frac{\partial g}{\partial T}\Delta T\right| = \frac{2}{\bar{T}^2}\Delta h + \frac{4\bar{h}}{\bar{T}^3}\Delta T . \tag{20}$$

Unter bestimmten Voraussetzungen ist für die Berechnung von Δg das Gaußsche Fehlerfortpflanzungsgesetz $\Delta g = \left[(\partial g/\partial h)^2 \Delta h^2 + (\partial g/\partial T)^2 \Delta T^2\right]^{1/2}$ vorzuziehen. (Am Besten mit dem Betreuer vorher besprechen!)

Einsetzen von (11) und (15) in (20) liefert

$$\Delta g = (0,0178 + 0,1632) \text{ m/s}^2 = 0,1810 \text{ m/s}^2 . \tag{21}$$

Das Endergebnis für g lautet somit

$$g = \bar{g} \pm \Delta g = (9,61 \pm 0,19) \text{ m/s}^2 . \tag{22}$$

Literaturwert [2] : g=9,807 m/s^2

Nach Gl. (21) resultiert der größte Beitrag zu Δg aus der Messunsicherheit ΔT.

3.3 Messung der Falldauer bei variabler Fallhöhe

Im zweiten Teil des Versuchs wurde nun die Falldauer T als Funktion der (variablen) Fallhöhe h gemessen. Zu jedem h wurde T aus einer Einzelmessung ermittelt. Die Messwerte sind in Tabelle 2 aufgelistet.

Tabelle 2 : Gemessene Werte für die Falldauer T als Funktion der Fallhöhe h

i	1	2	3	4	5	6	7	8	9
h_i (m)	6,2	5,8	5,4	5,0	4,6	4,2	3,8	3,4	3,0
T_i (s)	1,11	1,11	1,06	0,99	1,0	0,95	0,87	0,82	0,80
T_i^2 (s^2)	1,23	1,23	1,12	0,98	1,00	0,90	0,76	0,67	0,64
$\Delta(T_i^2)$ (s^2)	0,22	0,22	0,21	0,20	0,20	0,19	0,17	0,16	0,16

Nach Gl. (6) gilt

$$T = \sqrt{\frac{2}{g}}\sqrt{h}\,. \tag{23}$$

Zur grafischen Bestimmung von g ist in folgender Abbildung T^2 über h aufgetragen (Linearisierung).

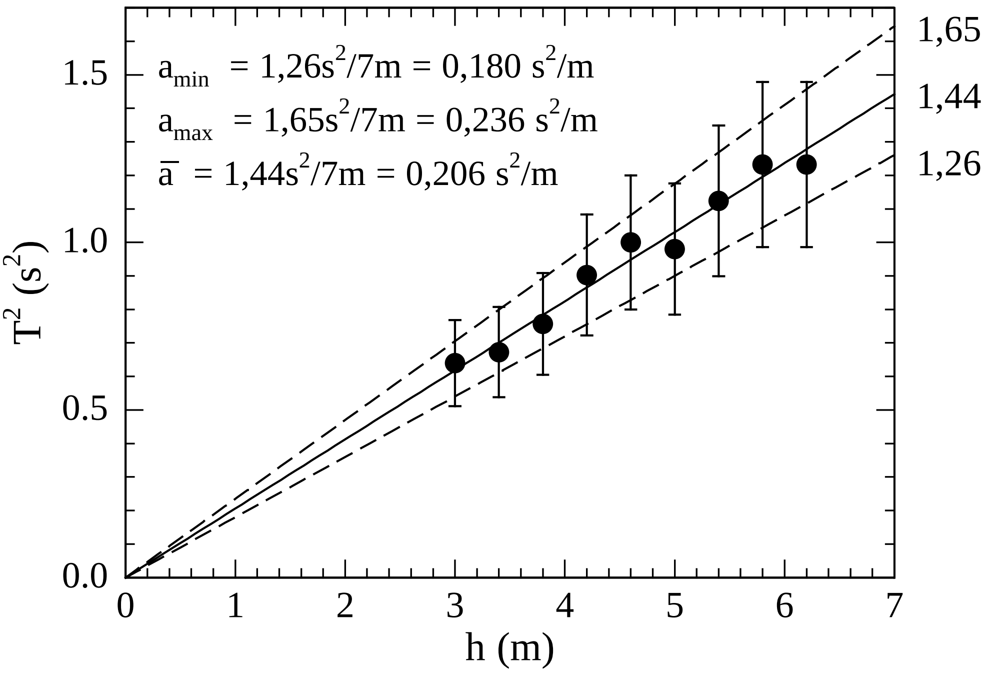


Abbildung 3: Fallzeit als Funktion der Fallhöhe in linearisierter Auftragung

- Zu jeder Abbildung gehört eine Bildunterschrift.
- Auf Abbildungen muss im Text verwiesen werden.
- Symbole in Diagrammen müssen genügend groß sein.
- Die Schriftgröße in Diagrammen und Abbildungen so wählen, dass die Beschriftung (auch nach einer möglichen Verkleinerung des Bildes) noch gut lesbar ist.
- Wenn Messung und Theorie gut übereinstimmen, ist gegebenenfalls ein zusätzliches Diagramm mit den Residuen erforderlich.
- Achsenbeschriftung in Diagrammen mit Einheiten: W (Nm) , **nicht** : W [Nm]
- Logarithmische Größe: log(W/Nm) , **nicht** : log(W)

Bezeichnen wir die Steigung der resultierenden Geraden mit a, so gilt

$$T^2 = \frac{2}{g}\,h = ah \quad \Rightarrow \quad g = \frac{2}{a}\,. \tag{24}$$

Für die Unsicherheit der Einzelmessung schätzen wir grob ab:

$$\Delta T \approx 0,1\,\mathrm{s}\,. \tag{25}$$

Die Unsicherheiten für T^2 in Abb. 3 ergeben sich aus der Fehlerfortpflanzung zu

$$\Delta(T^2) = \frac{d}{dT}T^2 \cdot \Delta T = 2T\Delta T\ . \tag{26}$$

Aus den Steigungen der in Abb. 3 eingezeichneten Ausgleichsgeraden und der beiden Grenzgeraden erhalten wir mit Gl. (24)

$$\bar{g} = 9,722\ \mathrm{m/s^2}\,, \tag{27}$$

$$g_{\mathrm{min}} = \frac{2}{a_{\mathrm{max}}} = 8,485\ \mathrm{m/s^2}\,, \quad g_{\mathrm{max}} = \frac{2}{a_{\mathrm{min}}} = 11,111\ \mathrm{m/s^2}\,. \tag{28}$$

Mit

$$\Delta g \approx \frac{1}{2}(g_{\mathrm{max}} - g_{\mathrm{min}}) = 1,313\ \mathrm{m/s^2} \tag{29}$$

folgt

$$g = \bar{g} \pm \Delta g = (9,7\ \pm\ 1,4)\ \mathrm{m/s^2}\,. \tag{30}$$

Die Bestimmung von g in diesem Versuchsteil hätte wesentlich genauer erfolgen können, hätte man für jede Fallhöhe anstatt einer Einzelmessung eine ganze Messreihe für T durchgeführt (vgl. Kap. 3.2).

Für die Steigung der Regressionsgeraden ergibt sich nach Gl. (10)

$$\sigma = \frac{\sum_{i=1}^{N} T_i^2 h_i}{\sum_{i=1}^{N} h_i^2} = 0,21\ \mathrm{s^2/m}\,. \tag{31}$$

Für g folgt daraus

$$g = 9,70\ \mathrm{m/s^2}\,. \tag{32}$$

4 Literaturverzeichnis

Literatur

[1] Wolfgang Limmer, *Praktikumsanleitung*, WS 2008/09.

[2] Horst Kuchling, *Taschenbuch der Physik*, (Fachbuchverlag Leipzig im Carl Hanser Verlag, München, 1996).

5 Anhang

Messprotokoll

- Dem Protokoll muss im Anhang ein Messprotokoll beigefügt werden, das die Originalaufschriebe enthält. Bei sehr vielen Messwerten (z.B. Fortgeschrittenenpraktikum) kann auch eine CD verwendet werden.
- Auf keinen Fall dürfen die Messergebnisse vor dem Ende des Praktikums gelöscht werden.
- Im Hauptteil des Protokolls sollten keine langen Tabellen mit Messwerten präsentiert werden. Eine graphische Darstellungen der Messdaten ist hier vorzuziehen. Ist der Abdruck einer langen Liste unbedingt nötig, dann sollte dies im Anhang geschehen.

Weitere Kommentare

Laborheft:

- Es wird dringendst empfohlen, zur Aufzeichnung von Messdaten und zum Festhalten von Notizen, Skizzen u.s.w. ein fest gebundenes Laborheft zu führen. Als Messprotokoll kann dann auch eine Kopie aus eben diesem Laborheft akzeptiert werden.

Zitate:

- Bei fremdem Text- und Bildmaterial muss neben der direkten Bezugsquelle auch die Originalquelle zitiert werden.
- Zitate aus Wikipedia werden nicht generell abgelehnt, aber es muss die volle URL angegeben werden, die direkt zur Quelle führt.
- Wörtliche Zitate sind bei einzelnen Sätzen erlaubt, aber die wörtliche Wiedergabe von ganzen Absätzen ist in Protokollen nicht erwünscht. Die Studierenden sollen den Inhalt mit eigenen Worten wiedergeben.
- Im Fortgeschrittenenpraktikum ist Wikipedia als Ausgangspunkt für Informationsbeschaffung erlaubt, aber es sollten hauptsächlich Lehrbücher, Bibliothekstools und Datenbanken zur Informations- und Literaturrecherche genutzt werden.

Rechtschreibung:

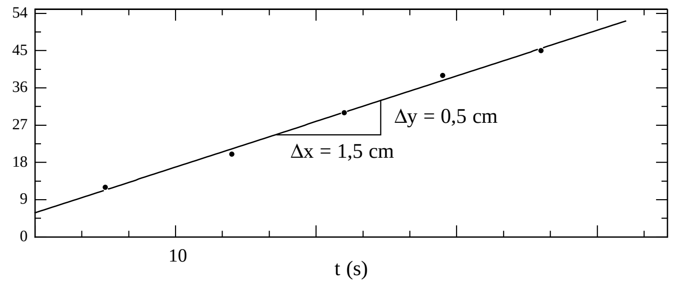
- Vor der Abgabe das Protokoll auf Tippfehler und Rechtschreibfehler hin überprüfen und korrigieren.

Sonstiges:

- Bei der Protokollrückgabe muss die ganze Gruppe anwesend sein.
- Das Protokoll muss, auch wenn die Praktikanten sich die Arbeit aufteilen (z.B. Theorie und Auswertung), eine in sich geschlossene Einheit bilden.

So sollten Diagramme nicht aussehen!

In einem Diagramm soll der gemessene Ort x in m über der Zeit t in s aufgetragen werden. Die Ausführung in der folgenden Abbildung ist völlig inakzeptabel:



- Die Zeichnung und die Beschriftung sind zu klein, das Format ist ungünstig.
- Die Messpunkte sind zu klein eingezeichnet und es fehlen die Messunsicherheiten.
- An der Ordinate fehlt die Bezeichnung und die Einheit der dargestellten Größe, nämlich x (m), und an der Abszisse fehlt größtenteils die Beschriftung.
- Es fehlt die Bildunterschrift.
- Die Skaleneinteilung ist extrem unbequem. Man versuche z.B. den Messpunkt (x = 27,5 m, t = 18,5 s) einzutragen!
- Das Dreieck zur Bestimmung der Steigung ist zu klein (Ablesefehler!), die verwendeten Bezeichnungen Δx und Δy passen nicht zu den Größen t und x, und die Angabe geometrischer Längen, nämlich Δx = 1,5 cm und Δy = 0,5 cm, ist vollkommen unsinnig. Benötigt werden Δt und Δx in den Einheiten s und m!
  Die Größe des Steigungsdreiecks sollte im Übrigen so gewählt werden, dass die Werte für Δt und Δx leicht abgelesen werden können und dass durch den Wert von Δt leicht geteilt werden kann, z.B. Δt = 40 s.