

# Seminar zur Vorlesung

## Mathematische Methoden II für Lehramtsstudierende

Sommer 2017

Blatt 2

08.05.2017

### Aufgabe 3 *2D-Integration*

Wir betrachten die Fläche  $A$ , die von unten durch die Einheitsparabel und von oben durch die Winkelhalbierende des ersten Quadranten begrenzt wird.

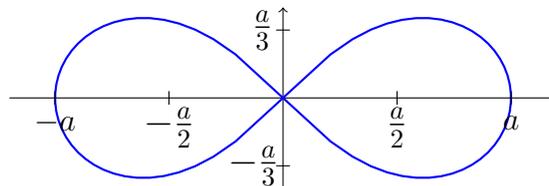
- Bestimmen Sie zunächst die beiden Funktionen  $y_o(x)$  und  $y_u(x)$ , die das Integrationsintervall von oben und unten begrenzen und stellen Sie das iterierte Integral einer Funktion  $f(x, y)$  über  $A$  auf. (1 Punkt)
- Berechnen Sie nun das Integral der Funktion

$$f(x, y) \equiv \frac{x}{2\sqrt{y}} \exp(\sqrt{y})$$

über die Fläche  $A$ . (2 Punkte)

### Aufgabe 4 *Fläche einer Lemniskate*

Im Folgenden soll der Inhalt der Fläche bestimmt werden, die von einer Lemniskate eingeschlossen wird. Diese Kurve entsteht, wenn man in ebenen Polarkoordinaten die Funktion  $r(\varphi) = a\sqrt{\cos(2\varphi)}$  mit dem positiven Parameter  $a$  aufträgt, wobei nur die  $\varphi$ -Werte berücksichtigt werden, für die die Funktion  $\cos(2\varphi)$  keine negativen Werte annimmt:



- Welche Werte im Intervall  $[0, 2\pi]$  darf der Winkel  $\varphi$  bei einer Lemniskate folglich annehmen? (1 Punkt)
- Berechnen Sie den von der Lemniskate eingeschlossenen Flächeninhalt in Abhängigkeit von  $a$ . (1 Punkt)

### Aufgabe 5      *3D-Integration Zylinderkoordinaten*

Wir betrachten das rotationssymmetrische Volumen  $V$ , das entsteht, wenn die Kurve  $z(x) = e^{-x}$  um die  $z$ -Achse rotiert wird und welches von unten durch die  $x$ - $y$ -Ebene beschränkt ist.

- a) Stellen Sie das iterierte Integral zur Berechnung von  $V$  in Zylinderkoordinaten auf, einmal mit  $\rho$  und einmal mit  $z$  als äußerer Integrationsvariable.      (2 Punkte)
- b) Berechnen Sie  $V$  mit Hilfe eines der beiden Ausdrücke aus a).      (1 Punkt)