

Seminar zur Vorlesung

Mathematische Methoden II für Lehramtsstudierende

Sommer 2017

Blatt 4

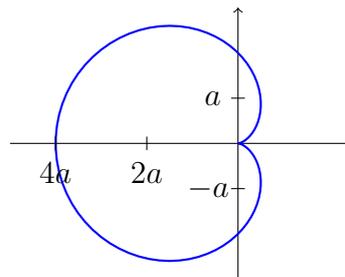
22.05.2017

Aufgabe 9 *Fläche einer Kardioide*

Im Folgenden soll der Inhalt der Fläche bestimmt werden, die von der Kardioide eingeschlossen wird, die sich in Polarkoordinaten (ρ, φ) durch die Relation

$$\rho(\varphi) = 2a(1 - \cos \varphi)$$

darstellen lässt.



Berechnen Sie den von der Kardioide eingeschlossenen Flächeninhalt in Abhängigkeit von a . (1 Punkt)

Aufgabe 10 *3D-Integration*

Wir definieren B als die Fläche, die ein Kreis um den Ursprung und mit Radius b im ersten Quadranten der x - y -Ebene einnimmt. Berechnen Sie das Volumen des Körpers, der B als Grundfläche hat und dessen Höhe durch

$$h(x, y) = \frac{xy^2}{b^2}$$

gegeben ist.

(2 Punkte)

Aufgabe 11 *Nabla-Kalkül*

a) Zeigen Sie die Identität

$$\operatorname{rot}(\vec{F} \times \vec{G}) = \vec{F} \operatorname{div} \vec{G} - \vec{G} \operatorname{div} \vec{F} + (\vec{G} \cdot \nabla) \vec{F} - (\vec{F} \cdot \nabla) \vec{G}$$

mit Hilfe des Nabla-Kalküls.

(1 Punkt)

b) Zeigen Sie die Identität

$$\operatorname{grad}(\vec{F} \cdot \vec{G}) = (\vec{G} \cdot \nabla) \vec{F} + \vec{G} \times \operatorname{rot} \vec{F} + (\vec{F} \cdot \nabla) \vec{G} + \vec{F} \times \operatorname{rot} \vec{G}$$

mit Hilfe des Nabla Kalküls.

(1 Punkt)

Hinweis: Für beide Teilaufgaben können Sie die BAC-CAB-Formel verwenden, die Sie im letzten Semester kennengelernt haben.