Seminar zur Vorlesung Quantenmechanik

Sommersemester 2017 **Blatt 2** **26.04.2017**

Aufgabe 3 *Fresnel-Integrale*

Zeigen Sie:

a) $$\int_{-\infty}^{+\infty} \exp\{i[\beta(\xi-x)^2+\gamma(\xi-y)^2]\}\,d\xi = \sqrt{\frac{i\pi}{\beta+\gamma}}\exp\left[i\frac{\beta\gamma}{\beta+\gamma}(x-y)^2\right]. \qquad \text{(1 Punkt)}$$

b) 1. $$\left(\frac{\alpha}{i\pi}\right)^{3/2}\int_{\mathbb{R}^3} e^{i\alpha\vec{\xi}^{\,2}} d^3\xi = 1\,,$$

2. $$\left(\frac{\alpha}{i\pi}\right)^{3/2}\int_{\mathbb{R}^3}(\vec{A}\cdot\vec{\xi})(\vec{B}\cdot\vec{\xi})e^{i\alpha\vec{\xi}^{\,2}} d^3\xi = \frac{i}{2\alpha}\vec{A}\cdot\vec{B}\,. \qquad \text{(1 Punkt)}$$

Dabei sind α, β, γ reelle Parameter und $\vec{A}$, $\vec{B}$ konstante Vektoren.

Hinweis: Alle Integrale lassen sich auf die Integrale aus der Vorlesung zurückführen.

Aufgabe 4 *Wahrscheinlichkeitsverteilungen*

Bei einem freien Teilchen sind zur Zeit $t=0$ der Ort x und der Impuls p nicht genau bekannt, sondern nur die Wahrscheinlichkeitdichte

$$W_0(x,p) = \frac{1}{2\pi\sigma_x\sigma_p}\exp\left[-\frac{x^2}{2\sigma_x^2}-\frac{p^2}{2\sigma_p^2}\right]\,.$$

a) Bestimmen Sie die Wahrscheinlichkeitsdichte $W(x,p,t)$ für $t>0$ und skizzieren Sie diese (Höhenlinien) für verschiedene Zeiten. Überlegen Sie sich dazu, wo das Teilchen zur Zeit $t=0$ im Phasenraum gewesen sein muss, um zur Zeit $t>0$ im Phasenraum bei (x,p) zu sein. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass es die passende Anfangsbedingung hatte? (1 Punkt)

b) Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, das Teilchen zur Zeit t zwischen x und $x+dx$ zu finden? Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass es zur Zeit t einen Impuls zwischen p und $p+dp$ hat? (1 Punkt)

Hinweis: Gaußverteilungen haben die Normalform

$$f(\xi) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\,\sigma}\exp\left[-\frac{(\xi-\bar{\xi})^2}{2\sigma^2}\right]$$

[siehe auch $W_0(x,p)$]. Bringen Sie Ihre Ergebnisse auf diese Form.