



Institut für Theoretische Chemie:
Prof. Dr. Gerhard Taubmann und M.Sc. Anja Kobel

Mathematik II für Biochemie und Molekulare Medizin

Die Übungsblätter können von <http://www.uni-ulm.de/theochem/lehre> heruntergeladen werden.

Übungsblatt 9, Übung am 08.06.2011

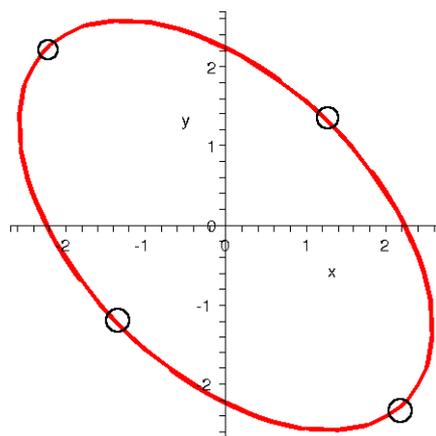
Aufgabe 1: Lagrange Multiplikatoren

Sie wollen aus 10 m^2 Holz einen Quader mit möglichst großem Volumen herstellen. Bestimmen Sie mittels der Methode der Lagrange Multiplikatoren die Seitenlängen x , y und z (in m).

Aufgabe 2: Lagrange Multiplikatoren

Berechnen Sie die Scheitelpunkte der Ellipse $x^2 + xy + y^2 = 5$.

Hinweis: Die Scheitelpunkte sind die Punkte, welche den größten oder kleinsten Abstand ($r^2 = x^2 + y^2$) vom Nullpunkt haben.



Aufgabe 3: Lokale Extremwerte und Sattelpunkte

Bestimmen Sie die lokalen Extremwerte und Sattelpunkte der folgenden Funktionen:

(a) $f(x, y) = (x^2 + y^2 - 9)^2$

(b) $f(x, y) = \sin x \cos 2y$ für $0 \leq x \leq \pi$, $0 \leq y \leq \frac{\pi}{2}$

Aufgabe 4: Lokale Extremwerte

Im menschlichen Körper gibt es 6 größere Gruppen von arteriellen Blutgefäßen: Aorta, große Arterien, Arterienäste, Arterienzweige, Arteriolen und Kapillaren. Vergleicht man den Durchmesser dieser Gefäße, so erhält man:

$$D_{i+1} \approx D_i \sqrt[3]{\frac{1}{2}}$$

Wobei $D_i = f(z_i)$ der Durchmesser der Gefäße in Abhängigkeit von ihrer Anzahl z_i ist.

Wir wollen nun dieses Ergebnis mathematisch nachweisen: Gehen wir davon aus, dass sich jede Gefäßart in zwei Gefäße des nächst kleineren Durchmessers aufspaltet. Dann muss die Kostenfunktion

$$W = \Delta p Q + kV$$

minimiert werden. Wobei $W = W_{Blutnachlieferung} + W_{Herz} =$ Gesamtleistung des Systems, $\Delta p =$ Druckverlust, $Q =$ Volumenstrom, $k =$ Gewichtungsfaktor, $V =$ Leistungsvolumen gilt.

Wir betrachten näherungsweise kurze Rohrabschnitte der Länge L , für die nach Hagen-Poiseuille für eine Konstante c gilt:

$$p = \frac{128cLQ}{\pi D^4}, \quad V = \frac{L\pi D^2}{4}$$

Berechnen Sie die Kostenfunktion als Funktion zweier verschiedener Durchmesser D_1, D_2 bei einer Aufspaltung aus einem Gefäß der Länge L_1 in 2 Gefäße der Länge L_2 , minimieren Sie diese und vergleichen Sie das Verhältnis der beiden optimalen Durchmesser mit dem experimentellen Befund.