Institut für Theoretische Chemie:
Prof. Dr. Gerhard Taubmann und M.Sc. Anja Kobel

Mathematik II für Biochemie und Molekulare Medizin

Die Übungsblätter können von `http://www.uni-ulm.de/theochem/lehre` *heruntergeladen werden.*

Übungsblatt 13, Übung am 06.07.2011

Aufgabe 1: *Lineare inhomogene gewöhnliche Differentialgleichungen erster Ordnung*

Lösen Sie die folgenden Differentialgleichungen:

(a) $xy' + 5y = x^2$ (b) $y' + xy = 2xe^{-x^2} \quad y(0) = 2$ (c) $xy' + y = x \sin x$

(d) $xy' + y = x^2 + 3x + 2$ (e) $y' + \frac{2xy}{1+x^2} - \frac{2x^2}{1+x^2} = 0$ (f) $y' x \ln x + y = 2x$

Aufgabe 2: *Lineare gewöhnliche inhomogene Differentialgleichungen zweiter Ordnung*

Bestimmen Sie die allgemeine Lösung $y(x)$ folgender linearer Differentialgleichungen:

(a) $y'' - 2y' + 2y = e^{-3x}$
(b) $y'' + 4y' + 4y = 9e^{-2x}$
(c) $y'' + 4y' + 4y = 9xe^{-2x}$

Aufgabe 3: *Lineare gewöhnliche homogene Differentialgleichungen zweiter Ordnung, Eigenwertproblem*

Bestimmen Sie alle möglichen Lösungen des folgenden Randwertproblems in Abhängigkeit von λ.

$$y'' + y = -\lambda y \qquad y(0) = 0; \quad y(\pi) = 0; \quad \lambda > -1$$

Hinweis: Skript Abschnitt 11.5, Beispiel aus der Quantenmechanik.

Aufgabe 4: *Lineare inhomogene gewöhnliche Differentialgleichungen erster Ordnung: Reaktion zweiter Ordnung*

Wir behandeln die Kinetik der bimolekularen Reaktion A+B→AB. die Konzentration $a(t)$ des Stoffes A betrage am Anfang $a(0) = a_0$, die des Stoffes B $b(t)$ sei $b(0) = b_0$. Stoff B soll im Überschuß vorliegen, d.h. $a_0 < b_0$. Mit $x(t)$ werde die Konzentration des Produktes AB bezeichnet. Für jedes Molekül AB wird je ein Molekül des Stoffes A und ein Molekül des Stoffes B verbraucht, also gilt: $a(t) = a_0 - x(t)$ und $b(t) = b_0 - x(t)$. Am Anfang ist $x(0) = 0$ und selbstverständlich gilt immer $a(t) \geq 0$, $b(t) \geq 0$, $x(t) \geq 0$. Die Reaktionsgeschwindigkeit $\dot{x}(t)$ dieser bimolekularen Kinetik ist proportional zu $a(t)$ und $b(t)$:

$$\frac{dx(t)}{dt} = ka(t)b(t)$$

Hierbei ist der Reaktionsgeschwindigkeitskoeffizient k eine positive Konstante. Berechnen Sie nun $x(t)$, $\dot{x}(0)$, $\lim_{t\to\infty} x(t)$ und $\lim_{t\to\infty} \dot{x}(t)$.