ulm university universität uulm

Institut für Theoretische Chemie:
Prof. Dr. Gerhard Taubmann, Dr. Luis Mancera

Mathematik II für Biochemie und Molekulare Medizin

Mi. 14:00-16:00 Uhr, H16

Übungsblatt 13* **Übung am 18.07.2012**

Aufgabe 1: *Integration*

Gegeben ist K. Berechnen Sie damit L.

$$K = \int_0^\infty x^{41} e^{-x}\, dx = 41! \qquad\qquad L = \int_0^\infty x^{42} e^{-x}\, dx$$

Aufgabe 2: *Elementare Integration*

Berechnen Sie

$$\int \frac{x^5}{x^2+1}\, dx$$

Aufgabe 3: *Totales Differential*

Gegeben ist das totale Differential

$$df = \left[y^2 + \cos(xy)\, y + 2\right]\, dx + \left[2\, xy + \cos(xy)\, x + \sin(y)\right]\, dy$$

(a) Zeigen Sie rechnerisch, daß df ein totales Differential ist.

(b) Berechnen Sie aus df die Funktion $f(x, y)$, deren totales Differential df ist.

Aufgabe 4: *Determinanten*

Gegeben sind die Determinanten $A = \det(\mathbf{A})$ und $B = \det(\mathbf{B})$.

$$A = \begin{vmatrix} 2 & 1 & 3 & -2 & 2 \\ 2 & 2 & -8 & 2 & 2 \\ 5 & 5 & 0 & 3 & 0 \\ -7 & -4 & -2 & 7 & -6 \\ 3 & 3 & -8 & 2 & 2 \end{vmatrix} \qquad B = \begin{vmatrix} 2 & 2 & 5 & -7 & 3 \\ 1 & 2 & 5 & -4 & 3 \\ 3 & -8 & 0 & -2 & -8 \\ -2 & 2 & 3 & 7 & 2 \\ 2 & 2 & 0 & -6 & 2 \end{vmatrix}$$

(a) Berechnen Sie die Determinante A, <u>ohne</u> jemals die Sarrus–Regel anzuwenden.

(b) Geben Sie <u>ohne</u> Rechnung den Wert der Determinanten B an. Begründen Sie Ihre Antwort!
<u>Hinweis</u>: Vergleichen Sie <u>sorgfältig</u> $\mathbf{A}$ und $\mathbf{B}$.

---

* *Die Übungsblätter können von* `http://www.uni-ulm.de/nawi/nawi-theochemie/lehre` *heruntergeladen werden.*

Aufgabe 5: *Separierbare gewöhnliche Differentialgleichungen erster Ordnung*

Berechnen sie die allgemeine Lösung der Differentialgleichung

$$y' = \frac{y^2}{x^2+1}$$

Die Lösung ist nach y aufgelöst gesucht.

Aufgabe 6: *Lineare gewöhnliche inhomogene Differentialgleichungen zweiter Ordnung*

Berechnen sie die allgemeine Lösung der Differentialgleichung

$$y'' - y = e^x + e^{2\,x}$$

Aufgabe 7: *Taylorentwicklung zur Näherung von Funktionen*

In dieser Aufgabe nähern wir π durch $\pi \approx 3,14$ an.

(a) Warum gilt näherungsweise $\sqrt{20\pi} \approx 8$? Begründen Sie Ihre Antwort!

(b) Entwickeln Sie $y = \sqrt{1+x}$ um $x = 0$ bis zum linearen Glied einschließlich. Diese Taylorreihe hat den Konvergenzradius 1.

(c) Berechnen Sie mit den Ergebnissen von a) und b) $\sqrt{20\pi}$ auf zwei Nachkommastellen genau.

Aufgabe 8: *Lagrange Multiplikatoren*

Wir betrachten eine Ebene mit der Gleichung $x + 2y + 3z = 28$. Welcher Punkt auf dieser Ebene liegt dem Nullpunkt am nächsten?
Die Aufgabe <u>muß</u> mit der Methode der Lagrange–Multiplikatoren gelöst werden.
<u>Hinweis</u>: Minimieren Sie das Quadrat des Abstandes.