

Klausur Mathematik II für Biochemie und Molekulare Medizin SS 2012

1. Die Funktion (15 P.)

$$h = f(x, y) = -\frac{1}{4}(x^2 + y^2) + 8 \quad (x \text{ und } y \text{ in Einheiten von } 100 \text{ m})$$

beschreibt für $x \in [-4; 4]$ und $y \in [-4; 4]$ das Profil eines Berges. Sie wandern geradlinig von $A(4, -4)$ nach $B(0, 4)$.

- (a) Bestimmen Sie den Wertebereich Ihrer Funktion h sowie die Höhe des Start- und des Zielpunkts.
Hinweis: Beachten Sie den vorgegebenen Definitionsbereich!
- (b) Skizzieren Sie das Gelände und den Weg mit Hilfe von drei Höhenlinien in der x, y -Ebene.
- (c) Bestimmen Sie den höchsten Punkt Ihrer Wanderung. Es müssen Lagrange-Multiplikatoren verwendet werden. (Sonst gibt es keine Punkte.)
2. Gegeben ist (9 P.)

$$f(x, y) = \ln(x^2 y) + 3e^{2x+y^2} - x^2 \sin^2 y + 5x \cos(2x)$$

- (a) Bestimmen Sie das totale Differential df .
- (b) Bestätigen Sie durch Rechnung, daß df wirklich ein totales Differential ist. Bei dieser Rechnung darf $f(x, y)$ nicht verwendet werden.
3. Berechnen Sie $J = \int \frac{dx}{e^x - 4e^{-x}}$.

Hinweis: Der erste Schritt ist eine naheliegende Substitution. (10 P.)

4. Gegeben ist $L = \int_0^1 \frac{\ln x}{1+x} dx = -\frac{\pi^2}{12}$ (8 P.)

- (a) Begründen Sie, weshalb der Wert dieses Integrals negativ ist.
- (b) Berechnen Sie mit Hilfe von L das Integral M .

$$M = \int_0^1 \frac{\ln(ax)}{1+x} dx \quad (a > 0)$$

Hinweis: Wenden Sie zunächst die Logarithmengesetze an.

5. Berechnen Sie die allgemeine Lösung von (6 P.)

$$y' = (1 + y^2) \sin x$$

Das Ergebnis ist nach y aufgelöst gesucht.

6. Berechnen Sie die allgemeine Lösung von

(10 P.)

$$y'' + 6y' + 9y = x.$$

Zusatzfrage: Welchen Ansatz für die partikuläre Lösung der inhomogenen Differentialgleichung würden Sie für

$$y'' + 6y' + 9y = x^3 e^{-79x}$$

machen? Begründen Sie Ihre Antwort! Die Lösung dieser Differentialgleichung ist nicht gesucht!

7. Welche der folgenden Determinanten sind nach den Ihnen bekannten Rechenregeln sicher null? Begründen Sie Ihren Antwort ohne lange Rechnung! (12 P.)

$$A = \begin{vmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 2 & -3 & 4 & 5 & -6 \\ 0 & 2 & 0 & 3 & 0 \\ -3 & 2 & 6 & \pi & \pi^4 \\ 1 & 2 & 1 & 3 & 1 \end{vmatrix} \quad B = \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 0 & \pi & \pi^2 & e^1 \pi & -4 \\ 0 & 0 & 0 & 7 & -3 \\ 0 & 0 & 0 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 42 \end{vmatrix} \quad F = \begin{vmatrix} -2 & 3 & 4 & 0 & 9 \\ 5 & 4 & 3 & 2 & 1 \\ 2 & 0 & 8 & 9 & 6 \\ 7,5 & 6 & 4,5 & 3 & 1,5 \\ 5 & \pi^2 & \pi^6 & \sqrt{\pi} & 8 \end{vmatrix}$$

$$C = \begin{vmatrix} 1 & 2 & 0 & -3 & 1 \\ 0 & -3 & 2 & 2 & 2 \\ 1 & 4 & 0 & 6 & 1 \\ 0 & 5 & 3 & \pi & 3 \\ 1 & -6 & 0 & \pi^4 & 1 \end{vmatrix} \quad D = \begin{vmatrix} 0 & -3 & 4 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & -4 \\ \pi & 0 & 0 & 7 & -8 \\ e^1 & 0 & 0 & 42 & 0 \\ 2 & 3 & 0 & 0 & 0 \end{vmatrix} \quad G = \begin{vmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 2 & 1 & 2 & 2 & 2 \end{vmatrix}$$

8. Berechnen Sie die Determinante H .

(5 P.)

$$H = \begin{vmatrix} 1 & -1 & 0 & 3 \\ \pi & 37 & -2 & e^2 \\ 0 & 2 & 0 & 2 \\ 1 & 2 & 0 & 4 \end{vmatrix}$$