1. Berechnen Sie 11 P.

a) $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{\ln(\cos x)}{\sin^2 x}$ b) $\lim\limits_{x\to 1} \dfrac{\ln x + \cos(\pi x)}{\sin^2(\pi x) + 1}$ c) $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{\mathrm{ld}(\cos x)}{\tan x}$

2. Berechnen Sie folgende Integrale: 11 P.

a) $\displaystyle\int e^x \, e^{(e^x)} \, dx$ b) $\displaystyle\int x^2 \, \ln\left(x^2\right) \, dx$

3. Es ist gegeben: 8 P.

$$\ln 2 \approx 0,69 \quad \text{und} \quad \ln(1+x) \approx x - \frac{1}{2}x^2 \qquad (|x| \ll 1)$$

Berechnen Sie mit diesen Angaben $\ln 10$ auf zwei Nachkommastellen genau!
Hinweis: Zerlegen Sie zunächst 10 in seine Primfaktoren.
$5 = \frac{5}{4} \cdot 4$

4. Geben Sie e^{93} in wissenschaftlicher Notation (d. h. als $M \cdot 10^E$) an. Die Mantisse M soll auf eine gültige Stelle genau angegeben werden. 6 P.

5. Gegeben ist die Funktion 10 P.

$$\mathrm{f}(x) = (\sin x)^x + (\cos x)^x \,.$$

(a) Berechnen Sie die Ableitung von $\mathrm{f}(x)$.
Hinweis: Der Ausdruck für $\mathrm{f}'(x)$ ist etwas kompliziert und muß nicht weiter vereinfacht werden.

(b) Wir betrachten das Intervall $\boldsymbol{K} = [0; 2\pi]$. Auf welcher Teilmenge von $\boldsymbol{K}$ ist $\mathrm{f}(x)$ definiert?
Begründen Sie Ihre Antwort!

6. Wir betrachten die Funktion $\mathrm{g}(x)$. 12 P.

$$\mathrm{g}(x) = \frac{(x+2)(x+3)(x-1)}{(x+3)(x-2)(1+x)(x-5)}$$

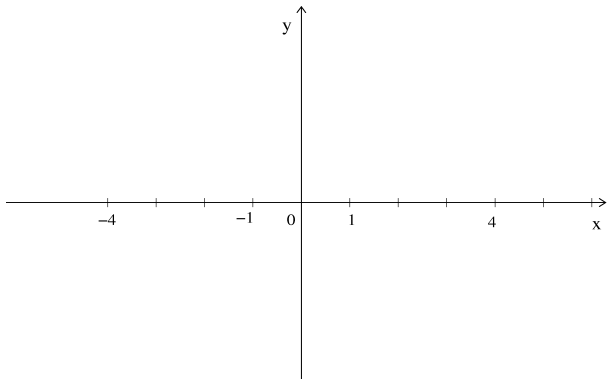
(a) Bestimmen Sie den Definitionsbereich von $\mathrm{g}(x)$.

(b) Bestimmen Sie die Nullstellen und die Pole von $\mathrm{g}(x)$.

(c) Untersuchen Sie das Verhalten von $\mathrm{g}(x)$ für $x \to \pm\infty$.

(d) Berechnen Sie $\mathrm{g}(0)$.

(e) Skizzieren Sie $\mathrm{g}(x)$.
Hinweis: Die Pole von $\mathrm{g}(x)$ sind alle von erster Ordnung.
Die Funktion $\mathrm{g}(x)$ hat genau zwei relative Extrema.



7. Drücken Sie mit Hilfe der Eulerschen Formel (sonst gibt es keine Punkte) $\sin(4x)$ durch $\sin x$ und $\cos x$ aus! 10 P.

Hinweis: Wir haben einen Trick kennengelernt, mit dem man $\sin(4x)$ und $\cos(4x)$ gleichzeitig ausrechnen kann.