

1. Berechnen Sie die allgemeine Lösung der Differentialgleichungen 11 P.

a) $y' \cdot e^{x+2y} = 1$ b) $\ddot{x} + 6\dot{x} + 9x = 0$

Bei a) ist die Lösung nach y aufgelöst gesucht!

2. Berechnen Sie die folgenden Determinanten, ohne jemals die Sarrus-Regel zu verwenden. 11 P.

$$A = \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 & 0 & 0 \\ 3 & 4 & 6 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 4 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 9 & 8 \\ 2 & 0 & -8 & 7 & 6 \end{vmatrix} \qquad B = \begin{vmatrix} 100000017 & 100000027 \\ 100000037 & 100000047 \end{vmatrix}$$

3. Berechnen Sie folgende Integrale: 11 P.

a) $\int \cos x e^{2x} dx$ b) $\int \frac{\ln x}{x^2} dx$

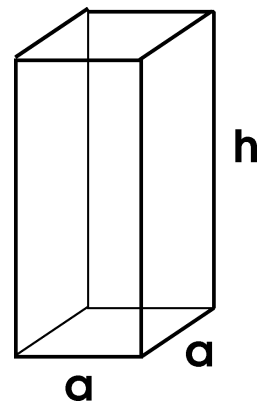
4. Wir betrachten ein oben offenes quaderförmiges Gefäß. Das Gefäß hat eine quadratische Grundfläche mit einer Seitenlänge a und eine Höhe h .

(a) Wie muß man a und h wählen, damit das Gefäß bei gegebener Oberfläche S das maximale Volumen hat?

Skizzieren Sie das optimale Gefäß in der Seitenansicht.

Die Aufgabe muß mit Lagrange-Multiplikatoren gelöst werden, sonst gibt es keine Punkte!

(b) Welche Oberfläche hat das optimale Gefäß mit dem Volumen $V = 500\text{m}^3$? 11 P.



5. Berechnen Sie folgenden Grenzwert: 7 P.

$$\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{1}{1 - e^{-x}} - \frac{1}{\sin x} \right)$$

6. (a) Entwickeln Sie $y = \sqrt[3]{1+x}$ um $x = 0$ bis zum linearen Glied. 12 P.
Diese Taylorreihe hat den Konvergenzradius 1.

(b) Berechnen Sie mit dem Ergebnis von 6a) $\sqrt[5]{1000}$ auf drei Nachkommastellen genau.

(c) Wie könnte man $\sqrt[5]{1000}$ beliebig genau berechnen?
Nennen Sie zwei verschiedene Möglichkeiten, führen Sie die Rechnungen nicht durch!