Universität Ulm
Institut für Theoretische Chemie

Prof. Dr. Gerhard Taubmann
Dr. Holger Euchner

Mathematik für Chemie und Wirtschaftschemie
Do 9-10 Uhr: N24/226

Übungsblatt 7, Übung am 24. 06. 2017

Aufgabe 1: *Differentialgleichungen*

Ordnen Sie folgenden Differentialgleichungen die Begriffe 'linear/nichtlinear, homogen/inhomogen, 1. Ordnung/2. Ordnung, explizite/implizite Darstellung, partiell' zu:

(a) $(x-1)y'' - xy' + y = 0$ (b) $\frac{\partial}{\partial t}u(x,t) = a^2 \frac{\partial^2}{\partial x^2}u(x,t)$ (c) $y' = 4x - 2xy$

(d) $\left(\frac{dy}{dx}\right)^2 + 4x - 2xy = 0$ (e) $\ddot{x}(t) + \omega_0^2\, x(t) = 0$

Aufgabe 2: *Separierbare gewöhnliche Differentialgleichungen erster Ordnung*

Lösen Sie die folgenden Differentialgleichungen:

(a) $y' + 3y = 0$ (b) $y' = (y-3)\sin^2 x$

Aufgabe 3: *Separierbare gewöhnliche Differentialgleichungen erster Ordnung mit Anfangsbedingungen*

Lösen Sie die folgenden Differentialgleichungen zunächst ohne Berücksichtigung der Anfangsbedingung. Bestimmen Sie dann den Wert der Konstante unter Beachtung der Anfangsbedingungen:

(a) $y' = x^2y^2$ für $y(0) = -1$ (b) $(y')^2 - \frac{x^6}{y^2} = 0$ für $y(0) = 0$

Aufgabe 4: *Lineare gewöhnliche homogene Differentialgleichungen zweiter Ordnung*

Lösen Sie folgende Differentialgleichungen zweiter Ordnung.
Hinweis: Verwenden Sie den $e^{\lambda x}$ Ansatz. Beachten Sie den Sonderfall der bei einer doppelten Nullstelle des charakteristischen Polynoms eintritt. λ kann auch die Wurzel einer negativen Zahl sein.

(a) $y'' + 3y' + 2y = 0$
(b) $y'' - 4y' + 3y = 0$
(c) $y'' + 6y' + 9y = 0$
(d) $y'' - 16y = 0$
(e) $y'' + 16y = 0$

Aufgabe 5: *Lineare gewöhnliche inhomogene Differentialgleichungen zweiter Ordnung: Erzwungene Schwingung*

Wir betrachten den sogenannten harmonischen Oszillator. Dieser wird durch folgende Differentialgleichung beschrieben:

$$\ddot{x}(t) + \omega_0^2\, x(t) = 0$$

Lösen Sie diese homogene Differentialgleichung. Desweiteren werde dieser harmonische Oszillator nun mit einer äußeren mechanischen Kraft angeregt so dass sich folgende Differentialgleichung ergibt (mit $\omega \neq \omega_0$:

$$\ddot{x}(t) + \omega_0^2\, x(t) = sin(\omega t)$$

Zeigen Sie durch einsetzen, dass $y_p(x) = Asin(\omega t)$ eine partikuläre Lösung dieser inhomogenen DGL ist. Wie lautet die allgemeine Lösung?