



Universität Ulm
Institut für Theoretische Chemie

ulm university universität
uulm

Prof. Dr. Gerhard Taubmann
David Mahlberg

Mathematik II für Chemie und Wirtschaftschemie

Vorlesung: Di. 10-12, H16 (Chemie u. Wi.-Chemie); Mo 14-16, H3 (Molekulare Medizin u. Biochemie)

Übungsblatt 12 wird Fr. den 14.07.2017 und Mo. den 17.07.2017 besprochen.

Die Übungsblätter können von <http://www.uni-ulm.de/nawi/nawi-theochemie/lehre/> heruntergeladen werden.

Übungsblatt 12

1. Aufgabe: Frage zur Vorlesung (1P)

Beantworten Sie die Frage zur Vorlesung vom 04.07.2017.

2. Aufgabe: Lagrange Multiplikatoren (3P)

Berechnen sie die Scheitelpunkte der Ellipse $x^2 + xy + y^2 = 5$.

Hinweis: Die Scheitelpunkte sind die Punkte, welche den größten oder kleinsten Abstand ($r^2 = x^2 + y^2$) vom Nullpunkt haben.

3. Aufgabe: Lagrange Multiplikatoren (3P)

Bestimmen sie das Maximum der Funktion $f(x, y) = x + 2y$ auf dem Einheitskreis, d.h. die Nebenbedingung lautet $x^2 + y^2 - 1 = 0$. Verwenden sie dazu das Verfahren der Lagrange-Multiplikatoren.

4. Aufgabe: Lokale Extremwerte und Sattelpunkte (4P)

Im menschlichen Körper gibt es 6 größere Gruppen von arteriellen Blutgefäßen: Aorta, große Arterien, Arterienäste, Arterienzweige, Arteriolen und Kapillaren. Vergleicht man den Durchmesser dieser Gefäße, so erhält man:

$$D_{i+1} \approx D_i \sqrt[3]{\frac{1}{2}}$$

Wobei $D_i = f(z_i)$ der Durchmesser der Gefäße in Abhängigkeit von ihrer Anzahl z_i ist.

Wir wollen nun dieses Ergebnis mathematisch nachweisen: Gehen wir davon aus, dass sich jede Gefäßart in zwei Gefäße des nächst kleineren Durchmessers aufspaltet. Dann muss die Kostenfunktion

$$W = \Delta p Q + kV$$

minimiert werden. Wobei $W = W_{Blutnachlieferung} + W_{Herz} =$ Gesamtleistung des Systems, $\Delta p =$ Druckverlust, $Q =$ Volumenstrom, $k =$ Gewichtungsfaktor, $V =$ Leistungsvolumen gilt.

Wir betrachten näherungsweise kurze Rohrabschnitte der Länge L , für die nach Hagen-Poiseuille für eine Konstante c gilt:

$$p = \frac{128cLQ}{\pi D^4}, \quad V = \frac{L\pi D^2}{4}$$

Berechnen Sie die Kostenfunktion als Funktion zweier verschiedener Durchmesser D_1, D_2 bei einer Aufspaltung aus einem Gefäß der Länge L_1 in 2 Gefäße der Länge L_2 , minimieren sie diese und vergleichen sie das Verhältnis der beiden optimalen Durchmesser mit dem experimentellen Befund.