Universität Ulm
Institut für Theoretische Chemie

ulm university universität ulm

Prof. Dr. Gerhard Taubmann
David Mahlberg

Mathematik II für Chemie und Wirtschaftschemie

Vorlesung: Di 10-12, H16

Seminar: Fr 8-10, H1

Das Übungsblatt wird im Seminar am 08.06.2018 als Präsenzübung bearbeitet

Die Übungsblätter können von `http://www.uni-ulm.de/nawi/nawi-theochemie/lehre/` heruntergeladen werden.

Übungsblatt 8

1. Aufgabe: Zweidimensionale Geschwindigkeitsverteilung

Mit der kinetischen Gastheorie wird die Bewegung der Moleküle in einem Gas beschrieben. Im eindimensionalen Fall wird folgende Geschwindigkeitsverteilung erhalten:

$$w_1(v_x) = N_1 \exp\left(-\frac{mv_x^2}{2k_BT}\right)$$

a) Wie lautet der Ansatz für die Verteilung der Geschwindigkeitsvektoren im zweidimensionalen Fall?
b) Normieren Sie die Geschwindigkeitsverteilung $w_2(\vec{v})$ aus a).
c) Formen Sie $w_2(\vec{v})\ dv_x\ dv_y$ in ebene Polarkoordinaten um und berechnen Sie die Verteilung $w_2(v)\ dv$ der Geschwindigkeitsbeträge.
d) Berechnen Sie die mittlere Geschwindigkeit $\bar{v}$.
Hinweise:

$$I = \int_{-\infty}^{\infty} e^{-\alpha x^2} dx = \sqrt{\frac{\pi}{\alpha}}$$

$$I = \int_{0}^{\infty} x^2 \cdot e^{-x^2} dx = \frac{\sqrt{\pi}}{4}$$

2. Aufgabe: Tripelintegral

Berechnen Sie das Dreifachintegral:
(Hinweise: Umformen in Polarkoordinaten, Integration durch Substitution und partielle Integration)

$$\int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{4\pi}\left|\frac{2}{\sqrt{a^3}}\exp\left[-\frac{\sqrt{x^2+y^2+z^2}}{a}\right]\right|^2 dx\,dy\,dz$$

3. Aufgabe: Tripelintegral

Berechnen Sie:
a)

$$\int_1^4\int_1^3\int_0^2 (x^2 - 2yz)\,dx\,dy\,dz$$

b)

$$\int_0^3\int_0^{\pi/2}\int_1^{e^2} \left(\frac{x}{z}\sin(xy)\right) dz\,dy\,dx$$

4. Aufgabe: Volumenintegral

Berechnen Sie das Integral I in Kugelkoordinaten.

$$I = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{e^{-(x^2+y^2+z^2)}}{\sqrt{x^2+y^2+z^2}} \, dx \, dy \, dz$$