Einfache Aufgaben mit Matrizen

Gegeben sind $\mathbf{A}$ und $\mathbf{B}$.

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 2 & 4 & 3 & 1 \\ 0 & 1 & 2 & 1 \\ -1 & 2 & 1 & 1 \end{pmatrix} \qquad \mathbf{B} = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 2 & 1 \\ -1 & 0 \\ 4 & 5 \end{pmatrix}$$

Dann ist

$$\mathbf{A}\,\mathbf{B} = \begin{pmatrix} 11 & 11 \\ 4 & 6 \\ 6 & 6 \end{pmatrix} \quad \text{und} \quad \mathbf{B}^{\mathrm{T}}\,\mathbf{A}^{\mathrm{T}} = \begin{pmatrix} 11 & 4 & 6 \\ 11 & 6 & 6 \end{pmatrix}$$

$$\text{sowie} \qquad \mathbf{A}\,\mathbf{B}\,\mathbf{B}^{\mathrm{T}} = \begin{pmatrix} 22 & 33 & -11 & 99 \\ 10 & 14 & -4 & 46 \\ 12 & 18 & -6 & 54 \end{pmatrix}$$

Mit der neuen Matrix $\mathbf{C}$ kann man weitere Ausdrücke berechnen.

$$\mathbf{C} = \begin{pmatrix} 2 & 2 & 3 \\ 1 & -4 & 2 \\ 0 & 1 & 2 \\ 5 & 3 & 4 \end{pmatrix} \quad \text{damit} \quad \mathbf{A}\,\mathbf{C} = \begin{pmatrix} 13 & -6 & 24 \\ 6 & 1 & 10 \\ 5 & -6 & 7 \end{pmatrix} \quad \text{und} \quad \det(\mathbf{A}\,\mathbf{C}) = -161$$

und andererseits

$$\mathbf{C}\,\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 1 & 16 & 13 & 7 \\ 0 & 4 & -3 & -1 \\ -2 & 5 & 4 & 3 \\ 6 & 31 & 25 & 12 \end{pmatrix} \quad \text{und} \quad \det(\mathbf{C}\,\mathbf{A}) = 0 \quad \text{(später!)}$$

Dann gibt es noch

$$\mathbf{C}\,\mathbf{A}\,\mathbf{C} = \begin{pmatrix} 53 & -28 & 89 \\ -1 & -22 & -2 \\ 16 & -11 & 24 \\ 103 & -51 & 178 \end{pmatrix} \quad \text{und} \quad \mathbf{B}^{\mathrm{T}}\,\mathbf{B} = \begin{pmatrix} 22 & 23 \\ 23 & 27 \end{pmatrix} \quad \text{mit} \quad \det\left(\mathbf{B}^{\mathrm{T}}\,\mathbf{B}\right) = 65$$

Außerdem ist

$$\mathbf{B}\,\mathbf{B}^{\mathrm{T}} = \begin{pmatrix} 2 & 3 & -1 & 9 \\ 3 & 5 & -2 & 13 \\ -1 & -2 & 1 & -4 \\ 9 & 13 & -4 & 41 \end{pmatrix} \quad \text{und} \quad \det\left(\mathbf{B}\,\mathbf{B}^{\mathrm{T}}\right) = 0 \quad \text{(später!)}$$

„später!“ bei Determinanten: Wird erst nächste Woche behandelt.