Universität Ulm
Institut für Theoretische Chemie

ulm university universität uulm

Prof. Dr. Gerhard Taubmann
David Mahlberg

Mathematik II für Chemie und Wirtschaftschemie

Vorlesung: Di 10-12, H16

Seminar: Fr 8-10, H1

Das Übungsblatt wird im Seminar am 03.05.2019 als Präsenzübung bearbeitet

Die Übungsblätter können von `http://www.uni-ulm.de/nawi/nawi-theochemie/lehre/` heruntergeladen werden.

Übungsblatt 2

1. Aufgabe

Bestimmen sie das Maximum der Funktion $f(x, y) = x + 2y$ auf dem Einheitskreis, d.h. die Nebenbedingung lautet $x^2 + y^2 - 1 = 0$. Verwenden sie dazu das Verfahren der Lagrange-Multiplikatoren.

2. Aufgabe

Berechnen sie die Ableitung $\frac{df}{dt}$ von

$$f(x, y) = e^x + \frac{2}{y}, \quad x = \ln t, \quad y = \frac{1}{t}$$

3. Aufgabe - Zusatz

Das ideale Gasgesetz $pV = nRT$ beschreibt für ein „ideales“ Gas den Zusammenhang zwischen Druck p, Volumen V, Temperatur T und Teilchenzahl n in Mol. R ist die Gaskonstante. Die Entropie des idealen Gases ist gegeben durch:

$$S(T, V) = C_v \ln T + nR \ln V + S_0\ .$$

Zusätzlich wird angenommen, dass die Wärmekapazität bei konstantem Volumen C_v und die Integrationskonstante $S_0 = S(T_0, V_0)$ Konstanten sind, die weder von T noch von V abhängen. Berechnen Sie nun die Wärmekapazität bei konstantem Druck:

$$C_p = T \frac{\partial}{\partial T} S(T, p)$$

4. Aufgabe

(a) Zeigen Sie dass $I = \int_0^\infty e^{-x^7} dx = \frac{1}{7}\Gamma(\frac{1}{7})$.

(b) Berechnen Sie $I = \int_0^\infty e^{-\alpha x^7} dx$ mit $\alpha > 0$.

(c) Von (b) beide Seite nach α ableiten und $I = \int_0^\infty x^7 e^{-x^7} dx$ berechnen (Parameterdifferentiation).

5. Aufgabe

Berechnen Sie folgende partielle Ableitungen:

(a) $\dfrac{\partial}{\partial x}\dfrac{1}{\sqrt{x^2+y^2+z^2}}$ (b) $\dfrac{\partial}{\partial y}\ln(xy)$ (c) $\dfrac{\partial^2}{\partial x \partial y}[x\sin(x^2+y^2)+\ln(x+y^2)]$

(d) $\left.\dfrac{\partial^2}{\partial y \partial x}\dfrac{xy(x^2-y^2)}{x^2+y^2}\right|_{(x,y)=(0,0)}$ (e) $\left.\dfrac{\partial^2}{\partial x \partial y}\dfrac{xy(x^2-y^2)}{x^2+y^2}\right|_{(x,y)=(0,0)}$

6. Aufgabe

Die Funktion $y(x)$ sei implizit definiert durch

$$F(x,y) = e^{xy} - y + x - 1 = 0 \, .$$

Bestimmen Sie $y(0)$ und $y'(0)$.