Universität Ulm
Institut für Theoretische Chemie

ulm university universität ulm

Prof. Dr. Gerhard Taubmann
David Mahlberg

Mathematik II für Chemie und Wirtschaftschemie

Vorlesung: Di 10-12, H16

Seminar: Fr 8-10, H1

Das Übungsblatt wird im Seminar am 21.06.2019 als Präsenzübung bearbeitet

Die Übungsblätter können von `http://www.uni-ulm.de/nawi/nawi-theochemie/lehre/` heruntergeladen werden.

Übungsblatt 9

1. Aufgabe

Berechnen Sie:

$$\int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty}\sqrt{x^2+y^2+z^2}\,\frac{3}{4\pi}\left|\frac{z}{2\sqrt{6a^5}}exp\left[-\frac{\sqrt{x^2+y^2+z^2}}{2a}\right]\right|^2 dx\,dy\,dz$$

2. Aufgabe

Eine Kugel mit Radius R hat ihren Mittelpunkt im Ursprung des Koordinatensystems. Aus der Kugel wird ein Zylinder mit kreisförmiger Grundfläche geschnitten. Der Radius des Zylinders beträgt R/2, seine Außenwand liegt im Ursprung des Koordinatensystems.

a) Wie können die Kugeloberfläche und die Grundfläche des Zylinders mathematisch beschrieben werden?

b) Wie lauten somit die zu integrierende Funktion und die Integrationsgrenzen bei der Berechnung des halben Zylindervolumens (Volumen zwischen xy-Ebene und Kugeloberfläche)?

c) Formen Sie folgendes Integral in ebene Polarkoordinaten (r, ϕ) um:

$$\int_0^R\int_{-\sqrt{\frac{R^2}{4}-\left(x-\frac{R}{2}\right)^2}}^{\sqrt{\frac{R^2}{4}-\left(x-\frac{R}{2}\right)^2}}\sqrt{R^2-x^2-y^2}dydx$$

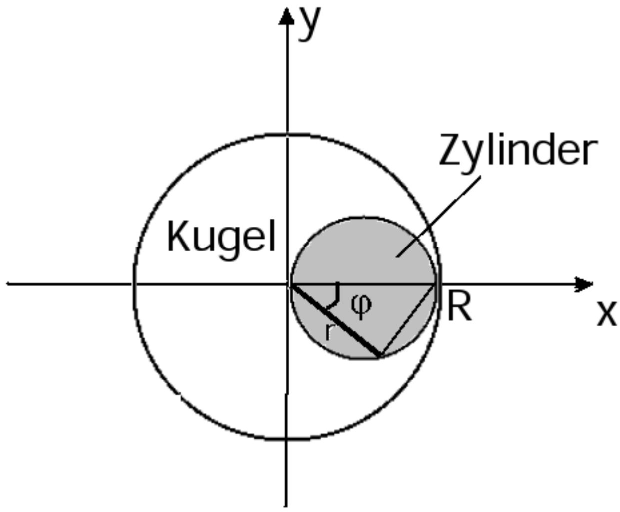
Wählen Sie günstige Integrationsgrenzen in Polarkoordinaten.

d) Berechnen Sie das halbe Zylindervolumen.

e) Wie groß ist das Volumen des verbleibenden Körpers, nachdem der Zylinder aus der Kugel ausgeschnitten wurde?

Hinweis: Bei der Integration in Teil d) ist zu beachten, dass gilt

$$\sqrt{x^2}=|x|$$



3. Aufgabe

Berechnen Sie den Wert des Linienintegrals

$$\oint (x^2 y\, dx + xy^2\, dy)$$

entlang des geschlossenen Weges
y = 0 von x = 0 bis x = 2
y = x - 2 von x = 2 bis x = 4
y^2 = x von x = 4 bis x = 0.
Ist eine einfache Lösung möglich, bei der die Integrale nicht explizit berechnet werden müssen?

4. Aufgabe

Stellen Sie fest, ob die gegebenen Integrale vom Weg unabhängig sind, und berechnen Sie sie vom Punkt (0,0) bis zum Punkt (1,2).

$$a) \int [2(x+2y)dx + (2x^2 - y^2)dy]$$

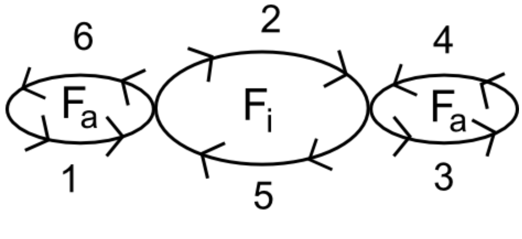
$$b) \int [2x(x+2y)dx + (2x^2 - y^2)dy]$$

5. Aufgabe

Im Skript S. 210 ist die Berechnung von Flächen durch Kurvenintegrale der Form $\oint_C xdy$ gezeigt. Verwenden Sie ein Dreieck statt des Rechtecks.

6. Aufgabe

Gegeben ist der unten gezeigte geschlossene Weg C, der in der gezeigten Richtung durchlaufen wird. C läuft längs 1 über 2, 3, 4, 5 und 6 bis zum Ausgangspunkt auf der linken Seite. Die links und rechts eingeschlossenen Flächen sind gleich groß (jeweils F_a) und es gilt F_i=2F_a.
Geben Sie $\oint_C x\, dy$ an. Begründen Sie Ihre Antwort!



C