



Institut für Theoretische Chemie:
Prof. Dr. Gerhard Taubmann, Dipl. Phys. oec Sebastian Schnur,
Mathematik I für Biochemie und Molekulare Medizin

Biochemie: Mi. 14:00 , H16 — Molekulare Medizin: Mi. 14:00 , H7

Die Übungsblätter können von <http://www.uni-ulm.de/theochem/lehre> heruntergeladen werden.

Übungsblatt 5, verteilt am 11. 11. 2009, Übung am 18. 11. 2009

Aufgabe 1: Elementare Rechenregeln für Summen

Für endliche Summen gelten folgende Rechenregeln:

$$\sum_{i=n}^m a = (m - n + 1)a \quad (1) \qquad \sum_{i=0}^n i = \frac{n(n+1)}{2} \quad (3)$$

$$\sum_{i=n}^m (ka_i) = k \sum_{i=n}^m (a_i) \quad (2) \qquad \sum_{i=0}^n q^i = \frac{q^{n+1} - 1}{q - 1} \text{ für } q \neq 1; q \neq 0 \quad (4)$$

Wenden Sie (1) - (4) konsequent an, um die folgenden Summen zu berechnen:

$$\sum_{l=1}^{120} (2l + 3) \qquad \sum_{l=7}^n 3(8l + 5) \qquad \sum_{i=0}^m a \cdot 5^i \qquad \sum_{i=n}^m a \cdot 5^i \qquad \sum_{i=1}^m aq^i$$

Aufgabe 2: Umformung von Summen

(a)

$$\sum_{j=1}^{100} jx^{j+1} - \sum_{k=0}^{102} kx^{k-1}.$$

- (i) Fassen Sie die gleichen Potenzen von x zusammen.
- (ii) Welcher Vorfaktor gehört zu x^{50} ?

(b) Fassen Sie gleiche Terme von x auch im folgenden Ausdruck zusammen:

$$\sum_{k=-3}^{50} 2k^2 x^{k-2} - \sum_{k=1}^{47} \frac{x^{k+4}}{k^2}$$

Aufgabe 3: Vollständige Induktion

Zeigen Sie mittels vollständiger Induktion, dass

$$\sum_{\nu=0}^n \nu^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$$

Aufgabe 4: Geometrische Summe, Lernen fürs Leben

Sie nehmen eine Hypothek (H) von 150000 Euro auf um ein Haus zu bauen. Der Zinssatz (r) beträgt 5% , die Laufzeit (T) ist 10 Jahre.

- (a) Wie hoch ist die Restschuld (RS) bei einer monatlichen Rate von 800 Euro (vereinfacht zu $R = 9600$ Euro im Jahr)?
- (b) Wie hoch müssen sie die Rate wählen, um nach 20 Jahren schuldenfrei zu sein?
- (c) Wird die Rate höher oder niedriger sein, wenn sie von ihrer Bank die Möglichkeit bekommen, jederzeit den vollen Restbetrag zurückzahlen zu dürfen?
- (d) Wovon würde ihre Entscheidung abhängen, ob sie den Restbetrag vorzeitig zurückzahlen?

Hinweis:

$$H = \sum_{t=1}^T \frac{R}{(1+r/100)^t} + \frac{RS}{(1+r/100)^T}$$