Institut für Theoretische Chemie:
Prof. Dr. Gerhard Taubmann, Dipl. Phys. oec Sebastian Schnur

Mathematik I für Wirtschaftschemie und Chemie

Die Übungsblätter können von `http://www.uni-ulm.de/theochem/lehre` *heruntergeladen werden.*

Übungsblatt 8, verteilt am 8. 12. 2009, Übung am 15. und 17. 12. 2009

Aufgabe 1: *Vereinfachen von trigonometrischen Funktionen*

Vereinfachen Sie folgende Formeln:

$$\text{(a)}\quad \frac{\cos^4 x - \sin^4 x}{\tan\left(\frac{\pi}{2} - 2x\right)} \qquad \text{(b)}\quad \sin(\pi - x)\tan\left(x + \frac{\pi}{2}\right)$$

Aufgabe 2: *Beweis einiger trigonometrischer Relationen*

Zeigen Sie

$$\text{(a)}\quad \sin(2\alpha) = 2\sin\alpha\cdot\cos\alpha \qquad \text{(b)}\quad \cos(2\alpha) = \cos^2\alpha - \sin^2\alpha$$

$$\text{(c)}\quad \sin(3\alpha) = 3\sin\alpha - 4\sin^3\alpha \qquad \text{(d)}\quad \cos(\frac{\alpha}{2}) = \pm\sqrt{\frac{1+\cos\alpha}{2}}$$

Hinweis: Benutzen Sie die Additionstheoreme. In (c) und (d) können sie (a) und (b) verwenden.

Aufgabe 3: *Definitions- und Wertebreich trigonometrischer Funktionen*

Bestimmen Sie von den folgenden Funktionen den Definitions- und Wertebereich und die Asymptoten. Sind die Funktionen gerade, ungerade? Zeichnen Sie die Funktionen.

$$\text{(a)}\quad f(x) = \arctan(x^2) \qquad \text{(b)}\quad g(x) = \arcsin(\ln(x)) \tag{1}$$

Aufgabe 4: *Kugelkoordinaten: St. Petersburg*

Geben Sie die Lage von St. Petersburg in kartesischen Koordinaten an. Hinweis: Wählen Sie das kartesische Koordinatensystem so, dass der Ursprung mit dem Erdmittelpunkt zusammenfällt, dass die x-Achse in Richtung von Länge 0° und Breite 0°, die y-Achse in Richtung Länge 90° Ost und Breite 0° und die z-Achse in Richtung von Breite 90° Nord zeigen. Der Erdumfang U beträgt etwa 40000 km und St. Petersburg liegt ungefähr bei Längengrad 30 Ost und Breitengrad 60 Nord. Um die kartesischen Koordinaten zu berechnen, benötigen Sie einen Taschenrechner. Zum Berechnen der Trigonometrischen Funktionen benötigen Sie **keinen** Taschenrechner. Geben Sie die Strecken mit 1 km Genauigkeit an.

Aufgabe 5: *Geographische Koordinaten von München und Tokyo*

Wie lang ist die kürzeste Flugstrecke zwischen München und Tokyo? Der Flughafen München liegt auf $48°21'17''$ Nord - $11°47'15''$ Ost und der Narita International Airport liegt auf $35°45'50''$ Nord - $140°23'30''$ Ost. Der Radius der Erde beträgt 6360 km und die Flughöhe ungefähr 10.000 m. Folgende Informationen sind hilfreich, trotzdem sollen Sie diesmal den Taschenrechner verwenden:

$$\begin{aligned}
\sin(48°21'17'') &= 0.743 \quad ; \quad \cos(48°21'17'') = 0.669;\\
\sin(11°47'15'') &= 0.191 \quad ; \quad \cos(11°47'15'') = 0.982;\\
\sin(35°45'50'') &= 0.574 \quad ; \quad \cos(35°45'50'') = 0.819;\\
\sin(140°23'30'') &= 0.643 \quad ; \quad \cos(140°23'30'') = -0.766.
\end{aligned}$$

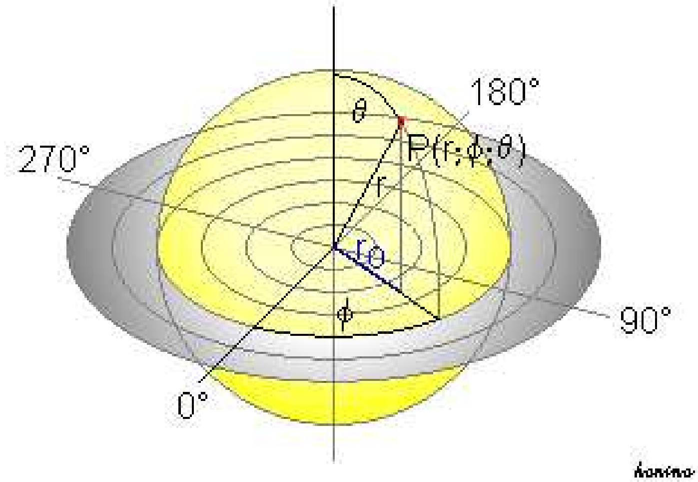
Hinweise:

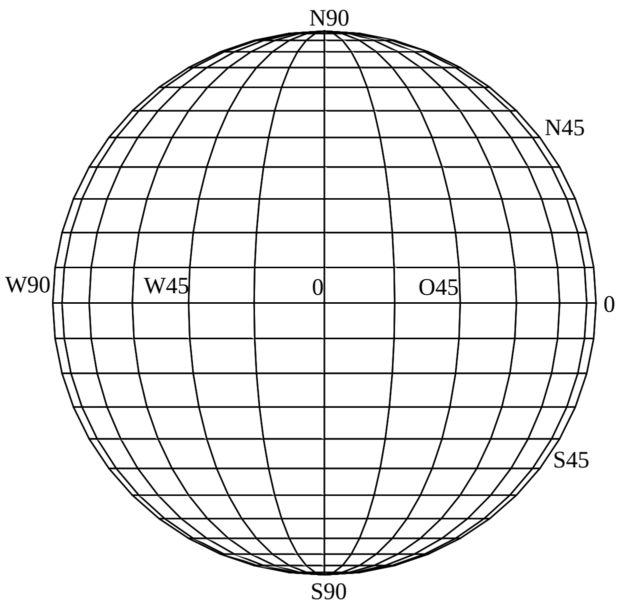
Definition der Kugelkoordinaten:

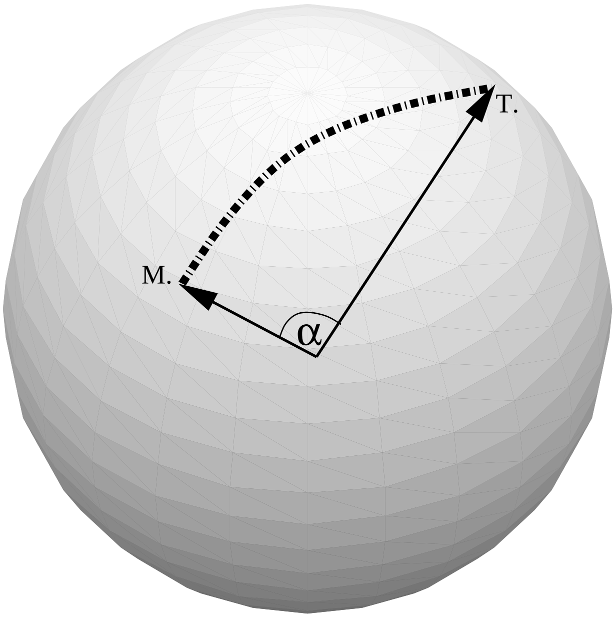
Kartesisch		Sphärisch
x	$\rightarrow$	$R\cos\phi\sin\theta$
y	$\rightarrow$	$R\sin\phi\sin\theta$
z	$\rightarrow$	$R\cos\theta$

Bild aus

http://de.wikipedia.org/wiki/Kugelkoordinaten







Die Linien für konstanten Radius und konstantem Winkel ϕ bzw. θ nennt man in der Geographie **Längen-** und **Breitengrade**. Aus historischen Gründen unterscheidet sich jedoch deren Definition geringfügig von der der Kugelkoordinaten. Wie?

Um die Strecke zu berechnen, benötigen Sie zuerst die beiden Vektoren (für München und Tokyo) in cartesischen Koordinaten, daraus können Sie dann den Winkel α und die Flugstrecke (**nicht** die Maulwurfsstrecke ist gefragt) zwischen den beiden Orten bestimmen.