Institut für Theoretische Chemie:
Prof. Dr. Gerhard Taubmann, Daniela Künzel, Katrin Tonigold

Mathematische Methoden III für Chemie und Wirtschaftschemie

Fr. 10:15 Uhr, H7, O25/346

Die Übungsblätter können von `http://www.uni-ulm.de/nawi/nawi-theochemie/lehre` *heruntergeladen werden.*

Übungsblatt 5, Übung am 20. 11. 2009

Aufgabe 1: *Zylinderkoordinaten*

In Zylinderkoordinaten wird ein Punkt $P(x_0, y_0, z_0)$ beschrieben durch:
$\vec{\rho}$: die Projektion des Ortsvektors des Punktes auf die x-y-Ebene
ϕ: den Winkel zwischen der positiven x-Achse und $\vec{\rho}$
ζ: seine z-Koordinate z_0

a) Stellen Sie die Zylinderkoordinaten graphisch dar und geben Sie die Transformationen

$$kartesischeKoordinaten \rightarrow Zylinderkoordinaten$$

$$Zylinderkoordinaten \rightarrow kartesischeKoordinaten$$

an.

b) Was ändert sich, wenn die Integration

$$\int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty} f(x,y,z)\; dx\; dy\; dz$$

in Zylinderkoordinaten ausgeführt werden soll?

Aufgabe 2: *Linienintegral*

Berechnen Sie den Wert des Linienintegrals (=Kurvenintegrals)

$$\int_{(0,0)}^{(1,1)} \left[\frac{1-y^2}{(1+x)^3}dx + \frac{y}{(1+x)^2}dy\right]$$

längs der Geraden $y = x$.

Aufgabe 3: *Linienintegral*

Berechnen Sie

$$\int_{(a,0)}^{(-a,0)} x^2 \vec{ds}$$

längs der oberen Hälfte des Kreises $x^2 + y^2 = a^2$ im Gegenuhrzeigersinn.

Aufgabe 4: *Linienintegral*

Gegeben sei die Kurve $C_1 : s(t) = \begin{pmatrix} \cos t \\ \sin t \\ bt \end{pmatrix}$ mit $t \in [0, \frac{\pi}{2}]$.

a) Beschreiben Sie die Kurve mit Worten.
b) Bestimmen Sie b so, dass die Kurve vom Punkt (1,0,0) zum Punkt (0,1,1) führt.
c) Bestimmen Sie die Parameterdarstellung der Kurve C_2 die diese beiden Punkte auf einer Geraden verbindet.
d) Berechnen Sie das Kurvenintegral $\int_C \vec{K}\vec{ds}$ mit $\vec{K}(x,y,z) = \frac{1}{x^2+y^2+z^2}\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}$ vom Punkt (1,0,0) zum Punkt (0,1,1) längs der beiden Kurven C_1 und C_2.

Aufgabe 5: *Volumenintegral*

a) Berechnen Sie das Volumen des Raumstücks, welches den beiden Zylindern $x^2 + y^2 = 1$ und $x^2 + z^2 = 1$ gemeinsam ist.
b) Es sei $g(x, y, z) = x^2 + y^2 + z^2$;
Berechnen Sie das Volumenintegral dieser Funktion in dem in Aufgabe a) angegebenen Raumstück.