



Institut für Theoretische Chemie:  
Prof. Dr. Gerhard Taubmann, Christian Carbogno

## Mathematische Methoden für Lehramt Chemie-Biologie

Montag 14:00 c.t., O25 / 648

Die Übungsblätter können von <http://www.uni-ulm.de/theochem> heruntergeladen werden.

Übungsblatt 10, verteilt am 21.12.2009, Übung am 11.1.2010

Frohe Weihnachten und frohes neues Jahr!

### Aufgabe 1: Rechnen mit komplexen Zahlen: Euler'sche Formel

Geben Sie  $z$  in der Form  $a + ib$  an.

$$z = \frac{(2 + 3i) e^{i\frac{\pi}{2}} e^{\frac{3}{2}i\pi}}{(i + i^2) \left| \frac{2}{(1+i)^2} \right|}$$

### Aufgabe 2: Eulersche Formel

Gegeben sei

$$z = \frac{e^{-i\alpha}}{1 - i\gamma e^{i\alpha}} \quad (\alpha, \gamma \in \mathbb{R}, \quad 0 \leq \alpha \leq 2\pi)$$

- (a) Für welche  $\alpha, \gamma$  wird der Nenner von  $z$  null?
- (b)  $Re(z) = ?$
- (c)  $Im(Im(z^2)) = ?$

### Aufgabe 3: Rechnen mit komplexen Zahlen

Berechnen Sie die Ausdrücke (in der Form:  $z = a + bi$ ,  $a, b \in \mathbb{R}$ ) und stellen Sie ihre Ergebnisse graphisch dar:

$$\begin{aligned} s &= z_1 + z_2, & d &= z_1 - z_2, & p &= z_1 \cdot z_2 & \text{und} & q = \frac{z_1}{z_2} \quad \text{mit:} \\ z_1 &= 2 + 2i, & z_2 &= -2i + 1 \end{aligned}$$

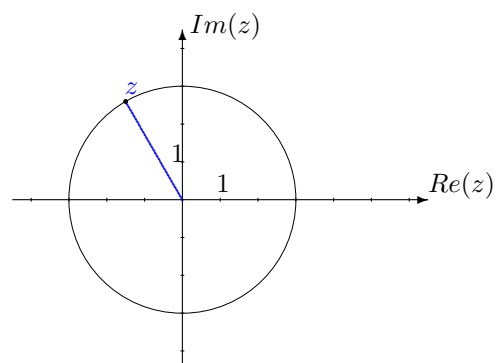
Wie lautet  $Re(z_2)$  und  $Im(z_2)$ ? Berechnen Sie außerdem  $z_2^2$ ,  $z_2 z_2^*$  und  $|z_2|^2$ . Was fällt ihnen auf?

### Aufgabe 4: Wurzeln von komplexen Zahlen

Eine komplexe Zahl vom Betrag 3 sieht in einer Skizze so aus:

Zeichnen Sie (ohne Rechnung) alle dritten und alle fünften Wurzeln von  $z$  ein!

$$\sqrt[3]{3} \approx 1,4 \quad \sqrt[5]{3} \approx 1,2$$



**Aufgabe 5:** *Kugelkoordinaten*

Der Ortsvektor  $\vec{P}$  ist in kartesischen Koordinaten gegeben: 
$$\vec{P} = \begin{pmatrix} \sqrt{2}/2 \\ \sqrt{2}/2 \\ \sqrt{3} \end{pmatrix} .$$

Berechnen Sie die Darstellung von Vektor  $\vec{P}$  in Kugelkoordinaten:  $r$  ist der Abstand des Punktes  $\vec{P}$  vom Ursprung,  $\varphi$  ist der Winkel zwischen der x-Achse und der Projektion von  $\vec{P}$  auf die x-y-Ebene und  $\theta$  ist der Winkel zwischen der z-Achse und dem Vektor  $\vec{P}$ .

**Aufgabe 6:** *Kugelkoordinaten: St. Petersburg*

Geben Sie die Lage von St. Petersburg in kartesischen Koordinaten an. Hinweis: Wählen Sie das kartesische Koordinatensystem so, dass der Ursprung mit dem Erdmittelpunkt zusammenfällt, dass die x-Achse in Richtung von Länge  $0^\circ$  und Breite  $0^\circ$ , die y-Achse in Richtung Länge  $90^\circ$  Ost und Breite  $0^\circ$  und die z-Achse in Richtung von Breite  $90^\circ$  Nord zeigen. Der Erdumfang  $U$  beträgt etwa 40000 km und St. Petersburg liegt ungefähr bei Längengrad  $30^\circ$  Ost und Breitengrad  $60^\circ$  Nord. Um die kartesischen Koordinaten zu berechnen, benötigen Sie einen Taschenrechner. Zum Berechnen der Trigonometrischen Funktionen benötigen Sie **keinen** Taschenrechner. Geben Sie die Strecken mit 1 km Genauigkeit an.

**Aufgabe 7:** *Eigenwerte und Eigenvektoren*

Bestimmen Sie Eigenwerte und Eigenvektoren der folgenden Matrizen:

a)  $\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 8 & 1 \end{pmatrix}$

b)  $\begin{pmatrix} 2 & 4 & 0 \\ 3 & 6 & 0 \\ 1 & 1 & 3 \end{pmatrix}$

c)  $\begin{pmatrix} 1 & 4 & 0 \\ 4 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 5 \end{pmatrix}$