ulm university universität **uulm**

Institut für Theoretische Chemie:
Prof. Dr. Gerhard Taubmann, Christian Carbogno

Mathematische Methoden für Lehramt Chemie-Biologie

Montag 10:00 c.t., H6

Die Übungsblätter können von `http://www.uni-ulm.de/theochem` *heruntergeladen werden.*

Übungsblatt 11, verteilt am 11.1.2010, Übung am 18.1.2010

Aufgabe 1: *Elementare Integration*

Berechnen Sie die folgenden Integrale:

(a)	$\int 1\,dx$	(b)	$\int \alpha\,dx$	(c)	$\int x\,dx$
(d)	$\int x^4\,dx$	(e)	$\int 2x^3 + 4x^7\,dx$	(f)	$\int \omega^4\,dx$
(g)	$\int x^4\,d\omega$	(h)	$\int \omega^4\,d\omega$	(i)	$\int \sin(x)\,dx$
(j)	$\int \cos(x)\,dx$	(k)	$\int \frac{1}{x}\,dx$	(l)	$\int \exp(x)\,dx$
(m)	$\int \frac{1}{\cos^2(x)}\,dx$	(n)	$\int 1 + \tan^2(\alpha)\,d\alpha$	(o)	$\int -1 - \cot^2(\beta)\,d\beta$

Aufgabe 2: *Elementare Integration*

Berechnen Sie die folgenden Integrale:

(a)	$\int \frac{2x}{x^2+3}\,dx$	(b)	$\int \frac{35t^4+8}{7t^5+8t}\,dt$	(c)	$\int \frac{\cos(x)}{\sin(x)}\,dx$
(d)	$\int \frac{\sin(x)}{\cos(x)}\,dx$	(e)	$\int \frac{\lambda}{2\lambda^2-15}\,d\lambda$	(f)	$\int \frac{4}{\ln(\alpha)x+\ln(\alpha)}\,dx$

Aufgabe 3: *Eulersche Formel*

Berechnen Sie mit Hilfe der Eulerschen Formel

$$\text{(a)}\;\; z = (1-i)^8 \qquad\qquad \text{(b)}\;\; z = (1+i)^6 \quad .$$

Aufgabe 4: *Wurzeln von komplexen Zahlen*

Bestimmen Sie den Winkel derjenigen 10-ten Wurzel von $z = \frac{1}{2} - \frac{i}{2}\sqrt{3}$, die den betragsmäßig kleinsten Realteil und einen negativen Imaginärteil hat.

Aufgabe 5: *Eigenwerte und Eigenvektoren*

Geben Sie für die folgenden Matritzen die Eigenwerte und Eigenvektoren an.

$$\textbf{(a)} \begin{pmatrix} 0 & 0 & -6 \\ 1 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 4 \end{pmatrix} \qquad \textbf{(b)} \begin{pmatrix} 1 & -3 & 3 \\ 3 & -5 & 3 \\ 6 & -6 & 4 \end{pmatrix}$$

Hinweis: In Aufgabenteil (b) liegt ein Eigenwert mit zweifacher Vielfachheit vor. Der Raum, der von der Linearkombination der zugehörigen Eigenvektoren aufgespannt wird, ist also zweidimensional. Daher ist die konkrete Wahl der zugehörigen Eigenvektoren nicht eindeutig. Sie müssen nur immer den gleichen Raum aufspannen. Orthonormalisieren Sie die beiden Vektoren, wenn nötig.

Aufgabe 6: *Geographische Koordinaten von München und Tokyo*

Wie lang ist die kürzeste Flugstrecke zwischen München und Tokyo? Der Flughafen München liegt auf $48°21'17''$ Nord - $11°47'15''$ Ost und der Narita International Airport liegt auf $35°45'50''$ Nord - $140°23'30''$ Ost. Der Radius der Erde beträgt 6360 km und die Flughöhe ungefähr 10.000 m. Folgende Informationen sind hilfreich, trotzdem sollen Sie diesmal den Taschenrechner verwenden:

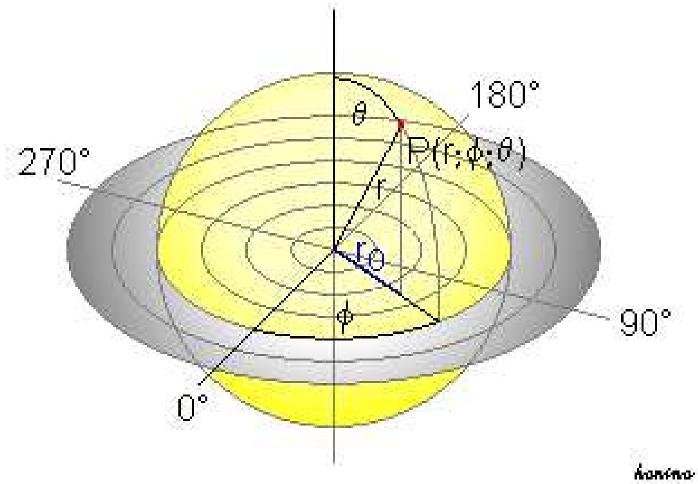
$$
\begin{aligned}
\sin(48°21'17'') &= 0.743 \quad ; \quad \cos(48°21'17'') = 0.669;\\
\sin(11°47'15'') &= 0.191 \quad ; \quad \cos(11°47'15'') = 0.982;\\
\sin(35°45'50'') &= 0.574 \quad ; \quad \cos(35°45'50'') = 0.819;\\
\sin(140°23'30'') &= 0.643 \quad ; \quad \cos(140°23'30'') = -0.766.
\end{aligned}
$$

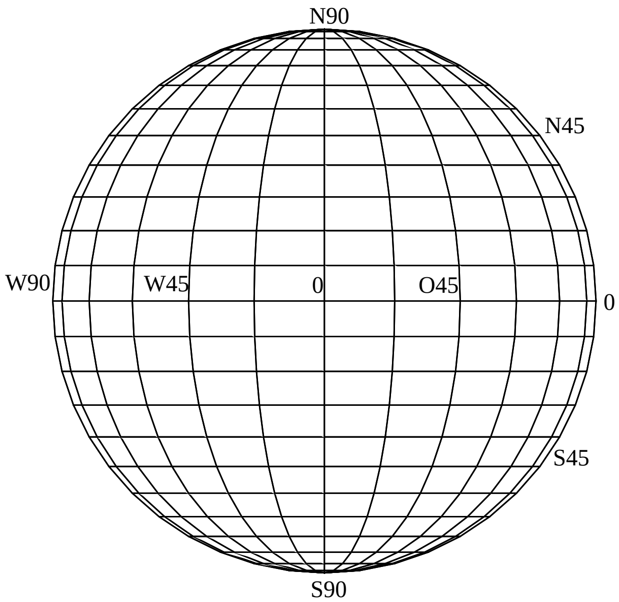
Hinweise:

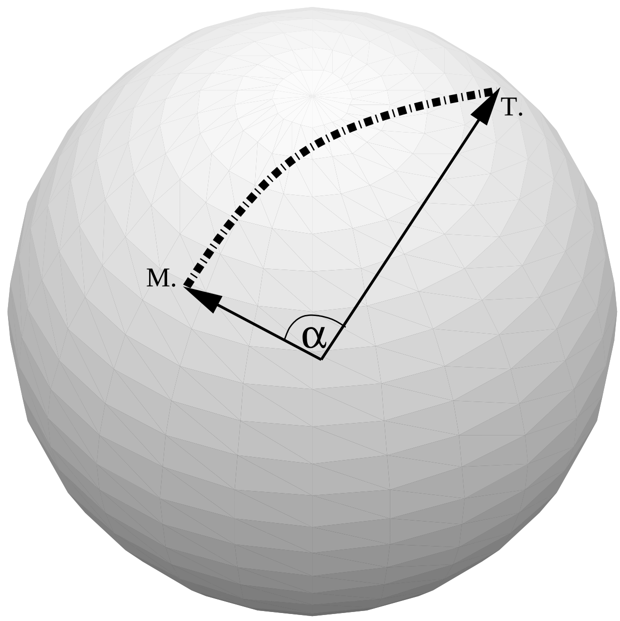
Definition der Kugelkoordinaten:

Kartesisch		Sphärisch
x	$\rightarrow$	$R\cos\phi\sin\theta$
y	$\rightarrow$	$R\sin\phi\sin\theta$
z	$\rightarrow$	$R\cos\theta$

Bild aus
http://de.wikipedia.org/wiki/Kugelkoordinaten







Die Linien für konstanten Radius und konstantem Winkel ϕ bzw. θ nennt man in der Geographie **Längen-** und **Breitengrade**. Aus historischen Gründen unterscheidet sich jedoch deren Definition geringfügig von der der Kugelkoordinaten. Wie?

Um die Strecke zu berechnen, benötigen Sie zuerst die beiden Vektoren (für München und Tokyo) in cartesischen Koordinaten, daraus können Sie dann den Winkel α und die Flugstrecke (**nicht** die Maulwurfsstrecke ist gefragt) zwischen den beiden Orten bestimmen.