



Grundvorlesung Theoretische Chemie – Quantenmechanik I Übungsblatt Nr. 4, 09.12.2009

Die Übungsblätter können heruntergeladen werden von

<http://www.uni-ulm.de/theochem/>

Die Aufgaben werden besprochen in dem Seminar am 23.12.2009

Aufgabe 7: Ort und Impuls

- a) Zeigen Sie, dass für all Funktionen F und G , die sich als **Potenzreihe** in x bzw. p darstellen lassen, folgende Vertauschungsregeln gelten

$$[x_i, G(\mathbf{p})] = i\hbar \frac{\partial G}{\partial p_i}, \quad [p_i, F(\mathbf{x})] = -i\hbar \frac{\partial F}{\partial x_i}.$$

Hinweis: Benutzen Sie die fundamentalen Vertauschungsregeln.

- b) Berechnen Sie $[x^2, p^2]$. Vergleichen Sie das Ergebnis mit der klassischen Poissonklammer

$$\{x^2, p^2\}_{kl} = \frac{\partial x^2}{\partial x} \frac{\partial p^2}{\partial p} - \frac{\partial p^2}{\partial x} \frac{\partial x^2}{\partial p} = ?.$$

Aufgabe 8: Translation

Der Translationsoperator für eine endliche räumliche Verschiebung \mathbf{l} ist gegeben durch

$$\mathcal{T}(\mathbf{l}) = \exp\left(\frac{-i\mathbf{p} \cdot \mathbf{l}}{\hbar}\right),$$

wo \mathbf{p} der Impulsoperator ist.

- a) Berechnen Sie

$$[x_i, \mathcal{T}(\mathbf{l})].$$

Hinweis: Benutzen Sie

$$[x_i, G(\mathbf{p})] = i\hbar \frac{\partial G}{\partial p_i},$$

wo G eine beliebige Funktion ist.

- b) Benutzen Sie (a) (oder etwas anderes) um zu zeigen, wie sich der Erwartungswert $\langle \mathbf{x} \rangle$ unter einer Translation verändert.