

**Institut für Theoretische Chemie:
Prof. Dr. Gerhard Taubmann, M.Sc. Anja Kobel**

Mathematik I für Chemie und Wirtschaftschemie

Die Übungsblätter können von <http://www.uni-ulm.de/theochem/lehre> heruntergeladen werden.

Übungsblatt 5, verteilt am 17.11.2010, Übung am 23.11.2010

Aufgabe 1: Elementare Rechenregeln für Summen

Berechnen Sie die folgenden Summen:

$$(a) \sum_{m=0}^{12} \frac{c}{13}, \quad (b) \sum_{n=0}^{10} 2^n, \quad (c) \sum_{m=0}^{11} \sum_{k=3}^7 \nu, \quad (d) \sum_{m=0}^n \sum_{k=n}^9 \nu; \quad n < 10$$

Aufgabe 2: Elementare Rechenregeln für Summen

Für endliche Summen gelten folgende Rechenregeln:

$$\sum_{i=n}^m a = (m - n + 1)a \quad (1) \qquad \sum_{i=0}^n i = \frac{n(n+1)}{2} \quad (3)$$

$$\sum_{i=n}^m (ka_i) = k \sum_{i=n}^m (a_i) \quad (2) \qquad \sum_{i=0}^n q^i = \frac{q^{n+1} - 1}{q - 1} \text{ für } q \neq 1; q \neq 0 \quad (4)$$

- (i) Verinnerlichen Sie die Gleichungen (1) - (4) an Hand von frei wählbaren, konkreten Beispielen.
- (ii) Versuchen Sie, allgemeine Beweise für die Gleichungen (1) - (4) zu finden.
- (iii) Wenden Sie (1) - (4) konsequent an, um die folgenden Summen ($q \neq 1; q \neq 0$) zu berechnen:

$$\sum_{l=1}^{120} (2l + 3) \qquad \sum_{l=7}^n 3(8l + 5) \qquad \sum_{i=0}^m aq^i \qquad \sum_{i=1}^m aq^i \qquad \sum_{i=n}^m aq^i$$

- (iv) Welchen Sonderfall stellt $q = 1$ dar?

Aufgabe 3: Umformung von Summen

(a) Fassen Sie die gleichen Potenzen von x zusammen:

$$\sum_{k=-3}^{50} 2k^2 x^{k-2} - \sum_{k=1}^{47} \frac{x^{k+4}}{k^2}$$

(b)

$$\sum_{l=-1}^{19} \frac{x^{l+1}}{2} - \sum_{n=0}^{20} (n+1)x^{n-1}.$$

- (i) Fassen Sie die gleichen Potenzen von x zusammen.
- (ii) Welcher Vorfaktor gehört zu x^3 ?

Aufgabe 4: Geometrische Summe

In einem Kreis K_1 mit Radius r_1 sind sieben gleiche Kreise K_2 (Radius r_2) eingezeichnet. In jedem der Kreise K_2 liegen wiederum sieben Kreise K_3 (Radius r_3). In gleicher Weise werden weitere Kreise K_4, K_5, \dots konstruiert.

Wie groß ist die Summe F der Flächen aller entstehenden Kreise K_1, K_2, K_3, \dots , wenn r_1 gegeben ist?

