



Institut für Theoretische Chemie:
Prof. Dr. Gerhard Taubmann, M.Sc. Anja Kobel

Mathematik I für Biochemie und Molekulare Medizin

Die Übungsblätter können von <http://www.uni-ulm.de/theochem/lehre> heruntergeladen werden.

Übungsblatt 14, verteilt am 02.02.2011, Übung am 09.02.2011

Aufgabe 1: Grenzwerte: Polynome versus Exp-/Log-Funktionen

Beweisen Sie, dass die angegebenen Funktionen in dem jeweiligen Limes den Grenzwerte 0 besitzen:

$$(a) \lim_{x \rightarrow \infty} x^k e^{-\alpha x} = 0, \quad \alpha, k > 0 \quad (b) \lim_{x \rightarrow +\infty} x^{-\alpha} \ln x = 0, \quad \alpha > 0 \quad (c) \lim_{x \rightarrow 0^+} x^\alpha \ln x = 0, \quad \alpha > 0$$

Welche allgemeine Regel kann man aus den drei Beispielen ablesen?

Hinweis: Regel von l'Hospital verwenden

Aufgabe 2: Umwandlung von Logarithmen

Leiten Sie eine allgemeine Formel für die Umwandlung von Logarithmen her. Gehen sie dabei von der Definition des Logarithmus aus. Berechnen Sie dann $\text{ld}(e)$ ($\text{ld} = \log_2$), wenn Sie außerdem wissen, dass $\ln 2 \approx 0.7$ ist.

Aufgabe 3: Auflösen Logarithmusgleichungen nach x

Berechnen Sie aus den folgenden Gleichungen x :

$$(a) \ln(x) + \log_3(x) = 2 \quad (b) \log_2(x^2) + \ln(x) = 3 \\ (c) \log_5(x) = -1 \quad (d) \log_7\left(\frac{2x+1}{x^2+2}\right) = 0$$

Hinweis: Logarithmusgesetze und Basistransformation.

Aufgabe 4: Differentiation von Exponential- und Logarithmusfunktionen

Differenzieren Sie die folgenden Ausdrücke:

$$(a) y = a^{3x^2} \quad (b) y = \left(e^{1/2}\right)^2 \quad (c) y = be^{c^2+x^2} \quad (d) y = \log 4x \\ (e) y = \log\left(\frac{2x}{1+x^2}\right) \quad (f) y = \ln(1-2x)^3 \quad (g) y = \ln\sqrt{1+x^2} \quad (h) f(x) = \ln(x^2 + \ln x)$$

Aufgabe 5: Radioaktiver Zerfall

Aus Experimenten ist bekannt, dass bei dem Zerfall eines radioaktiven Elements die vorhandene Menge des Elements zu einem beliebigen Zeitpunkt nach Beginn des Zerfallsprozesses als negative Exponentialfunktion der Zeit dargestellt werden kann.

Zeigen Sie, dass die Zerfallsrate zu jedem Zeitpunkt proportional ist zur Menge des zu diesem Zeitpunkt vorliegenden Elements (z. B. Radium).

Hilfestellung: Die Kinetik einer Reaktion erster Ordnung lässt sich beschreiben durch $A = k e^{-a t}$