Institut für Theoretische Chemie:
Prof. Dr. Gerhard Taubmann, M.Sc. Anja Kobel

Mathematik I für Lehramt Chemie / Biologie

Die Übungsblätter können von `http://www.uni-ulm.de/theochem/lehre` *heruntergeladen werden.*

Übungsblatt 6, verteilt am 01.12.2010, Übung am 06.12.2010

Aufgabe 1: *Gleichungssysteme*

a) Berechnen Sie die Determinante der Matrix A.

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 2 & -2 & 3 \\ 3 & 4 & -1 & 4 \\ 6 & -3 & 1 & 6 \\ -6 & -8 & 2 & -8 \end{pmatrix}$$

b) Welche Aussagen können Sie auf Grund des Ergebnisses in Teilaufgabe a) treffen?

c) Lösen Sie die folgenden Gleichungssysteme:

$$\underbrace{\begin{pmatrix} 2 & 2 & -2 & 3 \\ 3 & 4 & -1 & 4 \\ 6 & -3 & 1 & 6 \\ -6 & -8 & 2 & -8 \end{pmatrix}}_{A} \cdot \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ t \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$\underbrace{\begin{pmatrix} 2 & 2 & -2 & 3 \\ 3 & 4 & -1 & 4 \\ 6 & -3 & 1 & 6 \\ -6 & -8 & 2 & -8 \end{pmatrix}}_{A} \cdot \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ t \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$$

Aufgabe 2: *Lineare Gleichungssysteme: Existenz von Lösungen*

Untersuchen Sie, ob die folgenden Gleichungssysteme eine, keine oder unendlich viele Lösungen besitzen. Formen Sie dazu die Gleichungssysteme nach dem Gaußschen Eliminierungsverfahren um. Geben Sie die Lösung an, falls sie existiert.

a) $\begin{aligned} 2x + 2y - z &= 0 \\ 2x - y + z &= 1 \\ 6x + 3y - z &= 2 \end{aligned}$ b) $\begin{aligned} 2x + y + z &= 1 \\ 4x + y + 2z &= 0 \\ 2x + z &= -1 \end{aligned}$ c) $\begin{aligned} 2x + 8y + 3z &= 2 \\ -2x + 4y - z &= 0 \\ 2x + y + 2z &= 1 \end{aligned}$

Aufgabe 3: *Lineare Gleichungssysteme*

Sie wollen eine a-prozentige Lösung einer Substanz herstellen, die in 10- und 50-prozentiger Lösung vorhanden ist. Es sollen b Liter erhalten werden. Berechnen Sie mit Hilfe der inversen Matrix, wie viele Liter der beiden vorhandenen Lösungen benötigt werden.

Aufgabe 4: *Eigenwerte und Eigenvektoren*

Bestimmen Sie Eigenwerte und Eigenvektoren der folgenden Matrizen:

a) $\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 8 & 1 \end{pmatrix}$ b) $\begin{pmatrix} 2 & 4 & 0 \\ 3 & 6 & 0 \\ 1 & 1 & 3 \end{pmatrix}$ c) $\begin{pmatrix} 1 & 4 & 0 \\ 4 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 5 \end{pmatrix}$

Fortsetzung umseitig

Aufgabe 5: *Eigenwerte*

Es seien $A \in M(n\ x\ n, K)$ und B := E_n - A, wobei E_n die Einheitsmatrix ist. Zeigen Sie, dass $\lambda \in K$ genau dann ein Eigenwert von A ist, wenn 1 - λ ein Eigenwert von B ist.