



Grundvorlesung Theoretische Chemie – Quantenmechanik I Übungsblatt Nr. 6, 20.01.2010

Die Übungsblätter können heruntergeladen werden von

<http://www.uni-ulm.de/theochem/>

Die Aufgaben werden besprochen in dem Seminar am 27.01.2011

Aufgabe 12: Spin 1 Teilchen

Betrachten Sie ein Spin 1 Teilchen. Berechnen Sie die Matrixelemente

$$S_z (S_z + \hbar) (S_z - \hbar) \quad \text{und} \quad S_x (S_x + \hbar) (S_x - \hbar) .$$

Hinweis: Zur Lösung benutzen Sie die in der Vorlesung angegebenen Matrixelemente (4.63) und (4.68) für $S = 1$ und stellen Sie S_x durch S_+ und S_- ,

$$S_+ = S_x + iS_y \quad \text{und} \quad S_- = S_x - iS_y ,$$

dar. Schreiben Sie die Operatoren in Form von 3×3 Matrizen und führen Sie Matrixmultiplikationen durch.

Aufgabe 13: Wasserstoffatom

- Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass sich ein Elektron im Grundzustand des Wasserstoffatoms in einer größeren Distanz vom Kern befindet, als es klassisch erlaubt ist.
- Zeigen Sie, dass für ein Elektron im Grundzustand des Wasserstoffatoms die Unschärferelation für Δz und Δp_z erfüllt ist.

Zusatzaufgabe 14: Drehimpuls

Nehmen Sie an, dass halbganzzahlige l -Werte für den Bahndrehimpuls erlaubt wären. Von

$$L_+ Y_{\frac{1}{2}, \frac{1}{2}}(\theta, \phi) = 0,$$

kann man ableiten, dass

$$Y_{\frac{1}{2}, \frac{1}{2}}(\theta, \phi) \propto e^{i\frac{\phi}{2}} \sqrt{\sin \theta}.$$

Versuchen Sie nun, $Y_{\frac{1}{2}, -\frac{1}{2}}(\theta, \phi)$ zu konstruieren,

- indem Sie L_- auf $Y_{\frac{1}{2}, \frac{1}{2}}(\theta, \phi)$ anwenden,
- indem Sie $L_- Y_{\frac{1}{2}, -\frac{1}{2}}(\theta, \phi) = 0$ ausnutzen.

Zeigen Sie, dass die beiden Verfahren widersprüchliche Ergebnisse liefern. (Daraus folgt dann ein Gegenargument gegen halbganzzahlige l -Werte für den Bahndrehimpuls.)