

**Klausur Mathematik III für Chemie
und Wirtschaftschemie WS 2010/11**

1. (a) Ist δf ein totales Differential? Rechnen Sie sorgfältig!

$$df = [2xy + y \cos(xy)] dx + [x^2 + x \cos(xy)] dy$$

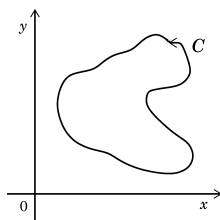
- (b) Wir betrachten Integrale längs des geschlossenen Weges C .

Gegeben ist $\oint [2xy + y \cos(xy)] dx = -42$

Wie groß ist $\oint [x^2 + x \cos(xy)] dy$?

Begründen Sie Ihre Antwort!

Hinweis: Wegen (1b) sollten Sie bei (1a) sorgfältig arbeiten.



(6 P.)

2. Berechnen Sie

(10 P.)

$$I = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \sqrt{x^2 + y^2 + z^2} e^{-\alpha(x^2+y^2+z^2)} dx dy dz \quad (\alpha > 0)$$

Hinweis: Verwenden Sie Kugelkoordinaten!

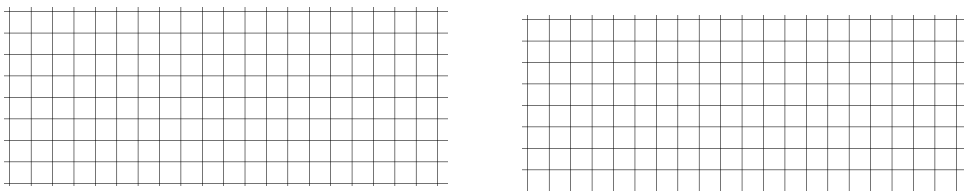
3. Berechnen Sie die allgemeine Lösung von

(10 P.)

$$y'' - y' - 2y = x + \sin x$$

4. (a) Zeichnen Sie die Gerschgorin-Kreise für \mathbf{D} .

$$\mathbf{D} = \begin{pmatrix} -1/3 & 1/4 & 1/4 \\ 1/4 & 2 & -1/4 \\ 1/4 & -1/4 & 4 \end{pmatrix}$$



- (b) In welchen Bereichen müssen nach (4a) die Eigenwerte von \mathbf{D} liegen?
 (c) Ist es nach (4a) bzw. (4b) möglich, daß \mathbf{D} singular ist? Begründen Sie Ihre Antwort!
 (d) Sind nach (4a) komplexe Eigenwerte von \mathbf{D} möglich? Begründen Sie Ihre Antwort!
 (e) Weshalb kann \mathbf{D} nur reelle Eigenwerte haben? Begründen Sie Ihre Antwort ohne Rechnung und ohne den Satz von Gerschgorin zu verwenden!

(11 P.)

5. Berechnen Sie mit dem Gauß-Jordan-Verfahren die Inverse von

(7 P.)

$$\mathbf{C} = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 & 0 \\ 1 & 3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 3 \\ 0 & 0 & 1 & 2 \end{pmatrix}$$

6. Gegeben sind

(8 P.)

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ -1 & 0 \\ 1 & 1 \\ 3 & 2 \end{pmatrix} \quad \text{und} \quad \mathbf{B} = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 & 3 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Berechnen Sie (a) $\det(\mathbf{BA})$ und (b) $\det(\mathbf{AB})$.

Hinweis: Berechnen Sie \mathbf{AB} sorgfältig!

7. Lineares Gleichungssystem mit vier Getränken

(10 P.)

Vier Chemiestudenten gehen nach dem Praktikum in eine Gaststätte. Franz bezahlt für einen Sprudel, zwei Rotwein und einen Cappuccino 11€, Bruno für zwei Sprudel und einen Rotwein 6€. Karl hat Zink und Aluminium schon wieder nicht gefunden und tröstet sich bei drei Bier und einem Rotwein um 13€. Alfons ist der Fahrer und wählt im Sinne der Verkehrssicherheit viermal Sprudel und zweimal Cappuccino für 8€.

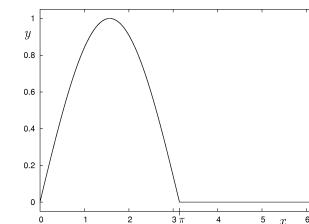
Nach einiger Zeit setzt sich ein Restauranttester an den Nebentisch und bestellt pflichtbeußt ein Bier, einen Cappuccino, einen Rotwein und einen Sprudel. Wieviel muß er dafür bezahlen?

Ermitteln Sie zunächst die Preise der einzelnen Getränke durch Gaußsche Eliminierung.

8. Wir betrachten die Funktion $f(x)$, die eine Periode von 2π hat. Sie ist im Bereich $[0; 2\pi)$ definiert durch:

(13 P.)

$$f(x) = \begin{cases} \sin x & \text{für } x \in [0; \pi] \\ 0 & \text{für } x \in (\pi; 2\pi) \end{cases}$$



Berechnen Sie die reelle Fourierreihe von $f(x)$. Geben Sie alle Terme bis $n = 7$ explizit an.

Hinweis: Für $n \in \mathbb{N} \setminus \{1\}$ gilt:

$$\int_0^\pi \sin(nx) \sin x dx = 0 \quad (n > 1)$$