



Institut für Theoretische Chemie:  
Prof. Dr. Gerhard Taubmann, Daniela Künzel, Katrin Tonigold

## Mathematische Methoden III für Chemie und Wirtschaftschemie

Fr. 10:15 Uhr, H7, N24/226

Die Übungsblätter können von <http://www.uni-ulm.de/nawi/nawi-theochemie/lehre> heruntergeladen werden.

### Übungsblatt 5, Übung am 25. 11. 2011

#### Aufgabe 1: Tripelintegrale

Berechnen Sie:

a)

$$\int_1^4 \int_1^3 \int_0^2 (x^2 - 2yz) dx dy dz$$

b)

$$\int_0^3 \int_0^{\pi/2} \int_1^{e^2} \left( \frac{x}{z} \sin(xy) \right) dz dy dx$$

#### Aufgabe 2: Zweidimensionale Geschwindigkeitsverteilung

Mit der kinetischen Gastheorie wird die Bewegung der Moleküle in einem Gas beschrieben. Im eindimensionalen Fall wird folgende Geschwindigkeitsverteilung erhalten:

$$w_1(v_x) = N_1 \exp\left(-\frac{mv_x^2}{2k_B T}\right)$$

- Wie lautet der Ansatz für die Verteilung der Geschwindigkeitsvektoren im zweidimensionalen Fall?
- Normieren Sie die Geschwindigkeitsverteilung  $w_2(\vec{v})$  aus a).
- Formen Sie  $w_2(\vec{v}) dv_x dv_y$  in ebene Polarkoordinaten um und berechnen Sie die Verteilung  $w_2(v) dv$  der Geschwindigkeitsbeträge.
- Berechnen Sie die mittlere Geschwindigkeit  $\bar{v}$ .

Hinweise:

$$I = \int_{-\infty}^{\infty} e^{-\alpha x^2} dx = \sqrt{\frac{\pi}{\alpha}}$$

$$I = \int_0^{\infty} x^2 \cdot e^{-x^2} dx = \frac{\sqrt{\pi}}{4}$$

#### Aufgabe 3: Integration mit Kugelkoordinaten

Integrieren Sie die Funktion

$$f(x, y, z) = \frac{7}{\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}}$$

über die Kugelschale, deren innerer Radius 1 und deren äußerer Radius 2 beträgt.

#### Aufgabe 4: Tripelintegral

Berechnen Sie das Dreifachintegral:

(Hinweise: Umformen in Polarkoordinaten, Integration durch Substitution und partielle Integration)

$$\int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{4\pi} \left| \frac{2}{\sqrt{a^3}} \exp\left[-\frac{\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}}{a}\right] \right|^2 dx dy dz$$