



Institut für Theoretische Chemie:
Prof. Dr. Gerhard Taubmann, Daniela Künzel, Benedikt Weggler, Daniel
Gaissmaier

Mathematische Methoden III für Chemie und Wirtschaftschemie

Fr. 10:15 Uhr, H7, H21

Die Übungsblätter können von <http://www.uni-ulm.de/nawi/nawi-theochemie/lehre> heruntergeladen werden.

Übungsblatt 15, Übung am 15. 02. 2013

Aufgabe 1: Lineare Gleichungssysteme

Lösen Sie folgende Gleichungssysteme:

$$\text{a) } \begin{aligned} x + y + z &= 0 \\ 2x + 2y + 5z &= 0 \\ 3x + 2y + 4z &= 0 \end{aligned}$$

$$\text{b) } \begin{aligned} x - 4y + 5z - 4t &= 12 \\ x - y + z - 2t &= 0 \\ 2x + y + 2z + 3t &= 52 \\ 2x - 3y + 2z - t &= 4 \end{aligned}$$

Verwenden Sie dazu einmal die Cramer'sche Regel und einmal das Gauss'sche Eliminationsverfahren.

Aufgabe 2: Lineares Gleichungssystem: Gauss-Jordan

Lösen Sie folgendes Gleichungssystem mit dem Gauss-Jordan-Verfahren:

$$\begin{aligned} x_1 + 2x_2 + 3x_3 &= 4 \\ 2x_1 + 3x_2 + 0x_3 &= 1 \\ 3x_1 + 4x_2 + x_3 &= 2 \end{aligned}$$

Aufgabe 3: Gleichungssysteme

Bestimmen Sie für die Reaktion



die stöchiometrischen Koeffizienten a, b, \dots, g , indem Sie für jedes Element die Erhaltungsgleichung aufstellen und so zu einem linearen Gleichungssystem kommen. Die Koeffizienten sollen ganze Zahlen sein.

Aufgabe 4: Inverse Matrix

Berechnen Sie, wenn möglich, die Inversen der folgenden Matrizen mit algebraischen Komplementen:

$$\text{a) } \begin{pmatrix} -2 & -3 & 1 \\ 7 & 17 & 3 \\ 1 & -1 & -3 \end{pmatrix} \quad \text{b) } \begin{pmatrix} 3 & 0 & 1 & -2 \\ 1 & 4 & -1 & 1 \\ -2 & 4 & 1 & -1 \\ -6 & 2 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

Aufgabe 5: Inverse Matrix

Berechnen Sie die inverse Matrix A^{-1} mit dem (Gauss-Jordan) Eliminierungs-Verfahren.

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & -2 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ -2 & -2 & 2 & 0 \end{pmatrix}$$

Aufgabe 6: Vater und Söhne

Ein Vater ist so alt wie seine drei Söhne zusammen. Vor zehn Jahren war er dreimal so alt wie sein ältester und fünfmal so alt wie sein zweiter Sohn. Der jüngste Sohn ist 14 Jahre jünger als sein ältester Bruder. Wie alt ist jeder der drei Söhne?

Aufgabe 7: Gleichungssysteme

- a) Berechnen Sie die Determinante der Matrix A .

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 2 & 0 \\ 2 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & -2 & -1 & -1 \end{pmatrix}$$

- b) Welche Aussagen können Sie auf Grund des Ergebnisses in Teilaufgabe a) treffen?
c) Lösen Sie das folgende Gleichungssystem mit einer Methode ihrer Wahl und nennen Sie die anderen möglichen Lösungsverfahren.

$$\underbrace{\begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 2 & 0 \\ 2 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & -2 & -1 & -1 \end{pmatrix}}_A \cdot \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ t \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$$

[16P.]

Aufgabe 8: Lineares Gleichungssystem: Lösen durch inverse Matrix

Bestimmen Sie die Lösung \vec{x} des linearen Gleichungssystems $\mathbf{A}\vec{x} = \vec{b}$ mit

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 3 & 1 & -3 \\ 1 & 2 & 2 \end{pmatrix} \quad \vec{b} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

- a) Berechnen Sie die inverse Matrix \mathbf{A}^{-1} mit Hilfe der Adjunkten und bestimmen Sie damit \vec{x} . Prüfen Sie das Ergebnis, indem Sie $\mathbf{A}\mathbf{A}^{-1}$ ausrechnen.
b) Berechnen Sie die inverse Matrix \mathbf{A}^{-1} und den Vektor \vec{x} , indem Sie die zusammengesetzte Matrix $(\mathbf{A}\vec{b}\mathbf{E})$ durch geeignete Umformungen in die Matrix $(\mathbf{E}\vec{x}\mathbf{A}^{-1})$ überführen.