

Klausur Mathematik I für Chemie und Wirtschaftswissenschaften WS2012/13

1. Gegeben ist S . Berechnen Sie (als Zahl) T .

$$S = \sum_{n=0}^{99} n^3 = 24502500 \quad T = \sum_{n=0}^{99} (n+1)^3$$

Der Rechenweg muß erkennbar sein. 8 P.

Hinweis: Der erste Schritt ist ein Indexshift bei T .

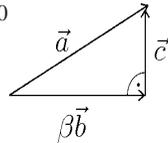
2. Zeigen Sie mit vollständiger Induktion, daß gilt: 10 P.

$$2 + 4 + 6 + \dots + 2n = (n+1)^2 - (n+1) \quad n \in \mathbb{N}$$

Der Ihnen bekannte Ausdruck für die arithmetische Summe darf in dieser Aufgabe nicht verwendet werden!

3. Gegeben sind die Vektoren \vec{a} und \vec{b} und die Zahl $\beta > 0$ 8 P.

$$\vec{a} = \begin{pmatrix} 3 \\ 5 \\ 5 \end{pmatrix} \quad \vec{b} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix} \quad \beta \in \mathbb{R}_+$$



Die Vektoren \vec{a} und $\beta\vec{b}$ spannen ein Dreieck auf. (siehe Zeichnung) Für welchen Wert von β ist das Dreieck wie gezeichnet rechtwinklig?

4. Sie haben Ihre Formelsammlung mit Füller geschrieben und waren etwas unvorsichtig mit Ihrem Kaffee. Man kann nur noch folgendes erkennen:
(HBF: höhnischer brauner Fleck)

$$\begin{aligned} \text{HBF} &= \sin \alpha \cos \beta + \sin \beta \cos \alpha \\ \text{HBF} &= \cos \alpha \cos \beta - \sin \alpha \sin \beta \end{aligned}$$

Sie erinnern sich noch, daß es sich um Ausdrücke für $\sin(\alpha + \beta)$ und $\cos(\alpha + \beta)$ handelt. Ergänzen Sie die linken Seiten der beiden obigen Gleichungen. Begründen Sie Ihre Antwort mit den Symmetrieeigenschaften von Sinus und Cosinus! Punkte gibt es nur für die Begründung! 10 P.

Hinweis: Betrachten Sie $\sin(-\alpha - \beta)$ und $\cos(-\alpha - \beta)$.

5. Lösen Sie folgende Gleichungen nach x auf! 10 P.

$$\text{a) } \frac{10^x}{10} = 1 \quad \text{b) } \frac{10^{x^2}}{10} = 1 \quad \text{c) } \frac{10^{(\ln x)^2}}{10} = 1 \quad \text{d) } \frac{10^{\ln(x^2)}}{10} = 1$$

6. Berechnen Sie L und M . Falls Sie bei einer der beiden Determinanten den Wert sofort sehen, ist eine Begründung nötig! 10 P.

$$L = \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 3 & 4 \\ 3 & 4 & -5 \end{vmatrix} \quad M = \begin{vmatrix} 2 & 3 & 4 \\ 1 & 2 & 3 \\ 3 & 4 & -5 \end{vmatrix}$$

7. Berechnen Sie die folgenden Größen! Begründen Sie Ihre Antwort! 10 P.

$$\text{a) } A = \binom{100}{47} + \binom{1000}{506} + \binom{7}{3} - \binom{100}{53} - \binom{1000}{494}$$

$$\text{b) } B = \binom{10}{3} + \binom{3}{10}$$

Hinweis zu a): Versuchen Sie nicht, die Binomialkoeffizienten mit 100 und 1000 einzeln zu berechnen!