

## Klausur im WS 2013/14

1. An einem Tisch sitzen  $n \in \mathbb{N}$  Personen, die auf die Verteilung des Erbes des Großonkels warten. Der Notar (gehört nicht zu den  $n$  Personen) verteilt das Erbe wie folgt: In einer ersten Runde erhält jeder je 1000 Euro, in der zweiten je 2000 Euro usw. (in jeder Runde jeweils 1000 Euro mehr pro Person). Nach Abschluß der siebten Runde ist der gesamte Betrag von 140 000 Euro restlos aufgeteilt. 8 P.

- (a) Wieviele Personen sitzen (ohne den Notar) am Tisch?  
Die Aufgabe 1a) muß mit einer endlichen Summe gelöst werden, sonst gibt es keine Punkte.
- (b) Wie groß war das ursprüngliche Erbe  $E_0$ , wenn die Erbschaftssteuer von 30% bereit vor dieser Verteilung entrichtet wurde?

2. Berechnen Sie  $z$  in der Form  $z = a + ib$  ( $a, b \in \mathbb{R}$ ). 6 P.

$$z = \frac{|2^{(2^{42})} + 337i|}{(1-i)^*} - \frac{|337 - 2^{(2^{42})}i|}{1-i^*} + i \tan\left(\frac{\pi}{4}\right)$$

Begründen Sie Ihre Rechnung!

Hinweise: Vergleichen Sie zunächst  $|\alpha + \beta i|$  mit  $|\beta - \alpha i|$  ( $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$ ).

Versuchen Sie nicht,  $2^{(2^{42})}$  auszurechnen! Dazu ist es viel zu groß!

3. Berechnen Sie  $A$  (auf zwei Nachkommastellen genau) und  $B$ . 8 P.

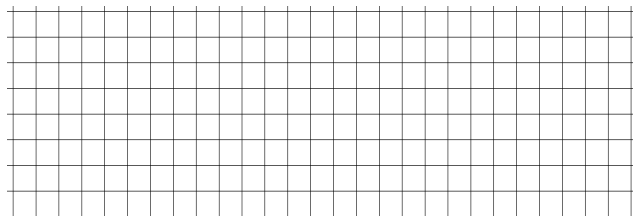
$$A = \frac{\binom{102}{51}}{\binom{100}{50}} \quad B = \binom{20}{18} + \binom{20}{17}$$

Hinweis: In dieser Aufgabe kommen keine Vektoren vor!

4. Berechnen Sie  $S = \sum_{n=0}^{12} \sin\left(\frac{n\pi}{4}\right)$  8 P.

Zeichnen Sie zunächst  $\sin x$  ( $x \in [0; 3\pi]$ ) und zeichnen Sie anschließend alle Summanden von  $S$  ein.

Hinweis: Bei dieser Aufgabe geht es um den Sinus, nicht um Summen!



5. Gegeben sind die Vektoren  $\vec{a}$ ,  $\vec{b}$  und  $\vec{c}$ . Berechnen Sie  $(\vec{a} \times \vec{b}) + (\vec{b} \times \vec{c})$ . 7 P.

$$\vec{a} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}; \quad \vec{b} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}; \quad \vec{c} = \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \\ 4 \end{pmatrix}$$

Hinweise: Wer hier zwei Kreuzprodukte berechnet, wählt den mühsamsten Lösungsweg. Wenn Sie die Aufgabe richtig lösen können, ohne ein einziges Kreuzprodukt (aber mit einer Begründung) zu berechnen, dann winkt Ihnen ein Sonderpunkt.

6. (a) Wandeln Sie  $0,3\overline{6}$  in einen echten Bruch um. Das Endergebnis muß vollständig gekürzt sein!

(b) Wandeln Sie  $0,2\overline{36} = 0,2 + 0,0\overline{36}$  in einen echten Bruch um. Wieder muß das Endergebnis vollständig gekürzt sein. Hier darf das Ergebnis von 6a) verwendet werden. 7 P.

7. Berechnen Sie  $L = 10^{\text{ld}(\ln 10 \cdot \lg e)}$

Stellen Sie die einzelnen Schritte Ihrer Rechnung ausführlich dar! 5 P.

8. Berechnen Sie  $T$  in der Form  $T = \sum_n a(n) x^n$ . 8 P.

$$T = \sum_{n=-3}^{17} (n^2 + 6n + 8) x^{n+3} + \sum_{n=1}^{21} (n+1) x^{n-1}$$