1. Vor Schloß Linderhof stehen 15 Touristen: drei Amerikaner, zwei Briten, neun Japaner und ein Deutscher. 8 P.

   (a) Wieviele Möglichkeiten der Reihenfolge in der Schlange gibt es, wenn man nur die Nationalitäten unterscheiden kann?

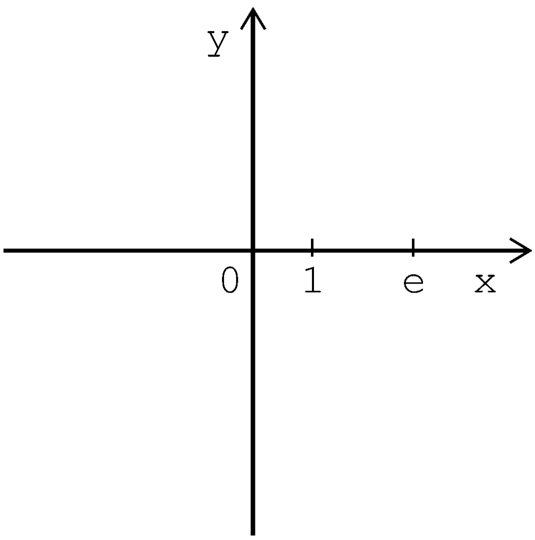
   (b) Wieviele Möglichkeiten der Reihenfolge aus 1a) bleiben, wenn an erster und letzter Stelle ein Brite steht?

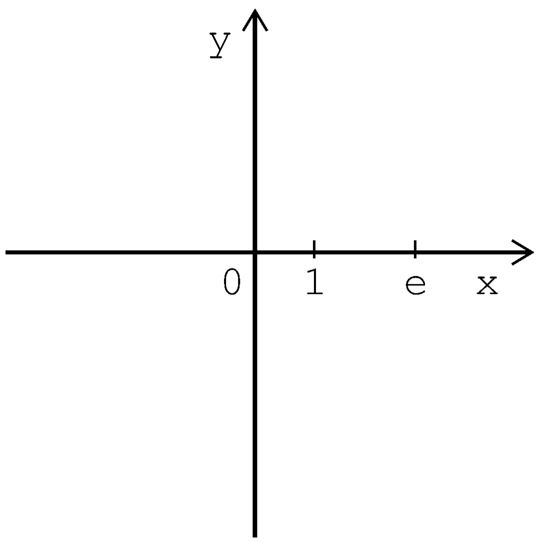
2. Gegeben ist die Funktion $\mathrm{f}(x) = {}^{x}\!\log e$. 8 P.

   (a) Welchen Definitionsbereich hat $\mathrm{f}(x)$?
   Hinweis: Es könnte sinnvoll sein, zunächst 2c) zu bearbeiten.

   (b) Berechnen Sie die erste Ableitung von $\mathrm{f}(x)$.

   (c) Zeichnen Sie $\mathrm{g}(x) = \ln x$ und $\mathrm{f}(x) = {}^{x}\!\log e$ in das untenstehende Koordinatensystem. Die zweite Abbildung ist als Reserve gedacht.
   Hinweis: Die Funktion $\mathrm{f}(x)$ hat für $x \to 0_+$ eine senkrechte Tangente.





3. Die drei Vektoren $\vec{a}$, $\vec{b}$ und $\vec{c}$ spannen ein Parallelepiped (Spat) auf. 8 P.

$$\vec{a} = \begin{pmatrix} 2 \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix} \quad , \quad \vec{b} = \begin{pmatrix} -2 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix} \quad , \quad \vec{c} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$$

(a) Berechnen Sie das Volumen des Parallelepipeds.

(b) Berechnen Sie die Oberfläche des Parallelepipeds.
Aufgabe 3b) muß mit Kreuzprodukten gelöst werden! Hinweise:

$$\begin{vmatrix} x & y & z \\ 1 & 1 & 1 \\ 2 & 2 & 0 \end{vmatrix} = 2y - 2x \qquad \begin{vmatrix} x & y & z \\ 2 & 2 & 0 \\ -2 & 1 & -1 \end{vmatrix} = 2y - 2x + 6z \qquad \begin{vmatrix} x & y & z \\ -2 & 1 & -1 \\ 1 & 1 & 1 \end{vmatrix} = 2x + y - 3z$$

4. Berechnen Sie die folgenden Grenzwerte: 7 P.

a) $\lim\limits_{x \to 0_+} \sin x \cdot \ln x$ b) $\lim\limits_{x \to -\infty} \dfrac{\operatorname{arccot} x}{\arctan x}$

5. Gegeben ist das Polynom $S_N(x)$. 7 P.

$$S_N(x) = \sum_{k=-2}^{18} \left(k^2 + 2k + 5\right) x^{k+2} + \sum_{m=3}^{23} (2m - 12)\, x^{m-3}$$

(a) Bestimmen Sie ohne Umformung von Summen den Grad N des Polynoms. Begründen Sie Ihre Antwort!

(b) Bringen Sie $S_N(x)$ auf die Form $\sum_k a_k x^k$.

(c) Berechnen Sie $S_N(0)$.

(d) Zusatzfrage: Für welches $\ell \leq N$ ist $a_\ell = 0$?

6. Der folgende Ausdruck ist mit vollständiger Induktion zu beweisen: 7 P.

$$\sum_{k=1}^{n} (k! \cdot k) = (n + 1)! - 1 \qquad (n \in N)$$

7. Unten ist in der komplexen Ebene jeweils eine komplexe Zahl (z im linken Bild und z_1 im rechten Bild) eingezeichnet. Zusätzlich sehen Sie jeweils den Kreis um den Nullpunkt mit Radius 1. 7 P.
Die beiden unteren Abbildungen dienen als Reserve.
In dieser Aufgabe gibt es Punkte nur auf richtige Zeichnungen. Andere Überlegungen sind natürlich erlaubt, werden aber nicht bewertet.

   (a) Zeichnen Sie im linken Bild alle dritten Wurzeln von z.

   (b) Die Zahl z_1 im rechten Bild ist eine der Quadratwurzeln einer komplexen Zahl z. Zeichnen Sie in dieses Bild z und die andere Quadratwurzel z_2 von z.