

**Institut für Theoretische Chemie:**  
**Prof. Dr. Gerhard Taubmann, Dipl.-Chem. Uwe Friedel**  
**Mathematik III für Chemie und Wirtschaftschemie**  
Freitag, 10:00-12:00, O25/H7, O27/H21

Übungsblatt 14,\* Übung am Fr, 5.2.2016

**Aufgabe 1:** *Gram-Schmidt-Orthogonalisierung*

Gegeben seien die Vektoren

$$\vec{x}_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 4 \end{pmatrix} \quad \vec{x}_2 = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ -1 \end{pmatrix} \quad \vec{x}_3 = \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \\ -1 \end{pmatrix}$$

Orthogonalisieren Sie die Vektoren nach Gram-Schmidt in der gegebenen Reihenfolge.

(5 P)

**Aufgabe 2:** *Eigenvektoren von Matrizen*

Gegeben sei die Matrix

$$A = \begin{pmatrix} -\frac{14}{5} & \frac{2}{5} & -1 \\ \frac{2}{5} & -\frac{11}{5} & -2 \\ -1 & -2 & 2 \end{pmatrix}$$

und die Vektoren

$$\vec{x}_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix} \quad \vec{x}_2 = \begin{pmatrix} -2 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} \quad \vec{x}_3 = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ -5 \end{pmatrix} \quad \vec{x}_4 = \begin{pmatrix} -1 \\ 4 \\ 2 \end{pmatrix} \quad \vec{x}_5 = \begin{pmatrix} -1 \\ 3 \\ 1 \end{pmatrix}$$

Sind die Vektoren Eigenvektoren von  $A$ ? Welche Eigenwerte gehören zu den identifizierten Eigenvektoren?  
(10 P)

**Aufgabe 3:** *Diagonalisierung von Matrizen*

Gegeben seien die Eigenwerte  $\lambda_1 = -1$ ,  $\lambda_2 = -1$  und  $\lambda_3 = 2$  und die zugehörigen normierten Eigenvektoren

$$\vec{x}_1 = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix} \quad \vec{x}_2 = \frac{1}{\sqrt{6}} \begin{pmatrix} -2 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} \quad \vec{x}_3 = \frac{1}{\sqrt{3}} \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$$

- (a) Sind die Eigenvektoren orthogonal zueinander?  
(b) Berechnen Sie die zugehörige Matrix.

(7 P)