Universität Ulm
Institut für Theoretische Chemie

ulm university universität ulm

Prof. Dr. Gerhard Taubmann
David Mahlberg

Mathematik I für Biochemie und Molekulare Medizin

Vorlesung: Fr 12-14, O25/H1

Übungen: Mo 8-10, O25/H1; Mi 15-17, N24/H13; Mi 14-16, O25/H7

Übungsblatt 6 wird in der Woche ab 28.11.2016 besprochen

Die Übungsblätter können von `http://www.uni-ulm.de/nawi/nawi-theochemie/lehre/` heruntergeladen werden.

Übung 6: Endliche Summen

1. Aufgabe: Vorlesungsfrage

Fassen Sie die Vorlesung der letzten Woche schriftlich (höchstens 5 Zeilen) zusammen.

2. Aufgabe: Elementare Rechenregeln für Summen

Für endliche Summen gelten folgende Rechenregeln:

$$\sum_{i=n}^{m} a = (m-n+1)a \qquad (1) \qquad\qquad \sum_{i=0}^{n} i = \frac{n(n+1)}{2} \qquad (3)$$

$$\sum_{i=n}^{m} (ka_i) = k\sum_{i=n}^{m} (a_i) \qquad (2) \qquad\qquad \sum_{i=0}^{n} q^i = \frac{q^{n+1}-1}{q-1} \text{ für } q \neq 1; q \neq 0 \qquad (4)$$

(i) Verinnerlichen Sie die Gleichungen (1) - (4) an Hand von frei wählbaren, konkreten Beispielen.

(ii) Versuchen Sie, allgemeine Beweise für die Gleichungen (1) - (4) zu finden.

(iii) Wenden Sie (1) - (4) konsequent an, um die folgenden Summen ($q \neq 1; q \neq 0$) zu berechnen:

$$\sum_{l=1}^{120}(2l+3) \qquad \sum_{l=7}^{n} 3(8l+5) \qquad \sum_{i=0}^{m} aq^i \qquad \sum_{i=1}^{m} aq^i \qquad \sum_{i=n}^{m} aq^i$$

(iv) Welchen Sonderfall stellt $q = 1$ dar?

3. Aufgabe: Arithmetische Reihe

Von einer arithmetischen Summe sind gegeben:
erster Summand $= -54$, letzter Summand $= +3$ und die Summe $= -510$. Wieviele Summanden kommen vor und welches ist die Differenz zwischen je zwei aufeinanderfolgenden Summanden?

4. Aufgabe: Berechnung endlicher Summen

(a) Zeigen Sie mittels vollständiger Induktion (siehe Skript), dass

$$\sum_{\nu=0}^{n} \nu = \frac{n(n+1)}{2}$$

(b) Zeigen Sie mittels vollständiger Induktion (analog zu Aufgabe (a)), dass

$$\sum_{\nu=0}^{n} \nu^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$$

(c) Berechnen Sie ohne umzuformen die folgende Summe durch Aufschreiben aller Terme

$$\sum_{\nu=1}^{5} [(\nu+1) - \nu]$$

(d) Berechnen Sie ohne umzuformen die folgende Summe durch Aufschreiben aller Terme

$$\sum_{\nu=1}^{5} [(\nu+1)^2 - \nu^2]$$

(e) Wenn sie das Prinzip aus (c) und (d) verstanden haben können sie nun ganz schnell folgende Summe ausrechnen

$$\sum_{\nu=1}^{99} [(\nu+1)^2 - \nu^2]$$

(f) Was gilt nun wohl allgemein für

$$\sum_{\nu=1}^{n} [a_{(\nu+1)} - a_\nu]$$