



Mathematik I für Lehramt, Chemie und Wirtschaftschemie

Vorlesung: Mo 10-12, O25/H1

Übungen: Di 8-10, O25/H1; Di 14-16, H7; Do 8-10, M24/H10

Übungsblatt 6 wird in der Woche ab 28.11.2016 besprochen

Die Übungsblätter können von <http://www.uni-ulm.de/nawi/nawi-theochemie/lehre/> heruntergeladen werden.

Übung 6: Endliche Summen

1. Aufgabe: Vorlesungsfrage (1P)

Beantworten Sie die Frage, die in der Vorlesung gestellt wurde.

2. Aufgabe: Elementare Rechenregeln für Summen (4P)

Für endliche Summen gelten folgende Rechenregeln:

$$\sum_{i=n}^m a = (m - n + 1)a \quad (1) \qquad \sum_{i=0}^n i = \frac{n(n+1)}{2} \quad (3)$$

$$\sum_{i=n}^m (ka_i) = k \sum_{i=n}^m (a_i) \quad (2) \qquad \sum_{i=0}^n q^i = \frac{q^{n+1} - 1}{q - 1} \text{ für } q \neq 1; q \neq 0 \quad (4)$$

- (i) Verinnerlichen Sie die Gleichungen (1) - (4) an Hand von frei wählbaren, konkreten Beispielen.
- (ii) Versuchen Sie, allgemeine Beweise für die Gleichungen (1) - (4) zu finden.
- (iii) Wenden Sie (1) - (4) konsequent an, um die folgenden Summen ($q \neq 1; q \neq 0$) zu berechnen:

$$\sum_{l=1}^{120} (2l + 3) \qquad \sum_{l=7}^n 3(8l + 5) \qquad \sum_{i=0}^m aq^i \qquad \sum_{i=1}^m aq^i \qquad \sum_{i=n}^m aq^i$$

- (iv) Welchen Sonderfall stellt $q = 1$ dar?

3. Aufgabe: Arithmetische Reihe (2P)

Von einer arithmetischen Summe sind gegeben:

erster Summand = -54 , letzter Summand = $+3$ und die Summe = -510 . Wieviele Summanden kommen vor und welches ist die Differenz zwischen je zwei aufeinanderfolgenden Summanden?

4. Aufgabe: Berechnung endlicher Summen (6P)

(a) Zeigen Sie mittels vollständiger Induktion (siehe Skript), dass

$$\sum_{\nu=0}^n \nu = \frac{n(n+1)}{2}$$

(b) Zeigen Sie mittels vollständiger Induktion (analog zu Aufgabe (a)), dass

$$\sum_{\nu=0}^n \nu^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$$

(c) Berechnen Sie ohne umzuformen die folgende Summe durch Aufschreiben aller Terme

$$\sum_{\nu=1}^5 [(\nu+1) - \nu]$$

(d) Berechnen Sie ohne umzuformen die folgende Summe durch Aufschreiben aller Terme

$$\sum_{\nu=1}^5 [(\nu+1)^2 - \nu^2]$$

(e) Wenn sie das Prinzip aus (c) und (d) verstanden haben können sie nun ganz schnell folgende Summe ausrechnen

$$\sum_{\nu=1}^{99} [(\nu+1)^2 - \nu^2]$$

(f) Was gilt nun wohl allgemein für

$$\sum_{\nu=1}^n [a_{(\nu+1)} - a_{\nu}]$$