



Mathematik für Chemie und Wirtschaftschemie
Mi 10-12: O29/2006 und Fr 10-12: O25/H7

Übungsblatt 4, Übung am 16./18. 11. 2016

Aufgabe 1: Differentialgleichungen zweiter Ordnung (3 Punkte)

Bestimmen Sie die allgemeine Lösung $y(x)$ folgender linearer Differentialgleichungen:

$$\begin{aligned} \text{(a)} \quad & y'' - 2y' + 2y = e^{-3x} \\ \text{(b)} \quad & y'' + 4y' + 4y = 9e^{-2x} \\ \text{(c)} \quad & y'' + 4y' + 4y = 9xe^{-2x} \end{aligned}$$

Aufgabe 2: Differentialgleichungen zweiter Ordnung: Erzwungene Schwingung (2 Punkte)

Wir betrachten eine harmonische Schwingung mit einer äußeren, in der Zeit periodischen Wechselwirkung, z.B. einer äußeren mechanischen Kraft oder einer elektromagnetischen Welle:

$$\ddot{x}(t) + \omega_0^2 x(t) = \gamma \sin \omega t$$

Lösen Sie diese Differentialgleichung für (a) $\omega \neq \omega_0$ und (b) $\omega = \omega_0$.

Aufgabe 3: Differentialgleichungen zweiter Ordnung, Eigenwertproblem (2 Punkte)

Bestimmen Sie alle möglichen Lösungen des folgenden Randwertproblems in Abhängigkeit von λ .

$$y'' + y = -\lambda y \quad y(0) = 0; \quad y(\pi) = 0; \quad \lambda > -1$$

Aufgabe 4: Differentialgleichungen zweiter Ordnung: Randwertproblem (2 Punkte)

Lösen Sie folgende Differentialgleichung:

$$y'' \cos^2 x = 1 \quad y\left(\frac{\pi}{4}\right) = \frac{1}{2} \ln 2; \quad y'\left(\frac{\pi}{4}\right) = 1$$

Aufgabe 5: Differentialgleichungen zweiter Ordnung (3 Punkte)

Lösen Sie folgende Differentialgleichung mittels Potenzreihenansatz

$$(x-1)y'' - xy' + y = 0 \quad y(0) = 1; \quad y'(0) = 1$$

Hinweis:

$$y = \sum_{n=0}^{\infty} a_n x^n \quad y' = \sum_{n=0}^{\infty} (n+1) a_{n+1} x^n \quad y'' = \sum_{n=0}^{\infty} (n+1)(n+2) a_{n+2} x^n$$

einsetzen, Summen zusammenfassen. Die Koeffizienten müssen 0 werden. Umgeformt nach a_{n+2} erhält man daraus eine Gleichung mit a_n , a_{n+1} und a_{n+2} , die man rekursiv lösen muss. a_0 und a_1 ergeben sich aus den Anfangsbedingungen. Wenn man daraus a_2 , a_3 und a_4 ausgerechnet hat, erkennt man die Reihe. Als Lösung müssen Sie $y = e^x$ erhalten.