



Mathematik für Chemie und Wirtschaftschemie
Mi 10-12: O29/2006 und Fr 10-12: O25/H7

Übungsblatt 10, Übung am 18./20. 01. 2017

Aufgabe 1: Koeffizienten der Fourier-Reihe (2 Punkte)

Zeigen Sie, dass für den Fourierkoeffizienten a_k gilt:

$$a_k = \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} \cos(kx) f(x) dx \quad k \in \mathbb{N}$$

Aufgabe 2: Wellengleichrichter (2 Punkte)

Bestimmen Sie die Fourierreihe der Funktion

$$f(x) = |\sin x|$$

Aufgabe 3: Reelle und komplexe Fourierreihe (3 Punkte)

Gegeben ist die Funktion $y = x^2$ für $-\pi \leq x \leq \pi$, die für die übrigen x -Werte periodisch fortgesetzt wird.

- Entwickeln Sie die Funktion in eine reelle Fourierreihe.
- Entwickeln Sie die Funktion in eine komplexe Fourierreihe.
- Überprüfen Sie ihr Ergebnis, indem Sie die komplexe in die reelle Fourierreihe überführen.

Aufgabe 4: Fourierreihe (3 Punkte)

a) Die Funktion

$$f(x) = \begin{cases} 0 & (-\pi \leq x \leq 0) \\ \sin x & (0 \leq x \leq \pi) \end{cases}$$

soll in eine Fourierreihe entwickelt werden.

Hinweise:

$$\begin{aligned} \sin ax \sin bx &= \frac{1}{2} [\cos((a-b)x) - \cos((a+b)x)] \\ \sin ax \cos bx &= \frac{1}{2} [\sin((a-b)x) + \sin((a+b)x)] \\ \int \sin x \cos x dx &= \frac{1}{2} \sin^2 x \\ \int \sin^2 x dx &= \frac{1}{2} x - \frac{1}{4} \sin 2x \end{aligned}$$

b) Berechnen und zeichnen Sie das Amplitudenspektrum bis $n=5$.

Aufgabe 5: Matrixmultiplikation (2 Punkte)

Berechnen Sie die folgenden Matrixprodukte:

$$\begin{aligned} \text{(a)} \quad \begin{pmatrix} 7 & 6 \\ 5 & 4 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 2 & 3 \end{pmatrix} & \quad \text{(b)} \quad \begin{pmatrix} 0 & 1 & 2 \\ 5 & 2 & 3 \\ 0 & 4 & 6 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 5 & 0 & 3 \\ 0 & 8 & 1 \\ 2 & 2 & 2 \end{pmatrix} \\ \text{(c)} \quad \begin{pmatrix} 9 & 5 & 1 \\ 8 & 3 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix} & \quad \text{(d)} \quad \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 9 & 5 & 1 \\ 8 & 3 & 0 \end{pmatrix} \end{aligned}$$

Aufgabe 6: Matrizen: Grundbegriffe (2 Punkte)

Gegeben ist die folgende Matrix

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 4 & 0 & 1 & -2 \\ 0 & -3 & i & 0 \\ -1 & -i & 2 & -i \\ 2 & 0 & i & 5 \end{pmatrix}$$

- a) Geben Sie \mathbf{A}^T und \mathbf{A}^\dagger an.
- b) Ist \mathbf{A} symmetrisch, schiefsymmetrisch oder hermitisch?
- c) Berechnen Sie die Spur $\text{Sp}(\mathbf{A})$.