Universität Ulm
Institut für Theoretische Chemie

Prof. Dr. Gerhard Taubmann
Andreas Steinau

Mathematik für Chemie und Wirtschaftschemie
Fr 10:00-12:00 Uhr: N24/H16

Übungsblatt 3, Übung am 03. 11. 2017

Aufgabe 1: *Differentialgleichungen zweiter Ordnung* **(3 Punkte)**

Bestimmen Sie die allgemeine Lösung $y(x)$ folgender linearer Differentialgleichungen:

$$\begin{array}{ll} \text{(a)} & y'' - 2y' + 2y = e^{-3x} \\ \text{(b)} & y'' + 4y' + 4y = 9e^{-2x} \\ \text{(c)} & y'' + 4y' + 4y = 9xe^{-2x} \end{array}$$

Aufgabe 2: *Lineare gewöhnliche inhomogene Differentialgleichungen zweiter Ordnung: Erzwungene Schwingung*

Wir betrachten den sogenannten harmonischen Oszillator. Dieser wird durch folgende Differentialgleichung beschrieben:

$$\ddot{x}(t) + \omega_0^2\, x(t) = 0$$

Lösen Sie diese homogene Differentialgleichung. Desweiteren werde dieser harmonische Oszillator nun mit einer äußeren mechanischen Kraft angeregt so dass sich folgende Differentialgleichung ergibt (mit $\omega \neq \omega_0$:

$$\ddot{x}(t) + \omega_0^2\, x(t) = sin(\omega t)$$

Zeigen Sie durch einsetzen, dass $y_p(x) = Asin(\omega t)$ eine partikuläre Lösung dieser inhomogenen DGL ist. Wie lautet die allgemeine Lösung?

Aufgabe 3: *Differentialgleichungen zweiter Ordnung, Eigenwertproblem* **(2 Punkte)**

Bestimmen Sie alle möglichen Lösungen des folgenden Randwertproblems in Abhängigkeit von λ.

$$y'' + y = -\lambda y \qquad y(0) = 0; \quad y(\pi) = 0; \quad \lambda > -1$$

Aufgabe 4: *Differentialgleichungen zweiter Ordnung: Randwertproblem* **(2 Punkte)**

Lösen Sie folgende Differentialgleichung:

$$y''cos^2x = 1 \qquad y(\frac{\pi}{4}) = \frac{1}{2}ln2; \quad y'(\frac{\pi}{4}) = 1$$

Aufgabe 5: *Differentialgleichungen zweiter Ordnung* **(3 Punkte)**

Lösen Sie folgende Differentialgleichung mittels Potenzreihenansatz

$$(x-1)y'' - xy' + y = 0 \qquad y(0) = 1; \quad y'(0) = 1$$

Hinweis:

$$y = \sum_{n=0}^{\infty} a_n x^n \qquad y' = \sum_{n=0}^{\infty}(n+1)a_{n+1}x^n \qquad y'' = \sum_{n=0}^{\infty}(n+1)(n+2)a_{n+2}x^n$$

einsetzen, Summen zusammenfassen. Die Koeffizienten müssen 0 werden. Umgeformt nach a_{n+2} erhält man daraus eine Gleichung mit a_n, a_{n+1} und a_{n+2}, die man rekursiv lösen muss. a_0 und a_1 ergeben sich aus den Anfangsbedingungen. Wenn man daraus a_2, a_3 und a_4 ausgerechnet hat, erkennt man die Reihe. Als Lösung müssen Sie $y = e^x$ erhalten.