



**Mathematik für Chemie und Wirtschaftswissenschaften**  
**Fr 10:00-12:00 Uhr: N24/H16**  
**Übungsblatt 4, Übung am 10. 11. 2017**

**Aufgabe 1: Doppelintegrale (2 Punkte)**

a) Berechnen Sie folgende Integrale unter Beachtung der vorgegebenen Reihenfolge:

$$\int_1^2 \int_0^1 (2xy + y^3) dx dy \qquad \int_0^1 \int_1^2 (2xy + y^3) dy dx$$

b) Berechnen Sie das angegebene Integral. Beachten Sie die angegebene Reihenfolge:

$$\int_1^2 \int_0^\pi (y \cdot \sin x) dx dy$$

Berechnen Sie das Integral auch als Produkt zweier Integrale:

$$\int_1^2 y dy \int_0^\pi \sin x dx$$

**Aufgabe 2: Normierung der Kugelflächenfunktion (3 Punkte)**

Kugelflächenfunktionen der Form

$$Y_l^m(\theta, \phi) = N \cdot P_l^m(\cos \theta) \cdot e^{im\phi}$$

lassen sich normieren, indem N so gewählt wird, dass gilt:

$$\int_0^{2\pi} \int_0^\pi Y_l^{m*}(\theta, \phi) Y_l^m(\theta, \phi) \sin \theta d\theta d\phi = 1$$

Ist  $N \in \mathbb{C}$  mit dieser Gleichung eindeutig zu berechnen?

Berechnen Sie die Normierungsfaktoren N für folgende Fälle:

- a)  $l = 0, m = 0$
- b)  $l = 1, m = 1$

**Hinweise:**

1) Benötigte Funktionen:

$$P_0^0(\cos \theta) = 1$$

$$P_1^1(\cos \theta) = \sin \theta$$

2) Im Aufgabenteil b) empfiehlt es sich, zum Lösen des Integrals die Substitution  $\cos x = u$  durchzuführen.

**Aufgabe 3: Bereichs-Integral (2 Punkte)**

Berechnen Sie

$$\iint_B x dx dy,$$

wobei B das durch zwei Kreise um den Ursprung mit Radien von 1 und 2 begrenzte Gebiet im ersten Quadranten ist.

**Hinweis:** Betrachten Sie das Problem in Polarkoordinaten um die Integrationsgrenzen einfach darzustellen.