Universität Ulm
Institut für Theoretische Chemie

ulm university universität uulm

Prof. Dr. Gerhard Taubmann
David Mahlberg

Mathematik I für Chemie und Wirtschaftschemie

Vorlesung: Mo u. Do, 12-14, O25/H1; Seminar: Mi, 8-12

Das Übungsblatt wird im Seminar am 17.01.18 als Präsenzübung bearbeitet

Die Übungsblätter können von `http://www.uni-ulm.de/nawi/nawi-theochemie/lehre/` heruntergeladen werden.

Übung 11: Folgen und Reihen

Aufgabe 1: Reihen: Wurzelkriterium

Untersuchen Sie die Konvergenz folgender Reihe:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{2n}{3n+1} \right)^{2n}$$

Aufgabe 2: Taylorentwicklung und Konvergenzradius

Entwickeln Sie $\arctan(x)$ um $x_0 = 0$ in einer Taylorreihe,

(a) direkt durch Taylorentwicklung bis zur 3. Ordnung.

(b) indem Sie zuerst die Ableitung von $\arctan(x)$ in einer Reihe entwickeln und danach wieder integrieren.

Vergleichen Sie die Ergebnisse und bestimmen Sie für welche Werte von x die Reihe konvergiert.

Aufgabe 3: Taylorentwicklung zur Näherung von Funktionen

(a) Berechnen Sie die Taylorreihe von $\cos(x)$ um den Punkt 0.

(b) Bestimmen Sie die Taylorreihe von $\sqrt[4]{16+x}$ bis zur 2. Ordnung und berechnen Sie damit $\sqrt[4]{17}$.

Aufgabe 4: Integration per Taylorentwicklung

Berechnen Sie $\int e^{-x^2}$ durch:
(a) Reihe für e^{-x^2} aus $e^y = 1 + y + \frac{y^2}{2!} + \cdots$
(b) Taylor Reihenentwicklung um $x_0 = 0$

Aufgabe 5: Integration per Taylorentwicklung (Zusatzaufgabe)

Das Planck'sche Strahlungsgesetz ergibt für die spektrale Energiedichte die Formel:

$$\rho(\nu) = \frac{8\pi h\nu^3}{c^3}\frac{1}{e^{\frac{h\nu}{kT}} - 1} \tag{1}$$

Verifizieren Sie mit Hilfe einer Taylor-Reihenentwicklung das für kleine Frequenzen ν gültige Rayleigh-Jeans-Gesetz:

$$\rho(\nu) = \frac{8\pi\nu^2 kT}{c^3} \tag{2}$$

Hinweis: Falls Ihnen die einzelnen Größen und Gesetze nichts sagen, informieren Sie sich zum Beispiel in Lehrbüchern der Physikalischen Chemie darüber.