



Mathematik I für Chemie und Wirtschaftskemie

Vorlesung: Mo u. Do, 12-14, O25/H1; Seminar: Mi, 8-12

Das Übungsblatt wird im Seminar am 14.02.18 als Präsenzübung bearbeitet

Die Übungsblätter können von <http://www.uni-ulm.de/nawi/nawi-theochemie/lehre/> heruntergeladen werden.

Übung 15: Integrale und reele Funktionen mehrer Variablen

1. Aufgabe: Grenzwerte

Berechnen Sie den Grenzwert folgender Funktionen, falls er existiert.

$$(a) \lim_{(x,y) \rightarrow (1,0)} \frac{y^2}{x^2 + y^2 - 1} \quad (b) \lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{1 - y^2 - \cos \sqrt{x^2 + y^2}}{x^2 - y^2}$$

2. Aufgabe: Differentialquotienten

Es sei $f(x, y) = \sin(x^2 y + y^2)$. Berechnen Sie:

$$\begin{array}{ll} (a) \quad \frac{\partial}{\partial x} f(x, y) & (b) \quad \frac{d}{dx} f(x, y) \\ (c) \quad \frac{\partial}{\partial y} f(x, y) & (d) \quad \frac{d}{dy} f(x, y) \\ (e) \quad \frac{\partial^2}{\partial x \partial y} f(x, y) & (f) \quad \frac{d}{dx} \frac{\partial}{\partial y} f(x, y) \end{array}$$

(g) Was ergibt sich in (f), wenn

- x und y unabhängig voneinander sind ($\frac{dx}{dy} = \frac{dy}{dx} = 0$)?
- gilt: $y = x^2$?

3. Aufgabe: Differentialquotienten

Berechnen Sie folgende partielle Ableitungen:

$$(a) \frac{\partial}{\partial x} \frac{1}{\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}} \quad (b) \frac{\partial}{\partial y} \ln(xy) \quad (c) \frac{\partial^2}{\partial x \partial y} [x \sin(x^2 + y^2) + \ln(x + y^2)]$$

4. Aufgabe: Totales Differential

Berechnen Sie $f(x, y)$ aus den folgenden totalen Differentialen:

$$\begin{array}{ll} (a) \quad df(x, y) = (\sin y - y \cos x)dx + (x \cos y - \sin x)dy \\ (b) \quad df(x, y) = y \cos(xy)dx + (x \cos(xy) + 2y)dy \\ (c) \quad df(x, y) = \left(\frac{y}{\sqrt{xy}} + \frac{1}{x} + 2x\right)dx + \left(\frac{x}{\sqrt{xy}} + \frac{1}{y}\right)dy \end{array}$$

5. Aufgabe: Extrema und Sattelpunkte

Bestimmen Sie die lokalen Extremwerte und Sattelpunkte der folgenden Funktionen:

$$(a) \quad f(x, y) = (x^2 + y^2 - 9)^2$$

6. Aufgabe: Totales Differential (Zusatz)

Berechnen Sie durch explizite Differentiation die Taylorentwicklung der Funktion $f(x, y) = \sin(x^2 + y)$ um $(0, 0)$ bis zur 2. Ordnung. Vergleichen Sie das Resultat mit der Taylorentwicklung, die sie durch Einsetzen in die bekannte Reihe von $\sin(x)$ erhalten.

7. Aufgabe: Grenzwerte (Zusatz)

Berechnen Sie den Grenzwert folgende Funktion, falls er existiert.

$$\lim_{(x,y) \rightarrow (1,0)} \frac{y^2}{x^2 + y^2 - 1}$$