Universität Ulm
Institut für Theoretische Chemie

ulm university universität ulm

Prof. Dr. Gerhard Taubmann
David Mahlberg

Mathematik I für Chemie und Wirtschaftschemie

Vorlesung: Mo u. Do, 12-14, O25/H1; Seminar: Mi, 8-12

Das Übungsblatt wird im Seminar am 08.10.17 als Präsenzübung bearbeitet

Die Übungsblätter können von `http://www.uni-ulm.de/nawi/nawi-theochemie/lehre/` heruntergeladen werden.

Übung 3: Lineare Algebra

1. Aufgabe: Winkel zwischen Vektoren

Für diese Aufgabe dürfen Sie einen Taschenrechner benutzen.
Es sollen die Winkel zwischen den Atomen in AB_3-Molekülen bestimmt werden. Dazu wird besagtes Molekül so in ein Koordinatensystem gelegt, dass sich für die Atome folgende Koordinaten ergeben:

$$A = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ z_A \end{pmatrix}; \quad B_1 = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}; \quad B_2 = \begin{pmatrix} -\frac{\sqrt{3}}{2} \\ -\frac{1}{2} \\ 0 \end{pmatrix}; \quad B_3 = \begin{pmatrix} \frac{\sqrt{3}}{2} \\ -\frac{1}{2} \\ 0 \end{pmatrix}$$

Fertigen Sie eine Skizze.

(a) Bestimmen Sie die Winkel $\measuredangle(BAB)$ für ein planares AB_3-Molekül - also $A \in xy$-Ebene $\rightarrow z_A = 0$.

Nun soll das Atom A nicht mehr in der xy-Ebene liegen:

(b) Bestimmen Sie $\measuredangle(BAB)$ für $z_A = 1$.

(c) (**Zusatz**) Aus Messungen ist der Winkel $\measuredangle(BAB)$ bekannt, er beträgt $93{,}5°$. Bestimmen Sie z_A.

2. Aufgabe: Orthogonale Vektoren

Gegeben sind die beiden Vektoren:

$$\vec{a} = \begin{pmatrix} -5 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix} \qquad \vec{b} = \begin{pmatrix} 3 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix}$$

Bestimmen Sie 2 Einheitsvektoren, die auf der von $\vec{a}$ und $\vec{b}$ aufgespannten Ebene senkrecht stehen.

3. Aufgabe: 3x3-Determinanten

Berechnen sie die folgenden Determinanten.

$$\text{(a)} \begin{vmatrix} -2 & 0 & -1 \\ 6 & 0 & 3 \\ 4 & 1 & -1 \end{vmatrix} \qquad \text{(b)} \begin{vmatrix} 5 & 1 & 2 \\ -1 & 4 & -3 \\ 2 & -1 & 1 \end{vmatrix}$$

4. Aufgabe: Spatprodukt

Berechnen Sie $(\vec{b} - \vec{c}) \odot \Big((\vec{a} - \vec{b}) \times \vec{c}\Big)$, wenn $\vec{a} \odot (\vec{b} \times \vec{c}) = 5$.

5. Aufgabe: Spatprodukt (2)

Gegeben seien die Vektoren

$$\vec{a} = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}, \qquad \vec{b} = \begin{pmatrix} 0 \\ -1 \\ 3 \end{pmatrix}, \qquad \text{und} \quad \vec{c} = \begin{pmatrix} -1 \\ -3 \\ 2 \end{pmatrix}$$

1. Wie groß ist die von den Vektoren $\vec{a}$ und $\vec{b}$ aufgespannte Fläche?
2. Berechnen Sie das Volumen des von den drei Vektoren aufgespannten Spats.

6. Aufgabe: Arbeit Arbeit

Ein Körper bewegt sich von Punkt $P_1(2m, -3m, 2m)$ nach $P_2(3m, 4m, 5m)$. Dabei wirkt außerdem eine Kraft vom Betrag $|\vec{F}| = 6N$ in die Richtung des Vektors $\vec{r} = -\vec{i} + 3\vec{j} + 2\vec{k}$ auf den Körper. Welche Arbeit wird von der Kraft verrichtet? (m=Meter, N=Newton)

7. Aufgabe: (Zusatz)

Gegeben sind die Vektoren:

$$\vec{a} = \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ 5 \end{pmatrix}, \qquad \vec{b} = \begin{pmatrix} 3 \\ 4 \\ 0 \end{pmatrix}, \qquad \vec{c} = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 2 \end{pmatrix}, \qquad \vec{d} = \begin{pmatrix} -\frac{1}{5} \\ \frac{3}{5} \\ 0 \end{pmatrix}$$

(a) Berechnen Sie $((\vec{a} \times \vec{b}) \times \vec{c})$ einmal direkt und einmal mit dem Entwicklungssatz.

(b) Bestimmen Sie den Winkel unter dem sich $\vec{a}$ und $\vec{b}$ schneiden.

(c) Bestimmen Sie einen Vektor, der senkrecht auf der von $\vec{d}$ und $((\vec{a} \times \vec{b}) \times \vec{c})$ aufgespannten Ebene steht. Wie können sie ihr Ergebnis überprüfen?