



Mathematik I für Chemie und Wirtschaftschemie

Vorlesung: Mo u. Do, 12-14, O25/H1; Seminar: Mi, 8-12

Das Übungsblatt wird im Seminar am 29.11.17 als Präsenzübung bearbeitet

Die Übungsblätter können von <http://www.uni-ulm.de/nawi/nawi-theochemie/lehre/> heruntergeladen werden.

Übung 6: Darstellung von Komplexen Zahlen

Aufgabe 1: Vollständige Induktion

Schreiben Sie die folgenden Summen mit Summenzeichen und beweisen Sie die aufgestellte Behauptung mit vollständiger Induktion:

- a) $1 \cdot 2 + 2 \cdot 3 + 3 \cdot 4 + \dots + n(n+1) = \frac{n(n+1)(n+2)}{3}$
b) $\frac{1}{1 \cdot 2} + \frac{1}{2 \cdot 3} + \frac{1}{3 \cdot 4} + \dots + \frac{1}{n(n+1)} = \frac{n}{n+1}$

Aufgabe 2: Vereinfachung von trigonometrischen Funktionen

Vereinfachen Sie folgende Formel:

$$(a) \frac{\cos^2 \phi \tan\left(\frac{\pi}{2} - \phi\right) - \frac{\cos(-\phi)}{\cos\left(\frac{\pi}{2} - \phi\right)}}{\sin(-2\phi)}$$

Aufgabe 3: Vereinfachung von trigonometrischen Funktionen - 2

Vereinfachen Sie folgende Formeln:

$$(a) \frac{\cos^4 x - \sin^4 x}{\tan\left(\frac{\pi}{2} - 2x\right)} \quad (b) \sin(\pi - x) \tan\left(x + \frac{\pi}{2}\right) \\ (c) 2 \arcsin y + \arccos y + \arcsin \sqrt{1 - y^2} \quad \text{mit} \quad \arcsin y = x$$

Hierbei sind $-\pi/2 \leq \arcsin y \leq \pi/2$ und $0 \leq \arccos y \leq \pi$.

$$(a) \frac{\cos^4 x - \sin^4 x}{\tan\left(\frac{\pi}{2} - 2x\right)} \quad (b) \sin(\pi - x) \tan\left(x + \frac{\pi}{2}\right)$$

Aufgabe 4: Rechnen mit Komplexen Zahlen

Berechnen Sie folgende Ausdrücke

$$(a) (4 - 2i) + (-6 + 5i)^* \quad (b) [(3 - 2i)(1 + 3i)]^* \\ (c) |3 - 4i||4 + 3i| \quad (d) \left| \frac{1}{1 + 3i} - \frac{1}{1 - 3i} \right|$$

Aufgabe 5: Kartesische- und Polarkoordinaten

Wandeln Sie die folgenden komplexen Zahlen in die kartesische bzw. Polarkoordinatendarstellung um und stellen Sie diese graphisch dar.

$$\begin{array}{ll} \text{(a)} & 2\left(\cos \frac{3}{4}\pi + i \sin \frac{3}{4}\pi\right) \\ \text{(b)} & 5(\cos 60^\circ + i \sin 60^\circ) \\ \text{(c)} & 2\left(\cos \frac{\pi}{2} - i \sin \frac{\pi}{2}\right) \end{array} \quad \begin{array}{ll} \text{(d)}^{TR} & 4 - \frac{1}{2}i \\ \text{(e)} & -1 - i \\ \text{(f)}^{TR} & -\frac{3}{2} + 2i \end{array}$$

Aufgabe 6: Eulersche Formel

Berechnen Sie mit Hilfe der Eulerschen Formel

$$\text{(a)} \quad z = (1 - i)^8 \qquad \text{(b)} \quad z = (1 + i)^6$$

Aufgabe 7: Rechnen mit Komplexen Zahlen (Zusatz)

Bringen sie die folgenden Ausdrücke in die Form: $a + bi$, $a, b \in \mathbb{R}$.

$$\text{(a)} \quad z = \frac{4 - \frac{1}{2}i}{2 + i} - \left(\frac{1}{2} - 2i\right), \quad \text{(b)} \quad \frac{-3 + i}{i}, \quad \text{(c)} \quad z = \frac{\sqrt{2}(1 + i)\sqrt{-1}}{\left|\frac{i+1}{i-1}\right| (i - 3) + (1 - i)^* \cdot (1 + i)}$$